

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

4076/83

8/8-83

P1-83-294

Н.И.Зимин

О КОГЕРЕНТНОМ ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ  
И ИЗЛУЧЕНИИ  
КАНАЛИРОВАННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ  
В КРИСТАЛЛАХ

Направлено в журнал "Radiation Effects"

1983

В течение последних нескольких лет в ряде лабораторий были предприняты интенсивные экспериментальные исследования ранее предсказанного<sup>/1/</sup> излучения каналированных частиц как в области высоких<sup>/2-4/</sup>, так и низких энергий<sup>/5-7/</sup>. Появилось также большое количество теоретических статей, посвященных этой проблеме /см.<sup>/8-12/</sup> и приведенные там ссылки/. В целом экспериментальные исследования подтвердили правильность теоретических оценок характеристик спонтанного излучения каналированных частиц.

Большой интерес проявляется также к излучению частиц, движущихся под малыми углами к каналам /так называемые надбарьерные и квазиканализованные частицы/<sup>/12-14/</sup>, хотя экспериментальные данные для этого случая практически отсутствуют. В работе<sup>/12/</sup> авторами было предложено описывать излучение квазиканализованных частиц, используя известную теорию когерентного тормозного излучения /КТИ/<sup>/15-16/</sup>. Эта теория получила надежное экспериментальное подтверждение и достаточно хорошо разработана, состояние кристалла описывается структурным фактором, зависящим от типа решетки и направления начального импульса частицы, учитываются тепловые колебания атомов, используются достаточно точные функции экранирования. В ней, однако, предполагается прямолинейное движение релятивистских частиц, описываемых плоскими волнами, в то время как для каналированных и квазиканализованных частиц наиболее существенным фактором, приводящим к излучению, является динамика их движения. Хорошо известно, что характерные углы начального импульса частицы относительно кристаллографических осей или плоскостей, на которых производится генерация КТИ, в десятки раз превосходят критические углы каналирования и энергия фотонов первого когерентного максимума лежит в гораздо более жесткой области. С другой стороны, известно, что с уменьшением углов область когерентного максимума также сдвигается в сторону меньших энергий фотонов. Кроме того, каналированная или квазиканализованная частица движется по приблизительно синусоидальной траектории и, следовательно, в примерно равновероятном интервале углов относительно направления каналов. Многократное рассеяние частиц в первом приближении приводит лишь к некоторому уширению этого интервала.

Воспользовавшись формулами теории КТИ, преобразовав их с учетом малости углов и проинтегрировав по угловому распределению, можно рассчитать интенсивность КТИ, провести детальное сравнение с характеристиками спонтанного излучения при канали-

ровании и, тем самым, определить границы применимости КТИ для описания излучения, возникающего при движении релятивистских частиц в кристаллах.

В настоящей работе представлены конкретные расчетные спектры когерентного тормозного излучения для электронов /позитронов/, движущихся под малыми углами к осям или плоскостям кристалла. Предложена оригинальная процедура расчета излучения с учетом угловой расходимости электронного /позитронного/ пучка. Показано, что интегрирование по углам порядка и меньше критического угла каналирования размывает остроконечную структуру спектров. Показано, что традиционная теория КТИ не дает правильного описания излучения при каналировании релятивистских частиц.

### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФОРМУЛ КТИ К НОВЫМ УГЛОВЫМ ПЕРЕМЕННЫМ

При изучении КТИ для описания взаимной ориентации кристалла и вектора начального импульса электрона  $\vec{p}$  применяются полярный  $\theta$  и азимутальный  $\alpha$  углы /рис. 1/.

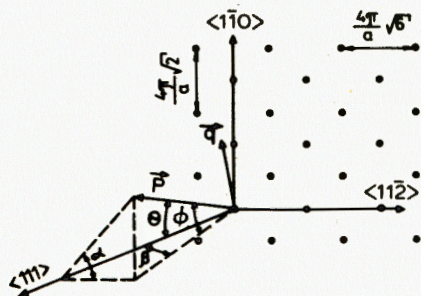


Рис. 1. Ориентация вектора начального импульса электрона /позитрона/  $\vec{p}$  относительно кристаллографических осей и структура обратной решетки плоскости (III) кристалла кремния.

Формулы для нахождения интенсивности КТИ хорошо известны /16/, их можно записать в следующем виде /используется релятивистская система единиц  $\hbar = m = c = 1$ /:

$$\frac{x d\sigma}{N\sigma_0 dx} = [1 + (1-x)^2](\psi_1^c + \psi_1^i) - \frac{2}{3}(1-x)(\psi_2^c + \psi_2^i), \quad /1/$$

$$\psi_1^c = \frac{\delta}{2} \sum_{\vec{g}} C(\vec{g}) \frac{1}{q_{\vec{g}}}, \quad /2/$$

$$\psi_2^c = 3\delta^2 \sum_{\vec{g}} C(\vec{g}) \frac{(q_{\vec{g}} - \delta)}{q_{\vec{g}}^4}, \quad /3/$$

$$C(\vec{g}) = \frac{2\pi}{a^3} |S(\vec{g})|^2 e^{-A g^2} F(g^2)(g_2^2 + g_3^2). \quad /4/$$

Здесь  $N$  - плотность атомов;  $\sigma_0$  - универсальное сечение;  $X = E_{\gamma}/E$  - энергия фотона;  $E$  - начальная энергия электрона;  $\psi_1^i$  и  $\psi_2^i$  для широкого диапазона значений  $X$  практически постоянны, определяют некогерентное излучение в кристалле, примерно совпадающее с излучением в аморфном теле /16/;

$$q_{\vec{g}} = g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) \quad /5/$$

- проекция передаваемого кристаллу импульса на направление движения заряженной частицы /продольный передаваемый импульс/;

$$\delta = \frac{x}{2E(1-x)} \quad /6/$$

- его минимально возможное значение;  $g_1, g_2, g_3$  - компоненты векторов обратной решетки;  $a$  - постоянная решетки;  $F(g^2)$  - атомный формфактор;  $A$  - среднеквадратичное отклонение атомов из-за температурных колебаний;  $|S(\vec{g})|^2$  - структурный фактор, его величина для векторов обратной решетки, обозначенных точками, равна  $64$ , для остальных - равна  $0$  /рис. 1/.

В теории КТИ показывается, что передаваемый кристаллу импульс не может быть произвольным, а ограничен дискретным набором векторов обратной решетки, попадающих в так называемую "область блина". Это означает, что сумма в выражениях /2/ и /3/ берется по тем векторам обратной решетки, для которых продольный передаваемый импульс  $q_{\vec{g}}$  ограничен условием

$$\delta \leq q_{\vec{g}} \leq \delta/x, \quad /7/$$

причем сверху ограничение не строгое, в том смысле, что эти точки дают малый вклад в интенсивность.

Для изучения плоскостного каналирования более удобны угол  $\phi$  между  $\vec{p}$  и плоскостью канала, который в условиях каналирования должен быть меньше некоторого критического  $\phi_{cr}$ , и угол  $\beta$  между проекцией  $\vec{p}$  на плоскость канала и какой-нибудь главной цепочкой в этой плоскости, который для исключения влияния осевого каналирования должен быть больше критического угла осевого каналирования. Связь углов  $\beta$  и  $\phi$  с углами  $\theta$  и  $\alpha$  легко находится из геометрических соотношений /рис. 1/:

$$\cos \theta = \cos \phi \cdot \cos \beta, \quad /8/$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \phi / \sin \beta,$$

а так как  $\theta$ ,  $\phi$  и  $\beta \ll 1$ ,

$$\theta = \sqrt{\beta^2 + \phi^2}, \quad /9/$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \phi / \beta.$$

Воспользовавшись свойствами скалярного произведения, легко определить величину продольного передаваемого импульса:

$$q_l = g_1 + g_2 \beta + g_3 \phi. \quad /10/$$

Известно, что векторы обратной решетки с  $g_1 \neq 0$  попадают в "область блина" при очень больших значениях  $|\vec{g}|$ , поэтому их вклад в интенсивность будет ничтожно мал, так как  $F(g^2) \sim g^{-4}$ , поэтому получим следующие выражения для /2/ и /3/:

$$\psi_1^c = \frac{\delta}{2} \sum_{g_2, g_3} C(\vec{g}) \frac{1}{(g_2 \beta + g_3 \phi)^2}, \quad /11/$$

$$\psi_2^c = 3\delta^2 \sum_{g_2, g_3} C(\vec{g}) \left( \frac{1}{(g_2 \beta + g_3 \phi)^3} - \frac{\delta}{(g_2 \beta + g_3 \phi)^4} \right). \quad /12/$$

Сумма берется по таким значениям  $g_2$  и  $g_3$ , для которых

$$\delta \leq g_2 \beta + g_3 \phi < \delta/x. \quad /13/$$

Формулы /1/, /11/, /12/ являются исходными для расчета интенсивности КТИ при малых углах.

#### УЧЕТ УГЛОВОЙ РАСХОДИМОСТИ. ПРОЦЕДУРА ВЫЧИСЛЕНИЯ

Реальные пучки заряженных частиц высоких энергий имеют угловую расходимость, как правило, превышающую характерные величины углов, необходимых для изучения спонтанного излучения при канализировании и КТИ при аналогичных расходимостях /3/. Поэтому для узкой области отбираемых трековыми детекторами углов их распределение можно считать равновероятным. В то же время для расчета КТИ от всего пучка на нужное количество прямоугольных участков можно разбить все угловое распределение, так как оно описывается относительно плавными функциями /чаще всего нормальным распределением/.

При равновероятном распределении частиц по углам  $\beta$  и  $\phi$  можно получить аналитические выражения для расчета интенсивности КТИ. Для этого необходимо в /11/ и /12/ поменять местами суммирование и интегрирование по углам. Однако при этом условия суммирования /13/ несколько усложняются. Итак, если  $\beta_i$ ,  $\beta_0$  и  $\phi_i$ ,  $\phi_0$  - соответственно нижние и верхние пределы изменения углов  $\beta$  и  $\phi$ , имеем

$$\psi_1^c = \frac{\delta}{2} \sum_{g_2, g_3} C(\vec{g}) J_1, \quad /14/$$

$$\psi_2^c = 3\delta^2 \sum_{g_2, g_3} C(\vec{g}) (J_2 - \delta J_3). \quad /15/$$

Здесь введены следующие обозначения: если  $g_2$  и  $g_3 \neq 0$ , то

$$J_1 = \frac{1}{g_2 g_3} \ln \left| \frac{X_{io} X_{oi}}{X_{ii} X_{oo}} \right|,$$

$$J_2 = \frac{1}{2 g_2 g_3} \left( \frac{1}{X_{ii}} + \frac{1}{X_{oo}} - \frac{1}{X_{io}} - \frac{1}{X_{oi}} \right), \quad /16/$$

$$J_3 = \frac{1}{6 g_2 g_3} \left( \frac{1}{X_{ii}^2} + \frac{1}{X_{oo}^2} - \frac{1}{X_{io}^2} - \frac{1}{X_{oi}^2} \right),$$

где

$$X_{ii} = g_2 \beta_i + g_3 \phi_i; \quad X_{oo} = g_2 \beta_0 + g_3 \phi_0,$$

$$X_{io} = g_2 \beta_i + g_3 \phi_0; \quad X_{oi} = g_2 \beta_0 + g_3 \phi_i; \quad /17/$$

если  $g_2 = 0$ , а  $g_3 \neq 0$ , то

$$J_1 = \frac{(\beta_0 - \beta_i)}{g_3} \left( \frac{1}{X_{ii}} - \frac{1}{X_{oo}} \right),$$

$$J_2 = \frac{(\beta_0 - \beta_i)}{2 g_3} \left( \frac{1}{X_{ii}^2} - \frac{1}{X_{oo}^2} \right),$$

$$J_3 = \frac{(\beta_0 - \beta_i)}{3g_3} \left( \frac{1}{X_{ii}^3} - \frac{1}{X_{oo}^3} \right). \quad /18/$$

Для случая  $g_2 \neq 0, g_3 = 0$  в формулах /18/ необходимо произвести замены:  $g_2$  вместо  $g_3$ ,  $\phi_i$  вместо  $\beta_i$  и  $\phi_0$  вместо  $\beta_0$ .

Таким образом, процедура расчета интенсивности КТИ /1/ сводится к вычислению сумм в выражениях /14/ и /15/. Суммирование выполняется для таких точек обратной решетки  $g_2$  и  $g_3$  и таких значений углов  $\beta_i, \beta_0$  и  $\phi_i, \phi_0$ , для которых справедлива соотношения

$$m < \delta/x, \quad /19/$$

$$M \geq \delta, \quad /20/$$

$$m \geq \delta. \quad /21/$$

Здесь  $m$  и  $M$  - соответственно минимальная и максимальная величины  $X_{kl}$ , найденные по формулам /17/. Условия суммирования /19/-/21/ возникли из /13/ с учетом того, что  $\beta$  и  $\phi$  имеют угловую расходимость. Если выполняются все три условия /19/-/21/, то такие точки обратной решетки дают вклад в интенсивность во всей области углов  $\beta$  и  $\phi$ . Если же выполняются условия /19/ и /20/, а условие /21/ не выполняется, то ищется новая подобласть углов, для которой /21/ также выполняется. Если же не выполняются условия /19/ либо /20/, то такие точки обратной решетки не дают вклада в интенсивность.

В качестве примера рассмотрим случай, когда  $g_2$  и  $g_3 > 0$  и  $\beta_i, \beta_0, \phi_i, \phi_0 > 0$ . При этом  $M = X_{oo}$  и  $m = X_{ii}$ . Если условия /19/-/21/ выполняются, то интенсивность КТИ определяется формулами /1/, /14/, /15/ и либо /16/, либо /18/.

Если условие /21/ не выполняется, то за  $\phi_i$  принимается середина интервала значений  $\phi$ , вновь вычисляется величина  $X_{ii}$  и проверяется это условие. В случае его выполнения величина  $\phi_i$  определяется выражением

$$\phi_i = (\delta - g_2 \beta_i) / g_3, \quad /22/$$

и вновь интенсивность определяется формулами /1/, /14/, /15/ и либо /16/, либо /18/.

Если же /21/ не выполняется, то  $\phi_i$  остается равным середине интервала  $\phi$ , такая же процедура проводится с величиной  $\beta$  и так далее. Конкретные расчеты показали, что для большинства точек обратной решетки условия /19/-/21/ выполняются сразу. В том случае, когда /21/ сразу не выполняется, обычно

достаточно одного, очень редко двух переопределений граничных значений углов.

Аналогичным образом находится область допустимых значений углов и тогда, когда какие-либо из  $g_2, g_3, \beta$  или  $\phi$  принимают отрицательные значения.

Отметим, что если интенсивность КТИ рассчитывается по такой процедуре, то затраты машинного времени по сравнению с непосредственным численным интегрированием /2/ и /3/ снижаются примерно на два порядка.

## СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КТИ. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Хотя когерентный эффект проявляется сильнее для кристаллов с малой дебаевской температурой и постоянной решетки /поэтому чаще всего для генерации КТИ применяется алмаз/, нами рассчитывалась интенсивность КТИ в кристалле кремния. Это связано с тем, что большинство экспериментальных и теоретических исследований излучения каналированных частиц выполнено для кремния, кроме того, из кремния возможно изготовление высококачественных образцов больших размеров, что позволяет полнее использовать пространственное распределение начального пучка частиц.

Ориентация кристалла выбиралась таким образом, чтобы можно было сравнить характеристики спонтанного излучения в случае каналирования в плоскости (110), поэтому угол  $\phi$  отсчитывался от плоскости (110), а угол  $\beta$  - от оси  $\langle 111 \rangle$  /рис. 1/.

На рис. 2-3 показана спектральная плотность КТИ/в единицах спектральной плотности аморфной мишени/ для условий, в которых осуществляется набор статистики эксперимента<sup>/3/</sup> по исследованию излучения каналированных плоскостью позитронов с начальной энергией 10 ГэВ. На рис. а,б,в, где угловая расходимость не указана, ее величина равна 1 мкрад. Расходимость в 50 мкрад выбиралась с учетом того, что эта величина примерно соответствует критическому углу плоскостного каналирования; с другой стороны, достаточно ясно видна важность учета угловой расходимости для расчета спектров. Кроме того, учитывалось, что статистика полезных событий эксперимента прямо пропорциональна величине угловой расходимости, поэтому область изменения угла  $\beta$  на рис. 2 и 3 от 8,2 до 9,2 мрад примерно соответствует угловой расходимости пучка.

Как и ожидалось, спектры представляют собой остроконечную структуру и по величине значительно превышают некогерентное излучение в кристалле. В соответствии с теорией при увеличении углов увеличивается и энергия фотонов когерентных максимумов, а величина интенсивности уменьшается. Результаты интегрирования также вполне понятны, так как фактически сводятся лишь к усреднению пиков. При малых значениях  $\phi$  это усреднение приводит к плавному подъему интенсивности в низкоэнергетической области и

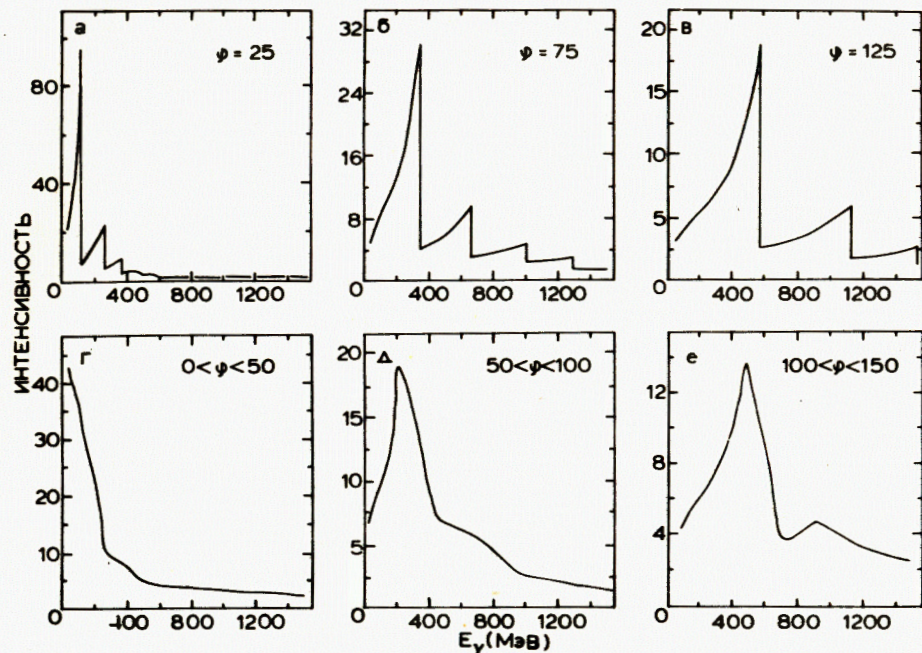


Рис. 2. Спектральная плотность КТИ /в единицах спектральной плотности излучения в аморфной мишени/. По углу  $\beta$  произведено интегрирование в пределах от 8,2 до 9,2 мрад. Величина угла  $\phi$  /или область углов, по которой произведено интегрирование/ относительно плоскости (110) указана в микрограданах.

не дает характерного пика, обусловленного каналированными плоскостью частицами. Конкретные спектры излучения каналированных частиц можно найти в <sup>3,4/</sup>. Существенно, что даже для небольших по сравнению с критическим углом значений  $\phi$  /рис.2а/ теория КТИ дает энергию первого когерентного максимума, значительно превосходящую соответствующую величину для каналированных частиц, равную примерно 50 МэВ. В дальнейшем угловая расходимость приводит только к уменьшению величины максимальной интенсивности и соответствующей ей энергии фотонов, а также к некоторому уширению спектров. Даже без учета перераспределения потока квазиканалированных частиц /в плоскостном случае его влияние, по-видимому, менее существенно, чем для осевого каналирования, где оно проявляется вплоть до 5 - 6 критических углов даже для протонов <sup>17/</sup>/ интегрирование размывает остроконечную структуру спектров.

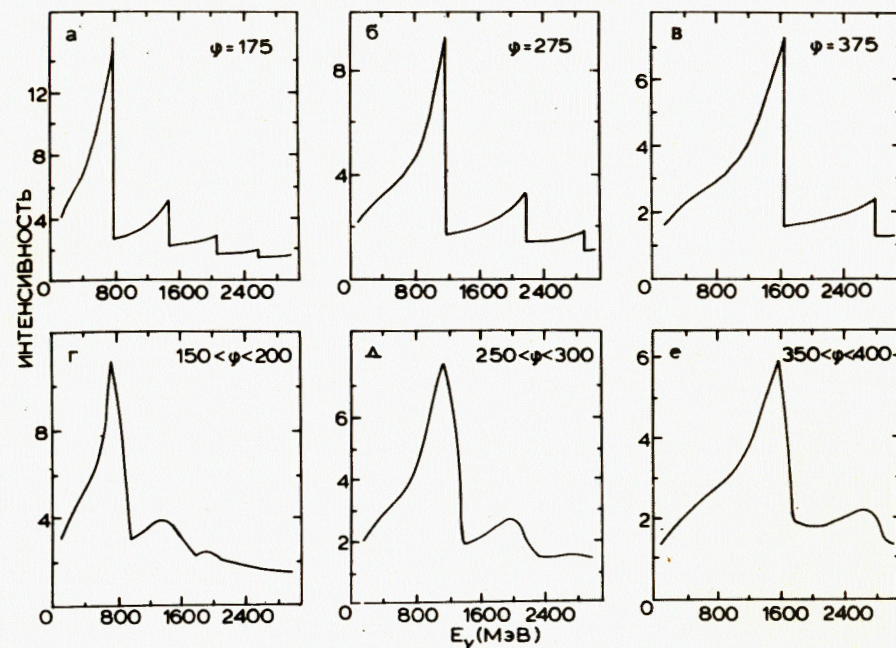


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для других величин углов  $\phi$ .

Таким образом, теория КТИ будет справедлива, по-видимому, только для случаев, показанных на рис.3д, 3е, может быть, 3г, то есть достаточно далеко от области плоскостного каналирования.

На рис. 4,5 показана спектральная плотность КТИ для случаев, когда пучок электронов влетает в кристалл под малыми углами к оси  $\langle 111 \rangle$ . Для рис.а,б,в, где приводятся точные значения  $\phi$ , величина  $\beta$  равна 25 мрад, а расходимость по  $\beta$  и  $\phi$  принималась равной 1 мрад. Для рис. г,д,е область изменения угла  $\beta$  задавалась от 0 до 50 мрад. Результаты расчетов также вполне понятны. Интегрирование приводит к полному размыванию низкоэнергетических пиков для малых значений углов  $\beta$ . В то же время в области, где теория КТИ справедлива /рис. 5/, величина эффекта превосходит случаи, показанные на рис. 2 и 3. Как и в случае плоскостного каналирования, теория КТИ неправильно описывает спектры, соответствующие каналированным частицам, только в этом случае она дает меньшее значение энергии фотонов максимальной интенсивности, чем ожидаемое для аксиально каналированных электронов.

Дальнейший анализ данных эксперимента <sup>3/</sup> позволит более детально уточнить пределы применимости теории КТИ для описания излучения релятивистских частиц в кристаллах.

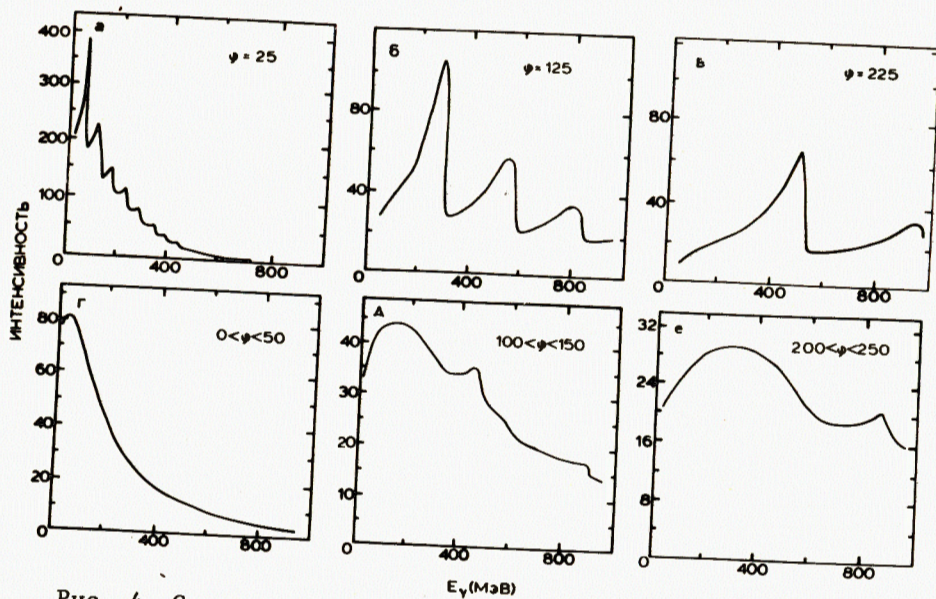


Рис. 4. Спектральная плотность КТИ. Величина угла  $\beta$  для рис. а, б, в равна 25 мкрад. Для рис. г, д, е угловая расходимость по  $\beta$  - от 0 до 50 мкрад.

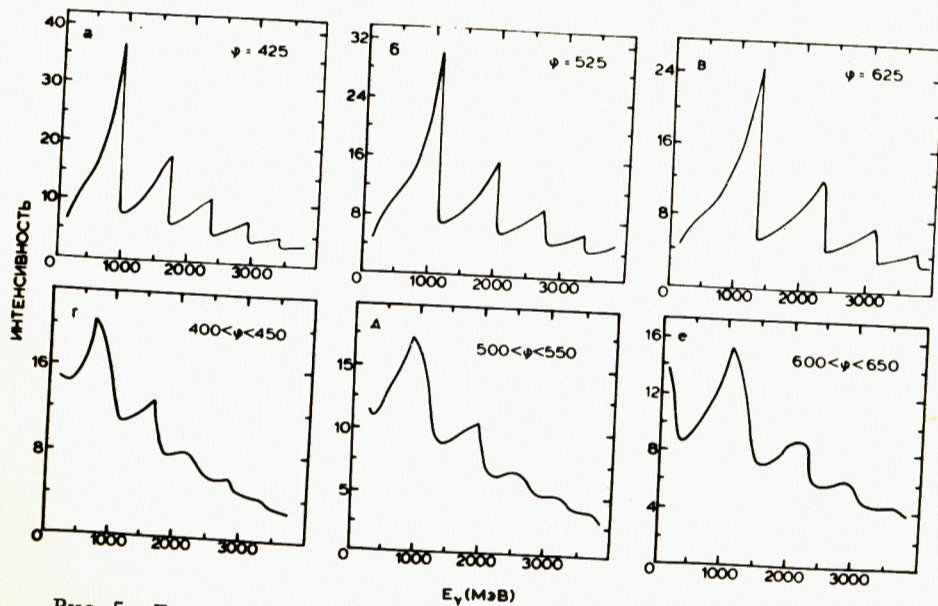


Рис. 5. То же, что на рис. 4, для других величин углов  $\phi$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано:

1. Спектры, получаемые по теории КТИ для условий, соответствующих каналированию частиц в кристаллах, не совпадают со спектрами спонтанного излучения при каналировании.

2. Положение максимумов спектральной плотности излучения и их ширина определяются величинами углов  $\phi$  и  $\beta$  и их угловой расходимостью и для случая плоскостного каналирования находятся в более высокой, а для осевого - в менее высокой области энергий фотонов.

3. Интенсивность КТИ значительно превосходит некогерентное тормозное излучение в кристалле, поэтому при интерпретации экспериментальных данных необходимо учитывать вклад КТИ, возникающего от деканализованных и не захваченных в режим каналирования частиц. Это особенно актуально для экспериментов, где не существует отбора полезных событий по углам влета и вылета частиц /например, системы координатных детекторов, состоящих из дрейфовых или других камер/, особенно для излучения при аксиальном каналировании, так как в этом случае доля захваченных в каналы частиц часто меньше 40% от падающего пучка.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность М.А.Кумахову за полезные обсуждения и поддержку.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kumakhov M.A. Phys.Lett., 1976, 57A, p. 17; Кумахов М.А. ЖЭТФ, 1977, 72, с. 1489.
2. Мирошниченко И.И. и др. Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, с. 786.
3. Головатюк В.М. и др. ОИЯИ, Д1-81-592, Дубна, 1981; Filatova N.A. et al. Phys.Rev.Lett., 1982, 48, p. 488.
4. Atkinson M. et al. Phys.Lett., 1982, 110B, p. 162.
5. Alguard M.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1979, 42, p. 1148; Alguard M.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p. 1723.
6. Andersen J.U. et al. Phys.Lett., 1979, 88B, p. 387.
7. Gue N. et al. Phys.Lett., 1980, 80A, p. 26.
8. Жеваго Н.К. ЖЭТФ, 1978, 75, с. 1389.
9. Кумахов М.А., Трикалинос Х.Г. ЖЭТФ, 1980, 78, с. 1623.
10. Базылев В.А. и др. ЖЭТФ, 1981, 80, с. 608.
11. Байер В.Н. и др. ЖЭТФ, 1981, 80, с. 1348.
12. Ахизер А.И. и др. ЖЭТФ, 1979, 76, с. 1244.
13. Подгорецкий М.И. ЯФ, 1980, 31, с. 417.

14. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. ДАН СССР, 1980, 251, с. 331.
15. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Изд.АН АрмССР, Ереван, 1969.
16. Tim U. Fortschritte der Physik, 1969, 17, p. 765.
17. Sun C.R. Nucl.Instr. and Meth., 1982, 194, p. 125.

Зимин Н.И.

P1-83-294

О когерентном тормозном излучении  
и излучении каналированных релятивистских частиц  
в кристаллах

Рассчитаны спектры когерентного тормозного излучения /КТИ/ релятивистских электронов /позитронов/, движущихся в кристалле, при условиях каналирования и квазичанелирования. Предложена процедура расчета спектра КТИ с учетом расходимости падающего пучка частиц. Проведено сравнение спектров КТИ и спонтанного излучения при каналировании. Показано, что теория КТИ не может правильно описать излучение при каналировании. В то же время показано, что интенсивность КТИ может в десятки раз превосходить некогерентное излучение в кристалле, и поэтому при анализе экспериментальных данных необходимо учитывать вклад КТИ от деканалированных и не захваченных в режим каналирования частиц.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Zimin N.I.

P1-83-294

Coherent Bremsstrahlung and Radiation  
of Relativistic Channeled Particles in Crystals

Spectra of radiation for electrons (positrons) moving inside a crystal have been calculated using the coherent bremsstrahlung theory. The calculations have been made for channeled and quasichanneled particles taking into account incident beam angular divergence. It is shown that the coherent bremsstrahlung theory cannot describe the radiation of relativistic channeled particles correctly. For nonchanneled particles the coherent bremsstrahlung intensity can exceed the incoherent radiation in a crystal by a factor of dozens.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод автора.

Рукопись поступила в издательский отдел  
4 мая 1983 года.