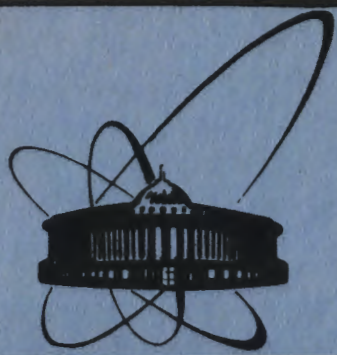


12/11-84



**Объединенный  
Институт  
Ядерных  
Исследований  
Дубна**

1371/84

P1-83-853

**В.Г.Зинов, Л.Н.Сомов, В.В.Фильченков**

**ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ  
ПРОЦЕССА МЮОННОГО КАТАЛИЗА  
ИЗ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ  
ВРЕМЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО РЕГИСТРИРУЕМЫХ  
СОБЫТИЙ РЕАКЦИЙ СИНТЕЗА**

Направлено в "Nuclear Instruments and Methods.  
Letter to Editor"

**1983**



В настоящее время большой интерес вызывает исследование процесса мюонного катализа ядерных реакций синтеза <sup>1/</sup>. Характерной чертой этого процесса является его множественность - один и тот же мюон может вызвать много циклов \* указанных реакций <sup>1/</sup>. Это обстоятельство приводит к тому, что в эксперименте приходится иметь дело с первыми, вторыми и т.д. событиями регистрации продуктов указанных реакций. Если эффективность их регистрации  $\epsilon < 1$ , то временные распределения  $K^x$  событий  $f_k^{\text{ЭКСП}}(t)$ , очевидно, не совпадают с физическими распределениями  $f_k(t)$  числа реакций  $k$ -го цикла.

Временные распределения  $K^x$  зарегистрированных событий можно получить, зная вид распределений для первых событий  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  с помощью соотношений

$$f_k^{\text{ЭКСП}}(t) = (1-\omega)^{k-1} \int_0^{\xi_1} \dots \int_0^{\xi_{k-2}} f_1^{\text{ЭКСП}}(\xi_{k-1}) f_1^{\text{ЭКСП}}(\xi_{k-2} - \xi_{k-1}) \dots \times \\ \times f_1^{\text{ЭКСП}}(\xi_1 - \xi_2) f_1^{\text{ЭКСП}}(t - \xi_1) d\xi_{k-1} \dots d\xi_1, \quad /1/$$

где  $\omega$  - вероятность выбывания мюона из процесса катализа для каждого цикла за счет "прилипания" мюона к заряженным продуктам реакции синтеза. Функция  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  может быть найдена в виде разложения <sup>2/</sup>:

$$f_1^{\text{ЭКСП}}(t) = \epsilon \sum_{m=1}^{\infty} (1-\epsilon)^{m-1} f_m(t) \equiv \epsilon \sum_{m=1}^{\infty} (1-\beta)^{m-1} \bar{f}_m(t). \quad /2/$$

Здесь  $\beta \equiv \epsilon + \omega - \epsilon\omega$ ,  $f_m(t) \equiv (1-\omega)^{m-1} \bar{f}_m(t)$ , где  $\bar{f}_m(t)$  не зависит от  $\omega$ . Выражения для  $f_m(t)$  получаются путем решения дифференциальных уравнений для чисел мю-атомов и мю-молекул последовательно для каждого цикла. Таким образом, нами были получены <sup>2/</sup> выражения для функций  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  в простейшем случае, когда процесс мю-катализа описывается двумя параметрами - скоростью образования мю-молекул  $\lambda_m$  и вероятностью "прилипания"  $\omega$ . Там же показано, что величины  $\lambda_m$  и  $\omega$  могут быть найдены из

\* Под циклом мы будем понимать совокупность процессов, приводящих к интересующей нас реакции синтеза, продукты которой регистрируются.

анализа распределений  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  без использования эффективности регистрации циклов.

В более сложных случаях процедура нахождения вида функции  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  с помощью разложения <sup>2/</sup> связана с обширными вычислениями и до сих пор не выполнена <sup>3/</sup> выражение для  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  получено с использованием ряда приближений, в том числе и приближения  $\epsilon \ll 1/$ .

Для того, чтобы получить выражение для  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$ , воспользуемся более простым способом, суть которого можно понять, если сравнить разложение <sup>2/</sup> с очевидным разложением для функции  $F(t)$  суммарного временного распределения числа реакций во всех циклах:

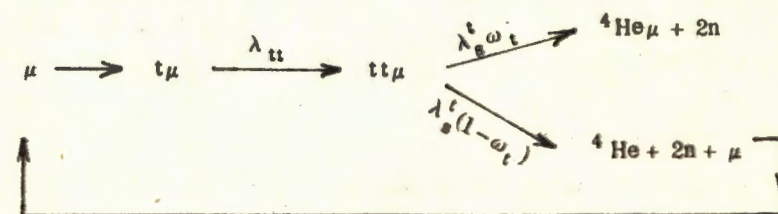
$$F(t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(t) \equiv \sum_{m=1}^{\infty} (1-\omega)^{m-1} \bar{f}_m(t).$$

Можно видеть, что  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $F(t)$  выражаются одной и той же функцией  $Y(x; t)$  с различными значениями параметра  $X$ :

$$F(t) = Y(x = \omega; t), \quad f_1^{\text{ЭКСП}}(t) = \epsilon Y(x = \beta; t). \quad /3/$$

Поэтому для определения вида функции  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  можно найти выражение для  $F(t)$ , сделать в нем замену  $\omega \rightarrow \beta$  и умножить на  $\epsilon$ . Сама же функция  $F(t)$  находится путем решения простой системы дифференциальных уравнений <sup>4/</sup>.

Процесс мю-катализа реакции  $t + t$  в тритии



описывается системой уравнений для чисел  $t\mu$ -атомов и  $tt\mu$ -молекул

$$dN_{t\mu} / dt = -(\lambda_0 + \lambda_{tt}) N_{t\mu} + \lambda_t^t (1 - \omega_t) N_{tt\mu}. \quad /4/$$

$$dN_{tt\mu} / dt = \lambda_{tt} N_{t\mu} - (\lambda_0 + \lambda_t^t) N_{tt\mu}.$$

где  $\lambda_{tt} \equiv \lambda_{tt}^0 \phi$ ,  $\lambda_{tt}^0$  - скорость образования  $tt\mu$ -молекул для плотности жидкого трития,  $\phi$  - относительная плотность,  $\omega_t$  - коэффициент прилипания мюона к ядру гелия-4,  $\lambda_0 = 4,55 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$  - скорость распада свободного мюона. Решив систему <sup>4/</sup>, находим  $F(t) = \lambda_t^t N_{tt\mu}$  и, в соответствии с <sup>3/</sup> и <sup>1/</sup>,  $f_k^{\text{ЭКСП}}(t)$ . Выпишем выражения для  $f_k^{\text{ЭКСП}}(t)$  при  $K=1-3$ :

$$f_1^{\text{ЭКСП}}(t) = A e^{-\gamma_1 t} + B e^{-\gamma_2 t},$$

$$f_2^{\text{ЭКСП}}(t) = (A^2 e^{-\gamma_1 t} + B^2 e^{-\gamma_2 t}) t + \frac{2AB}{\gamma_2 - \gamma_1} (e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t}), \quad /5/$$

$$f_3^{\text{ЭКСП}}(t) = (A^3 e^{-\gamma_1 t} + B^3 e^{-\gamma_2 t}) \frac{t^2}{2} + \frac{3AB}{\gamma_2 - \gamma_1} (A e^{-\gamma_1 t} - B e^{-\gamma_2 t}) t + \frac{3AB(B-A)}{(\gamma_2 - \gamma_1)^2} (e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t});$$

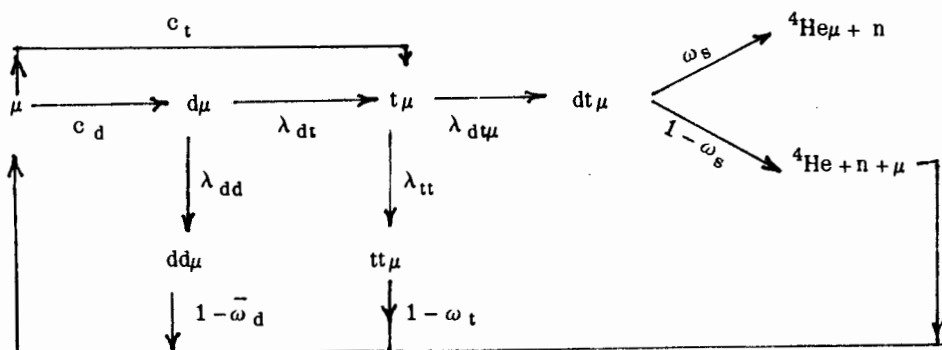
$$\gamma_{1,2} = 1/2 \{ 2\lambda_0 + \lambda_f^t + \lambda_{tt} \pm [(\lambda_f^t + \lambda_{tt})^2 - 4\lambda_f^t \lambda_{tt} \beta]^{1/2} \},$$

$$A = -B = \epsilon \lambda_f^t \lambda_{tt} / [(\lambda_f^t + \lambda_{tt})^2 - 4\lambda_f^t \lambda_{tt} \beta]^{1/2},$$

$$\beta = \epsilon + \omega_t - \epsilon \omega_t; \quad f_K^{\text{ЭКСП}} = (1 - \omega_t)^{K-1} f_K^{\text{ЭКСП}}.$$

Так же, как и в простейшем случае<sup>/2/</sup>, параметры  $\lambda_f^t$ ,  $\lambda_{tt}$  и  $\omega$  могут быть найдены из анализа экспериментальных распределений  $f_1^{\text{ЭКСП}}(t)$  и  $f_2^{\text{ЭКСП}}(t)$  без использования эффективности регистрации циклов: величина  $\omega$  находится из отношения  $\eta_2/\eta_1^2 = 1 - \omega_t$  ( $\eta_1 = \int_0^\infty f_1^{\text{ЭКСП}}(t) dt$ ), а величины  $\lambda_f^t$  и  $\lambda_{tt}$  определяются исходя из измерений параметра  $\gamma_1 + \gamma_2 = 2\lambda_0 + \lambda_f^t + \lambda_{tt}$  при двух различных значениях плотности трития.

Кинетика процесса мю-катализа реакции  $d+t$  в смеси  $D_2+T_2$



была рассмотрена в<sup>/4/</sup>.

Так же, как и в<sup>/4/</sup>, в соответствии с теорией<sup>/1/</sup>, будем полагать, что скорости ядерных реакций  $d+d$ ,  $d+t$  и  $t+t$  намного больше, чем скорости образования молекул  $dd\mu$ ,  $dt\mu$  и  $tt\mu$ . Тогда процесс мю-катализа реакции  $d+t$  описывается уравнениями

$$\begin{aligned} dN_{d\mu} / dt &= -(\lambda_0 + \lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd} + c_d \lambda_{dd} \bar{\omega}_d) N_{d\mu} + \\ &+ [c_d \lambda_{tt} (1 - \omega_t) + c_d \lambda_{d\mu} (1 - \omega_s)] N_{\mu}, \\ dN_{\mu} / dt &= [\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd} (1 - \omega_d)] N_{d\mu} + \\ &+ [-(\lambda_0 + \lambda_{d\mu} + c_d \lambda_{tt} + c_t \lambda_{tt} \omega_t) + c_t \lambda_{d\mu} (1 - \omega_s)] N_{t\mu}. \end{aligned} \quad /6/$$

Здесь  $c_d$  и  $c_t$  - относительные концентрации дейтерия и трития в смеси  $D_2+T_2$ ,  $\lambda_{dd} = \lambda_{dd}^0 \phi c_d$ ,  $\lambda_{d\mu} = \lambda_{d\mu}^0 \phi c_d$ ,  $\lambda_{tt} = \lambda_{tt}^0 \phi c_t$  - скорости образования молекул  $dd\mu$ ,  $dt\mu$  и  $tt\mu$ ;  $\lambda_{dt} = \lambda_{dt}^0 \phi c_t$  - скорость процесса перехвата  $d\mu + t \rightarrow t\mu + d$ ,  $\bar{\omega}_d$ ,  $\omega_s$  и  $\omega_e$  - коэффициенты "прилипания" мюона к заряженным продуктам реакций  $d+d$ ,  $d+t$  и  $t+t$  /для реакции  $d+d$  - усреднены по двум каналам синтеза/. Решив систему /6/, находим  $F(t) = \lambda_{d\mu} N_{\mu}$  и, согласно /3/ и /1/, функции  $f_K^{\text{ЭКСП}}(t)$ . Выражения для этих функций снова имеют общий вид /5/, где теперь

$$\gamma_{1,2} = 1/2 [2\lambda_0 + a \mp (a^2 - 4b)^{1/2}],$$

$$A = \epsilon \lambda_{d\mu} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_0 + c_t \lambda_{dt} - c_t \gamma_1) / (a^2 - 4b)^{1/2}, \quad B = \epsilon c_t \lambda_{d\mu} - A;$$

$$a = \lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu} + c_t \lambda_{d\mu} \beta + c_t \lambda_{dd} + c_d \lambda_{dd} \bar{\omega}_d + c_d \lambda_{tt} + c_t \lambda_{tt} \omega_t,$$

$$b = \lambda_{d\mu} (\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd}) \beta + c_d \lambda_{dd} \bar{\omega}_d (\lambda_{d\mu} + \lambda_{tt}) + \lambda_{tt} \omega_t (\lambda_{dt} + c_t \lambda_{dd}),$$

$$\beta = \epsilon + \omega_s - \epsilon \omega_s; \quad f_K^{\text{ЭКСП}} = (1 - \omega_s)^{K-1} f_K^{\text{ЭКСП}}.$$

При  $c_d \sim c_t$ ,  $\phi \geq 0,1$ , когда  $\lambda_{d\mu}$ ,  $\lambda_{dt} \gg \lambda_0$ ,  $\lambda_{dd}$ ,  $\lambda_{dt}$  и при  $\epsilon \ll 1$

$$f_1^{\text{ЭКСП}}(t) \approx A' e^{-\gamma_1' t} + B' e^{-\gamma_2' t}$$

$$\gamma_1' \approx \lambda_0 + \beta \lambda_{dt} \lambda_{d\mu} / (\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}), \quad \gamma_2' \approx \lambda_0 + \lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu},$$

$$A' = \epsilon \lambda_{d\mu} \lambda_{dt} / (\lambda_{dt} + c_d \lambda_{d\mu}), \quad B' = \epsilon c_t \lambda_{d\mu} - A',$$

что совпадает с выражениями, используемыми в анализе<sup>/3/</sup>.

Заметим, что и для процесса мю-катализа реакции  $d+t$  его параметры, в принципе, могут быть найдены без использования эффективности регистрации циклов, однако на практике это будет связано с очень большими трудностями из-за малости величины  $\omega_s$  ( $\sim 10^{-2}$ ).

Авторы выражают благодарность Л.И.Пономареву за полезные обсуждения.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Popomarev L.I., Proc. of the Xth European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Moscow, 14-19 September, 1981.  
Fiorentini G. Invited talk at the Xth Int. Conf. on Few Body Problems in Physics, August 21-27, 1983, Karlsruhe.
2. Зинов В.Г., Сомов Л.Н., Фильченков В.В. ОИЯИ, P15-82-478, Дубна, 1982.
3. Jones S. et al. Contribution to the Third International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems, Helsinki, 1983.
4. Герштейн С.С. и др. ЖЭТФ, 1980, 78, с. 2099.

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 декабря 1983 года.

Зинов В.Г., Сомов Л.Н., Фильченков В.В. P1-83-853  
Определение параметров процесса мюонного катализа из анализа экспериментальных временных распределений последовательно регистрируемых событий реакций синтеза

Получены выражения для временных распределений последовательных событий катализируемых мюонами ядерных реакций синтеза  $t+t$  в тритии и  $d+t$  - в смеси  $D_2+T_2$ . Обсуждаются возможности определения параметров процесса мю-катализа без использования эффективности регистрации указанных реакций.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Filchenkov V.V., Somov L.N., Zinov V.G. P1-83-853  
On the Determination of the  $\mu$ -Catalysis Process Parameters from the Analysis of the Experimental Time Distributions of the Consecutively Detected Events of the Fusion Reactions

The expressions for the time distributions of the successively detected events of the muon-catalyzed nuclear fusion reactions  $t+t$  and  $d+t$  have been obtained. Possibilities to determine the mu-catalysis process parameters without using the detection efficiency of fusion products are discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод авторов.