

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 346.46  
Г-362

20/5-75

P1 - 8235

199/2-75

К.Георгеску, А.Михул, И.В.Фаломкин, Ю.А.Щербаков

$\pi^4$  He -УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ  
В ИМПУЛЬСНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

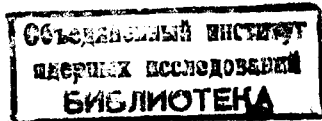
**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P1 - 8235

К.Георгеску, А.Михул, И.В.Фаломкин, Ю.А.Щербаков

$\pi$  <sup>4</sup> He -УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ  
В ИМПУЛЬСНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ



## Введение

В последнее время появился ряд работ, посвященных исследованию взаимодействия пионов с легкими ядрами. Особый интерес представляют такие легкие ядра, как  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{He}$  /1-3/. Это, в частности, связано с возможностью проверки теории импульсного приближения /4/ и ее более совершенных вариантов, разработанных на основе теории Ватсона /5/ и используемых в настоящее время в виде представления Глаубера для интерпретации экспериментов по взаимодействию мезонов и нуклонов высоких энергий с ядрами. Оптическая модель, применение которой оказывается успешным для тяжелых и средних ядер, весьма уязвима в случае легких ядер. Изучая рассеяние пионов на легких ядрах, можно надеяться проследить связь между фазами пион-нуклонного рассеяния в свободном и связанном состояниях. В настоящей работе мы предприняли попытку рассмотреть эту проблему, пользуясь некоторыми упрощениями.

Рассмотрим рассеяние пионов на ядре  ${}^4\text{He}$  в интервале энергий 50-150 МэВ в импульсном приближении. Это означает, что мы пренебрегаем энергией связи нуклонов во время столкновения и считаем, что пион рассеивается на одном из нуклонов ядра. Такой подход оправдан тем, что ядро  ${}^4\text{He}$  - легкое.

Итак, полагаем, что операторы рассеяния частицы на связанном  $t_i(E)$  и свободном  $\tau_i(E)$  нуклонах равны /однако при разных значениях аргумента - энергии взаимодействующей системы/:  $t_i(E) = \tau_i(E')$ . Такой подход позволяет выбрать  $E'$  в таком виде, чтобы второй член /5/ в равенстве

$$t_i(E) = \tau_i(E) + \tau_i(E) \cdot f(E)$$

оказался минимальным.

При вычислении амплитуды рассеяния воспользуемся методом парциальных волн. Возьмем экспериментальные значения фаз рассеяния пионов на свободном нуклоне, вычислим отсюда сечение рассеяния  $\pi^4\text{He}$  и сравним полученные сечения с экспериментальными.

При вычислении сечений необходимо, разумеется, произвести усреднения по различным изотоп-спиновым состояниям системы  $\pi\text{N}$  и состояниям по угловому моменту. Далее полагаем, что при рассеянии пионов ядро  $^4\text{He}$  не возбуждается /аппроксимация когерентного рассеяния/, и, кроме того, при вычислении амплитуд рассеяния делаем статическую аппроксимацию, т.е. пренебрегаем отдачей ядра и внутриядерным движением нуклонов в нем. Вследствие этого в выражении для  $f_\alpha$  ядерной амплитуды рассеяния  $\pi^4\text{He}$  появляется /6/ факторизованный формфактор  $F_\alpha(q^2)$ :

$$f_\alpha = A \cdot F_\alpha(q^2) \cdot f_N,$$

где  $A$  - число нуклонов в ядре  $\text{He}$ ,  $q$  - передаваемый импульс и  $f_N$  - усредненная по всем изотопическим и спиновым состояниям ядерная амплитуда для рассеяния пиона на нуклоне ядра гелия.

Итак, для сечения упругого рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов на  $^4\text{He}$  имеем:

$$\frac{d\sigma^\pm(\theta)}{d\Omega} = [A \cdot F_\alpha(q^2) \cdot f_N^\pm(\theta) + f_c^\pm(\theta)] \quad /1/$$

где  $f_c$  - кулоновская амплитуда рассеяния, которую берем в таком же виде, как в нашей предыдущей работе /7/.

#### Усреднение по спину и изоспину

Для ядерной амплитуды рассеяния пиона на свободном нуклоне в определенном изотоп-состоянии без переворота спина имеем /8/.

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} [(\ell+1)f_{\ell+} + \ell \cdot f_{\ell-}] P_\ell(\cos\theta), \quad /2/$$

где

$$f_{\ell^\pm} = \frac{e^{2i\delta_{\ell^\pm}} - 1}{2ik},$$

а обозначения  $\ell^+$  и  $\ell^-$  показывают, направлен ли спин нуклонов по направлению  $\ell$  или против него ( $\ell^+ = \ell + \frac{1}{2}$ ,  $\ell^- = \ell - \frac{1}{2}$ ).

Поскольку спин ядра  $^4\text{He}$  равен нулю, то амплитуду рассеяния с переворотом спина можно не учитывать, т.к. после усреднения по всем состояниям она должна обратиться в нуль.

При интересующих нас энергиях пионов /до 150 МэВ/ можно ограничиться учетом только  $S$ -,  $P$ - и  $D$ - волн. Тогда амплитуда имеет вид:

$$f(\theta) = f_0 + (2f_{1+} + f_{1-}) \cos\theta + \frac{1}{2}(3f_{2+} + 2f_{2-})(3\cos^2\theta - 1). \quad /3/$$

В общем виде можно написать

$$f(\theta) = S + P \cdot \cos\theta + D \cdot \frac{3\cos^2\theta - 1}{2}, \quad /4/$$

где

$$S = f_0 \equiv S_{T1}$$

$$P = 2f_{1+} + f_{1-} \equiv 2P_{T3} + P_{T1}$$

$$D = 3f_{2+} + 2f_{2-} \equiv 3D_{T5} + 2D_{T3}$$

и  $T$  - значение изотопического спина системы пион-нуклон.

Введем усредненную по изотоп-спиновым состояниям амплитуду рассеяния для системы пион-нуклон ядра  $^4\text{He}$ :

$$f_N^\pm = \frac{1}{4} (2\langle \pi^\pm p \rangle + 2\langle \pi^\pm n \rangle) = \frac{1}{3} (2f_{3/2} + f_{1/2}), \quad /5/$$

поскольку

$$\langle \pi^+ p \rangle = \langle \pi^- n \rangle = f_{3/2},$$

$$\langle \pi^- p \rangle = \langle \pi^+ n \rangle = \frac{1}{3} (f_{3/2} + 2f_{1/2}) .$$

Учитывая соотношения /4/, окончательно получаем амплитуду для S, P и D волн в следующем виде:

$$S = \frac{1}{3} (2S_{31} + S_{11}) \quad /6/$$

$$P = \frac{1}{3} (4P_{33} + 2P_{31} + 2P_{13} + P_{11})$$

$$D = \frac{1}{3} (6D_{35} + 4D_{33} + 3D_{15} + 2D_{13})$$

### Вычисление сечений

Для вычисления дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\pi^4 \text{He}$  при различных энергиях берутся фазы свободного  $\pi N$ -рассеяния из работы /8/. В дальнейшем некоторые значения фаз мы выберем в качестве параметров с тем, чтобы учесть связанность нуклона в ядре.

Если употребить волновую функцию ядра  $^4\text{He}$  в гауссовой форме, то для формфактора имеем:

$$F_a(q^2) = \exp\left(-\frac{1}{6} q^2 R^2\right).$$

При вычислении сечений нам необходимо, кроме того, связать кинематические переменные для взаимодействий  $\pi N$  и  $\pi \text{He}$ .

Для этого полагаем

$$q^2 = q_N^2 = q_a^2, \quad /7/$$

т.е.

$$q^2 = 2k_N^2 (1 - \cos \theta_N) = 2k_a^2 (1 - \cos \theta_a).$$

Отсюда

$$\cos \theta_N = 1 - \frac{k_a^2}{k_N^2} (1 - \cos \theta_a).$$

При вычислениях используем все /в том числе и нефизические/ значения  $\cos \theta_N$ . Это соотношение важно, т.к. если  $\cos \theta_N = \cos \theta_a$ , то минимум в дифференциальных сечениях получается при  $\sim 90^\circ$ , что не согласуется с экспериментальными данными. При энергии 100 МэВ первый минимум находится при  $\sim 75^\circ$ . Его положение очень медленно меняется с изменением энергии от 60 до 150 МэВ.

В качестве параметров были выбраны  $R(^4\text{He})$ ,  $\delta_{33}^1$  /фаза волны  $P_{33}$  / и  $\rho$ -введенная в S-волну мнимая часть так, что  $S \rightarrow S + i\rho$ .

В районе резонанса 3/2, 3/2 фаза  $\delta_{33}^1$  является доминирующей и парциальное сечение с этой фазой дает основной вклад во все полное сечение  $\pi N$ -рассеяния. В диапазоне энергий 70-250 МэВ фазы  $\delta_{33}^1$  примерно на порядок превышают остальные фазы P-волны. Это в какой-то мере оправдывает варьирование только этой фазы, несмотря на то, что при взаимодействии пиона с нуклонами ядра участвуют изотопические состояния, отличные от основного резонансного. Правомочность такого допущения должна быть пересмотрена по мере дальнейшего повышения точности экспериментальных данных.

В работах /6/ при аппроксимации экспериментальных данных в качестве параметра берется либо вся S-волна в форме  $S = 2\delta_{31} + \delta_{11}$ , либо вся P-волна в форме  $P = 4\delta_{33} + 2\delta_{13} + 2\delta_{31} + \delta_{11}$  во всем рассматриваемом энергетическом интервале /24-68 МэВ/. При таких энергиях, по-видимому, не очень корректно заменять амплитуды фазами, и, кроме того, эти амплитуды сильно зависят от энергии.

Добавка  $\rho$  необходима в связи с тем, что на связанных нуклонах возможно поглощение, и, согласно оптической теореме, можно, по-видимому, /6/ следующим образом связать  $\rho$  с полным сечением неупругих процессов на гелии:

$$\sigma_{inel} = \frac{4\pi}{k_N^2} A \cdot \rho. \quad /8/$$

При вычислениях сечений и сравнении с экспериментальными данными использовалась программа минимизации функционалов FUMILI /9/.

## Результаты

Для сравнения с результатами нашей работы<sup>/3/</sup> мы сначала сделали вычисление при  $R_{\text{фикс.}} = 1,45 \text{ Фм/с}$  учетом размеров протона:  $R = \sqrt{R_{\text{Э.М.}}^2 - R_p^2}$ , где  $R_{\text{Э.М.}} = 1,65 \text{ Фм}$ ;  $R_p = 0,8 \text{ Фм/}$ , а затем использовали только один параметр, а именно  $R$ . На рис. 1 показаны экс-

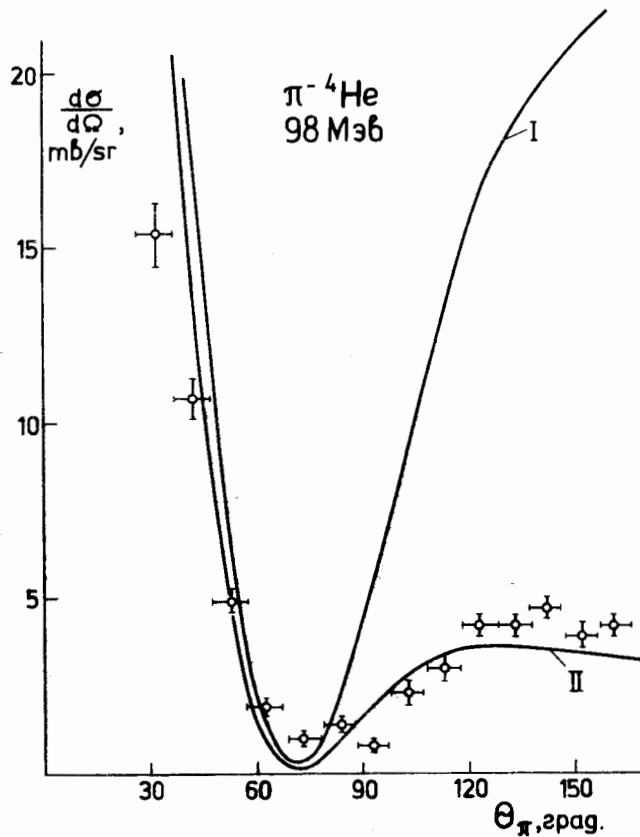


Рис. 1. Аппроксимация экспериментального углового распределения  $\pi^-^4\text{He}$ -упругого рассеяния при энергии 98 МэВ с одним параметром  $R(^4\text{He})$  - кривая II. Также показаны результаты расчета при фиксированном  $R = 1,45 \text{ Фм}$  /кривая I/.

периментальные результаты при энергии 98 МэВ и две указанные аппроксимации I и II. Видно, что зависимость от  $R$  очень сильная и, кроме того, очевидно, что одного параметра явно недостаточно. На это указывают слишком большие значения  $\chi^2$ :

	$R, \text{Фм}$	$\chi^2$
I	1,45 /фиксировано/	10 <sup>4</sup>
II	/1,956 ± 0,015/	211

На рис. 2а,б показаны результаты аппроксимации тех же данных по  $\pi^-^4\text{He}$ -рассеянию с тремя параметрами:  $R$ ,  $\delta_{33}^1$  и  $\rho$ . Видно, что в этом случае согласие с экспериментом оказывается вполне удовлетворительным.

В табл. 1 приведены результаты вычислений с указанными параметрами для всех имеющихся при различных энергиях /в диапазоне 50-154 МэВ/ экспериментальных данных по  $\pi^-^4\text{He}$ -рассеянию.

На рис. 3,4 и б показаны, соответственно, зависимости параметров  $R$ ,  $\rho$  и  $\delta_{33}^1$  от кинетической энергии пиона.

## Обсуждение результатов

Из рис. 3 видно, что  $R(^4\text{He})$  вообще говоря, не растет с энергией пиона, а колеблется около некоторого среднего значения, близкого к электромагнитному радиусу ядра  $^4\text{He}$  /1,65 Фм/.

Что касается параметра  $\rho$ , то здесь видна определенная зависимость от энергии, а именно: наблюдается рост  $\rho$  с энергией пиона. Поскольку этот параметр связан с сечением неупругих процессов, то было бы интересно сравнить эти сечения, полученные из формулы /8/, с экспериментальными при различных энергиях. К сожалению, к настоящему времени имеется очень мало экспериментальных данных о сечениях неупругого взаимодействия пиона с ядром гелия. На рис. 5 показана зави-

Таблица I

Т, МэВ	Знак	$R, f_m$	$\delta_{33}^1, \text{град}$	$\rho$	$K_N, f_m^{-1}$	$\sigma_{inc}, \text{МбН}$	$\chi^2/\nu_{exp}$	Эксперимент
50	-	$1,54 \pm 0,10$	$5,80 \pm 0,29$	$0,052 \pm 0,011$	0,544	$88,5 \pm 18,8$	2,7	Block et al. / 1/
	+	$1,35 \pm 0,11$	$4,81 \pm 0,29$	$0,037 \pm 0,008$		$62,9 \pm 13,6$	1,2	
51	-	$1,57 \pm 0,02$	$5,21 \pm 0,06$	$0,042 \pm 0,001$	0,550	$70,0 \pm 2,2$	1,5	Crowe et al. / 2/
	+	$1,46 \pm 0,03$	$4,59 \pm 0,06$	$0,040 \pm 0,001$		$67,5 \pm 2,2$	2,5	
58	-	$1,56 \pm 0,06$	$7,68 \pm 0,34$	$0,052 \pm 0,014$	0,589	$75,5 \pm 20,4$	10,7	Block et al. / 1/
	+	$1,56 \pm 0,06$	$6,48 \pm 0,29$	$0,055 \pm 0,009$		$79,8 \pm 13,2$	1,4	
60	-	$1,70 \pm 0,01$	$7,05 \pm 0,06$	$0,052 \pm 0,002$	0,600	$72,6 \pm 2,7$	22	Crowe et al. / 2/
	+	$1,70 \pm 0,01$	$6,60 \pm 0,06$	$0,047 \pm 0,001$		$65,6 \pm 1,4$	44	
65	-	$1,70 \pm 0,05$	$10,38 \pm 0,40$	$0,099 \pm 0,012$	0,627	$126,8 \pm 15,4$	0,2	Block et al. / 1/
	+	$1,59 \pm 0,06$	$8,15 \pm 0,40$	$0,068 \pm 0,013$		$87,2 \pm 16,7$	4,0	
68	-	$1,70 \pm 0,01$	$8,36 \pm 0,08$	$0,063 \pm 0,002$	0,643	$76,8 \pm 2,4$	13,7	Crowe et al. / 2/
	+	$1,73 \pm 0,01$	$8,31 \pm 0,07$	$0,058 \pm 0,002$		$70,5 \pm 2,0$	3,2	
68	-	$1,61 \pm 0,05$	$7,22 \pm 0,34$	$0,079 \pm 0,011$	0,643	$96,1 \pm 13,4$	1,6	Falomkin et al. / 3/
	+	$1,73 \pm 0,05$	$8,54 \pm 0,40$	$0,049 \pm 0,015$		$59,7 \pm 18,3$	1,8	
75	-	$1,76 \pm 0,02$	$10,50 \pm 0,06$	$0,080 \pm 0,002$	0,679	$87,3 \pm 2,0$	48	Crowe et al. / 2/
	+	$1,79 \pm 0,02$	$10,30 \pm 0,06$	$0,073 \pm 0,002$		$79,7 \pm 2,0$	55	
98	-	$1,70 \pm 0,02$	$14,05 \pm 0,52$	$0,163 \pm 0,041$	0,783	$134,0 \pm 33,6$	2,4	Falomkin et al. / 3/
	+	$1,62 \pm 0,03$	$13,92 \pm 0,63$	$0,162 \pm 0,036$		$133,0 \pm 29,6$	2,9	
153	-	$1,66 \pm 0,03$	$26,45 \pm 1,09$	$0,402 \pm 0,051$	1,015	$195,7 \pm 24,8$	1,5	Budagov et al. / 10/
	+	$1,78 \pm 0,03$	$32,38 \pm 1,89$	$0,336 \pm 0,062$		$163,7 \pm 30,2$	1,9	
154	-	$1,71 \pm 0,04$	$39,92 \pm 2,81$	$0,351 \pm 0,089$	1,015	$171,1 \pm 43,3$	1,0	Falomkin et al. / 3/

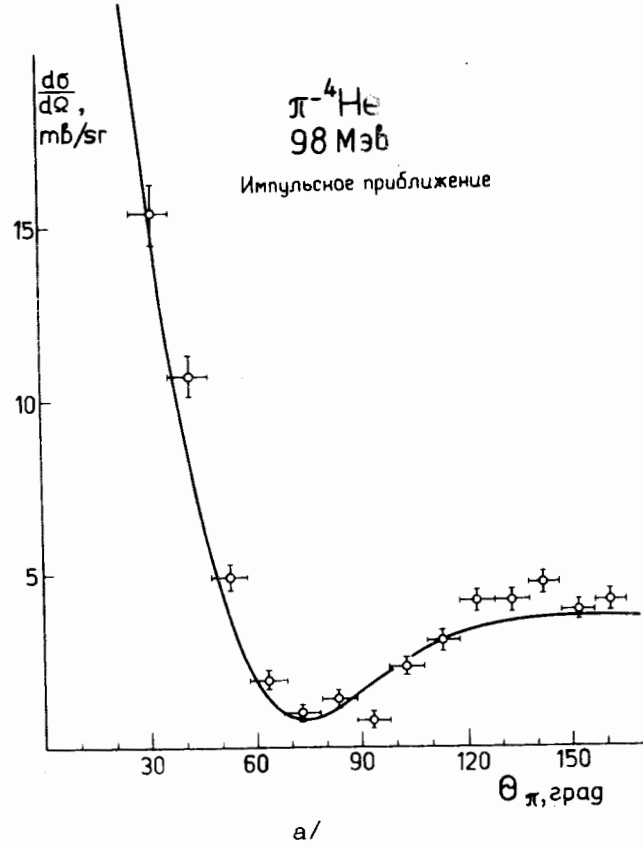
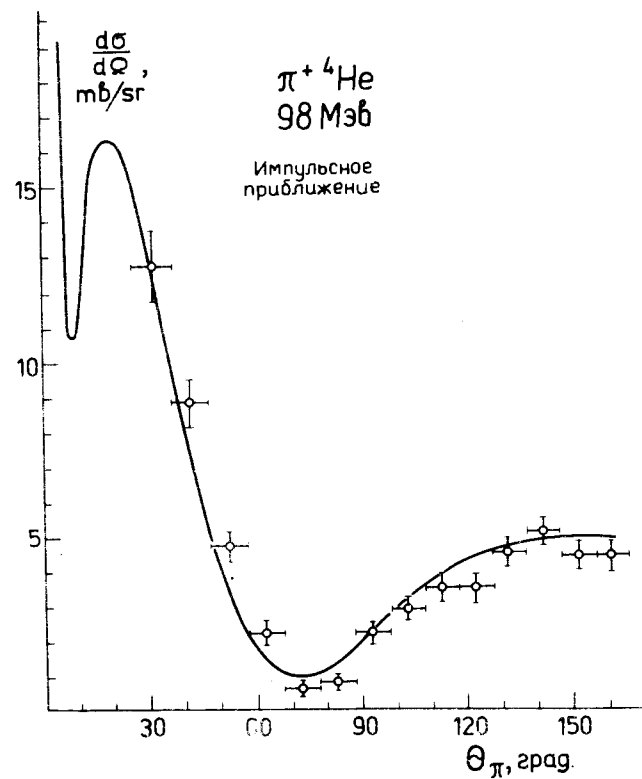


Рис. 2. Аппроксимация  $\pi^{-4}\text{He}$ -рассеяния при 98 МэВ с тремя параметрами  $R$ ,  $\delta_{33}^1$  и  $\rho$  для  $a/\pi^{-4}\text{He}$  и  $b/\pi^{+4}\text{He}$ .



6/

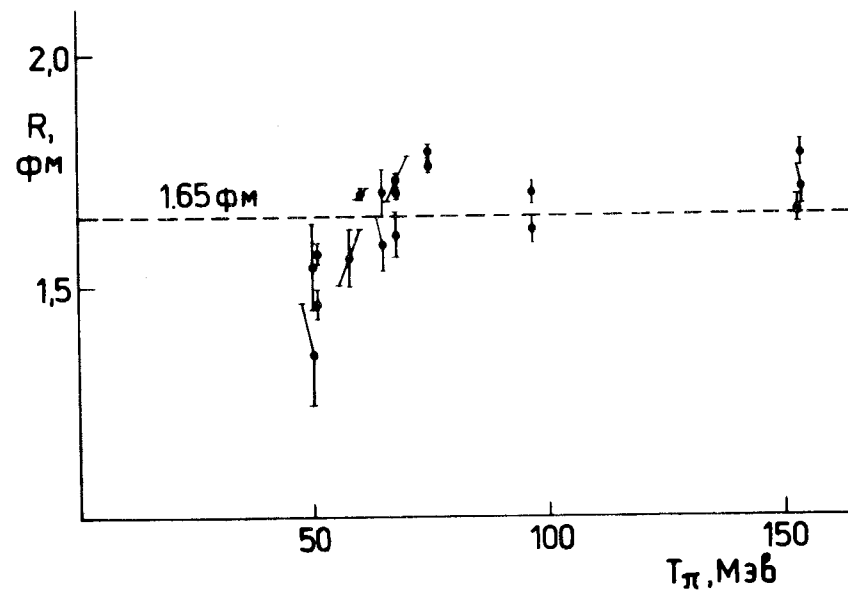


Рис. 3. Зависимость параметра  $R({}^4\text{He})$  от кинетической энергии пиона.



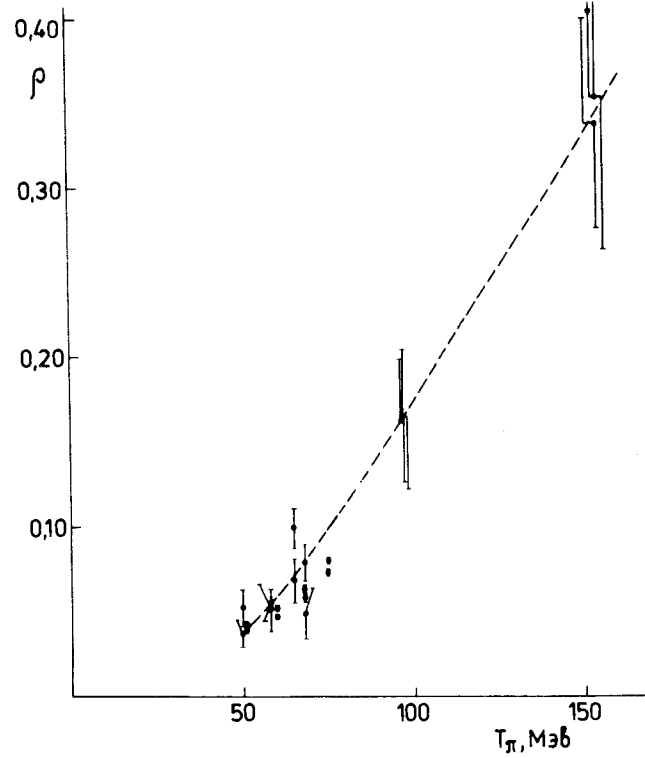


Рис. 4. Зависимость параметра  $\rho$  от кинетической энергии пиона.

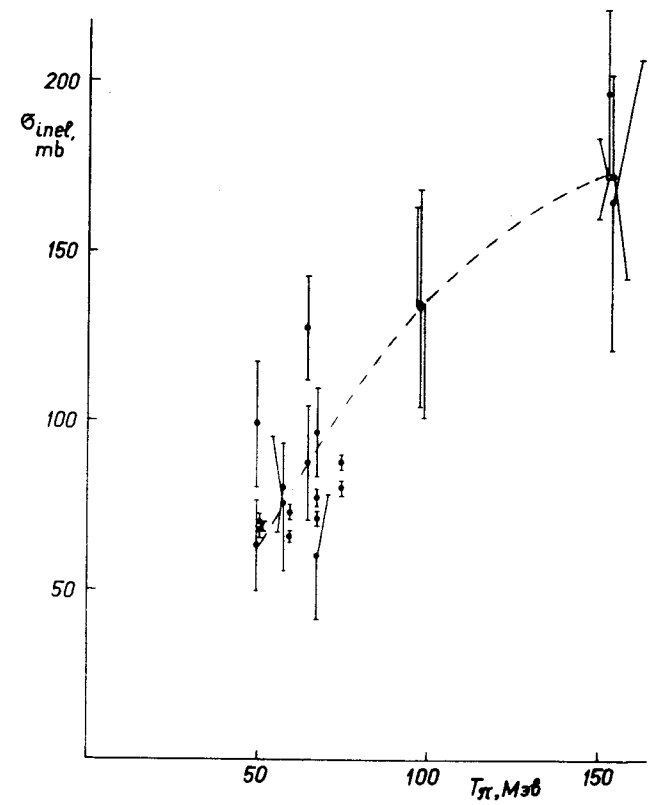


Рис. 5. Зависимость сечения  $\sigma_{inel}$ , вычисленного на основе параметра  $\rho$ , от кинетической энергии пиона;  $\bullet$  - экспериментальная точка /10/.

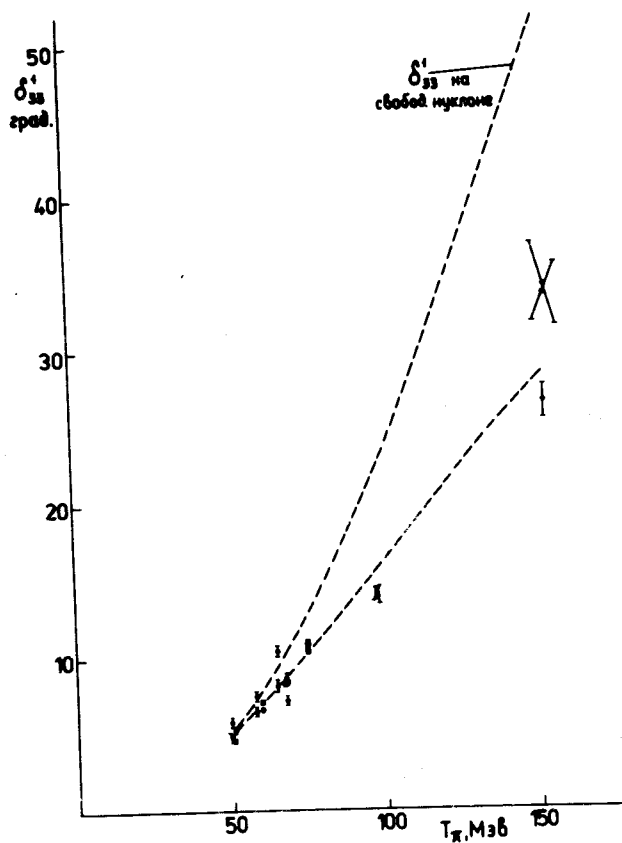


Рис. 6. Зависимость параметра  $\delta_{33}^1$  от кинетической энергии пиона /показана также аналогичная зависимость для свободного  $\pi N$ -рассеяния/.

симось сечения  $\sigma_{inel}$ , вычисленного по формуле /8/, от кинетической энергии пиона.

Там же показана экспериментальная точка для  $\sigma_{inel}$  из работы /10/. Величина сечения хорошо согласуется с вычисленными значениями.

Поведение параметра  $\delta_{33}^1$  с энергией воспроизводит характер энергетической зависимости для фазы  $\delta_{33}^1$ , доминирующей в свободном  $\pi N$ -рассеянии. Однако он систематически меньше, чем при свободном рассеянии.

Наблюдаемый эффект эквивалентен уменьшению энергии пиона при его взаимодействии со связанным нуклоном ядра. Для удовлетворительного описания экспериментальных данных необходимо брать фазу при меньшей энергии налетающего пиона. Это, по-видимому, указывает на сильную роль эффекта затухания в ядерном веществе налетающей пионной волны. Из рис. 4 видно, что с приближением к резонансной энергии эффект растет по абсолютной величине.

Если посмотреть на расчеты, сделанные по теории Глаубера /11/, то видно, что экспериментальные дифференциальные сечения  $\pi He$ -упругого рассеяния примерно в той же области энергий описываются менее удовлетворительно. Наилучшее согласие здесь достигается только для малых углов рассеяния /до первого минимума/.

Ранее упругое рассеяние пионов на гелии при энергии 24-153 МэВ сопоставлялось с расчетом по модели Кисслингера /12/. В этом случае, чтобы получить удовлетворительное согласие с экспериментальными данными, приходится брать в качестве параметров четыре или пять величин, связанных с фазами пион-нуклонного рассеяния и с формфактором ядра гелия /параметры  $b_0$ ,  $b_1$  - комплексные величины и  $R$  - радиус ядра/.

Результаты данной работы показывают, что, несмотря на использование в расчетах простой модели, удается получить достаточно хорошее описание упругого  $\pi^4 He$ -рассеяния в значительном интервале энергий.

В заключение авторы хотели бы выразить благодарность В.Б.Беляеву, Ф.Никитиу и Р.А.Эрамжяну за полезные обсуждения.

## Литература

1. M.M.Block, I.Kenyon, J.Keren, D.Koetke, P.Malhotra, R.Walker, H.Winzeler. *Phys.Rev.*, 169, 1074 (1968).
2. K.W.Crowe, A.Fainberg, J.Miller, A.Parsons. *Phys.Rev.*, 180, 1349 (1969).
3. I.V.Falomkin, M.M.Kulyukin, V.I.Lyashenko, F.Ch.Nichitiu, G.B.Pontekorvo, Yu.A.Shcherbakov. *Lett.Nuovo.Cim.*, 3, 461(1972).  
I.V.Falomkin, G.Georgescu, M.M.Kulyukin, V.I.Lyashenko, A.Mihul, F.Nichitiu, G.Pontekorvo, Yu.A.Shcherbakov. *Lett.Nuovo Cim.*, 5, 1121 (1972). I.V.Falomkin et al. *Nuov. Cim.*, 21A, 168 (1974).
4. G.F.Chew, M.L.Goldberger. *Phys.Rev.*, 87, 789 (1952).
5. K.W.Watson, M.L.Goldberger. *Collision Theory*, New York 1964.
6. M.M.Block, D.Koetke. *N.P. B5*, 451 (1968).  
M.M.Block et al. *Phys.Lett.*, 26B, 464 (1968).
7. I.V.Falomkin, M.M.Kulyukin, V.I.Lyashenko, A.Mihul, F.Nichitiu, G.Piragino, G.Pontekorvo, Yu.A.Shcherbakov. Preprint JINR, E1-6534, Dubna, 1972.
8. D.J.Herndon, A.Barbaro-Galtieri, A.H.Rosenfeld. *Partial-Wave Amplitudes (a compilation)*. Preprint UCRL 20030 (1970).
9. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1961.
10. Ю.А.Будагов, П.Ф.Ермолов, В.А.Кушниренко, В.И.Москалев. *ЖЭТФ*, 42, 1191 /1962/.
11. J.M.Eisenberg. *Proc. of the Intern. Conf. on Few Particle Problems in the Nuclear Interaction*, Los Angeles 1972, p. 796.
12. E.H.Auerbach. *Phys.Rev.*, 162, 1683 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел  
30 августа 1974 года.