

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

352/83

12/1-83

P1-82-688

Б.Словинский, В.Чай*,
С.Пржибышевска-Чай*, А.Банцрек*

ПРОДОЛЬНОЕ РАЗВИТИЕ
ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛАВИН,
ВЫЗВАННЫХ ГАММА-КВАНТАМИ
С ЭНЕРГИЕЙ $E_\gamma = /60 - 3000/$ МэВ

* Институт физики Варшавского технического университета

1982

I. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что зависимость плотности средних ионизационных потерь ливневых электронов и позитронов /далее: электронов/ в электронно-фотонных лавинах /ЭФЛ/, вызванных гамма-квантами больших энергий / $E_\gamma \geq 100$ МэВ/ в плотных средах, от глубины t развития ЭФЛ можно аппроксимировать гауссоподобной функцией^{/1-4/}:

$$f(E_\gamma, E_0, t) = a^*(E_\gamma, E_0) \cdot t^{\gamma(E_\gamma, E_0)} \exp[-\beta(E_\gamma, E_0)t^2]. \quad /1/$$

Здесь t отсчитывается от точки конверсии гамма-кванта, образующего ЭФЛ, E_0 - энергия обрезания ливневых электронов. Параметры a^* , β и γ определяются по экспериментальным данным. Установлена также их зависимость от энергии E_γ ^{/2-4/}:

$$a^* = a_1 E_\gamma^{b_1}, \quad /2/$$

$$\beta = a_2 \cdot E_\gamma^{-b_2} + c, \quad /3/$$

$$\gamma = a_3 \cdot E_\gamma^{b_3}, \quad /4/$$

где величины a_i , b_i / $i = 1, 2, 3$ / и c - основные параметры модели /1/. Оценки численных значений этих параметров получены ранее^{/2,3/}. Так как величины a^* , β и γ связаны зависимостью^{/2,3/}:

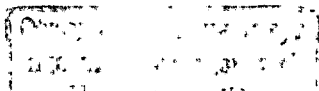
$$a^* = E_\gamma \cdot 2\beta^{(\gamma+1)/2} / \Gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}\right), \quad /5/$$

вытекающей из условия нормировки

$$\int_0^\infty f(E_\gamma, E_0, t) \cdot dt = E_\gamma / \text{МэВ}, \quad /6/$$

то, в сущности, модель /1/ продольного распределения средних ионизационных потерь ливневых электронов содержит лишь 4 или 5 констант /например, a_1 , b_1 , a_3 , b_3 или a_2 , b_2 , c , a_3 , b_3 /.

Целью настоящей работы является дальнейшее изучение структуры средних ионизационных потерь электронов в ЭФЛ и соответствующих им флуктуаций в продольном развитии ливней, инициируемых гамма-квантами с энергией $E_\gamma = /60-3000/$ МэВ.



II. ЭКСПЕРИМЕНТ

В качестве экспериментального материала были использованы снимки с ксеноновых пузырьковых камер ОИЯИ и ИТЭФ /Москва/, облученных в пучках π -мезонов с импульсами 2,34 ГэВ/с и 3,5 ГэВ/с, соответственно. Методика измерений частичных длин пробегов ливневых электронов, по которым определялись частичные ионизационные потери, описана ранее /например, ^{3,4/}/. В данной работе использованы также результаты измерений, полученные нами в ^{3,4/}. Суммарное число проанализированных случаев ЭФЛ и соответствующие им значения E_γ приведены в табл.1.

Таблица 1

Число N_γ проанализированных случаев ЭФЛ и соответствующие им значения энергии гамма-квантов, вызывающих эти ливни

N_γ	E_γ /МэВ/	N_γ	E_γ /МэВ/
23	65 \pm 5	75	555 \pm 55
23	75 \pm 5	82	680 \pm 70
46	85 \pm 5	129	875 \pm 125
130	100 \pm 10	108	1125 \pm 125
143	120 \pm 10	92	1375 \pm 125
208	145 \pm 15	61	1625 \pm 125
190	175 \pm 15	51	1875 \pm 125
191	210 \pm 20	31	2125 \pm 125
136	255 \pm 25	27	2375 \pm 125
121	310 \pm 30	17	2625 \pm 125
82	375 \pm 35	7	2875 \pm 125
72	455 \pm 45		

III. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

В результате выполненного статистического анализа экспериментальных данных были получены численные значения параметров a_i , b_i / $i = 1, 2, 3$ / и c /формулы /2/, /3/ и /4//, полностью определяющих функцию /1/ распределения средних ионизационных потерь ливневых электронов вдоль оси развития ЭФЛ. Эти значения помещены в табл.2.

Таблица 2

Численные значения параметров a_i , b_i / $i = 1, 2, 3$ / и c в формулах /2/-/4/ и соответствующие им значения тестовой статистики χ_n^2/n . E_0 - энергия обрезания ливневых электронов. Глубина t развития ливня выражена в единицах, равных 0,588 рад.ед.

i	$E_0 = 1,5$ МэВ			$E_0 = 3$ МэВ		
	a_i	b_i	χ_n^2/n	a_i	b_i	χ_n^2/n
1	26,1 \pm 3,0	0,10 \pm 0,02	9,4/21	31,0 \pm 3,6	0,09 \pm 0,02	5,2/21
2	58 \pm 16	1,30 \pm 0,06	12,4/20	67 \pm 19	1,32 \pm 0,06	13,4/20
3	0,081 \pm 0,020	0,32 \pm 0,04	2,6/21	0,051 \pm 0,015	0,37 \pm 0,04	2,2/21
$c = 0,0092 \pm 0,0007$			$c = 0,0089 \pm 0,0007$			

Можно сделать вывод о том, что при достигнутой точности эксперимента не наблюдается заметной зависимости основных параметров формулы /1/ от энергии E_0 обрезания ливневых электронов. Представляет также интерес вопрос о поведении этих параметров при энергиях E_γ гамма-квантов в интервале значений, превышающих верхнюю границу интервала, рассматриваемого в настоящей работе, т.е. при $E_\gamma > 3$ ГэВ. Иными словами - насколько может измениться вид формул /1/-/4/ модели продольного развития ЭФЛ с ростом E_γ при $E_\gamma > 3$ ГэВ? На основании анализа численных значений основных параметров, полученных для интервалов энергии E_γ с верхней границей 500, 2000 и 3000 МэВ, соответственно, можно заключить, что в пределах ошибок эти параметры не зависят от значения верхней границы E_γ уже при $E_\gamma = 500$ МэВ. Таким образом, имеются основания ожидать, что формулы /1/-/4/ с полученными нами численными значениями основных параметров /табл.2/ правильно описывают продольное распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов и при более высоких, чем 3 ГэВ, значениях энергии E_γ гамма-квантов, создающих ливни.

Иногда может представлять интерес продольное распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, когда глубина t отсчитывается от точки образования гамма-кванта, инициирующего ливень. Нетрудно заметить, что в этом случае мы имеем дело с последовательностью двух независимых процессов: первый - конверсия гамма-кванта, происходящая на длине x , которая распределена по экспоненциальному закону, и второй процесс - образование ЭФЛ. В случае обратимых функций случайного аргумента, имеющего известную функцию распределения плотности вероятности, эта задача легко решается аналитически /например, ^{5/}/. В случае же

более сложных функций задачу можно решить численным методом на ЭВМ. Итак, функция /1/ содержит полную информацию о продольном распределении средних ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, вызываемых гамма-квантами с энергией E_γ , содержащейся, по крайней мере, в интервале значений $E_\gamma = /60-3000/$ МэВ. Поскольку длина t выражена в единицах $t_0 = 0,588$ рад.ед., то для оценки средних ионизационных потерь в ЭФЛ, развивающихся в среде с радиационной единицей X_0 , вместо t следует подставить выражение:

$$t = \frac{\tau}{t_0 \cdot X_0}, \quad /7/$$

где X_0 и длина τ в данном веществе выражены в сантиметрах.

IV. ОЦЕНКИ МОМЕНТОВ ПРОДОЛЬНОГО РАЗВИТИЯ ЭФЛ

Формулу /1/ можно рассматривать как оценку математического ожидания случайной функции распределения плотности ионизационных потерь $\Delta E(E_\gamma, E_0, t) / \Delta t$ неслучайного аргумента t . При этом

$$\left(\frac{\Delta E(E_\gamma, E_0, t)}{\Delta t} \right) = f(E_\gamma, E_0, t), \quad /8/$$

где усреднение происходит по всем сечениям случайной функции при определенном, фиксированном значении аргумента t , т.е. по всем событиям ЭФЛ, относящимся к данному интервалу значений $E_\gamma \pm \frac{1}{2} \Delta E_\gamma$, при данном значении энергии обрезания E_0 и глубины развития t .

Хотя функция /1/ содержит полную информацию о средней плотности ионизационных потерь ливневых электронов с энергией выше E_0 , на глубине t развития ливней, вызываемых гамма-квантами с энергией E_γ , практический интерес представляют некоторые характерные продольные размеры ЭФЛ: положение $t_{\text{макс}}$, максимума ионизационных потерь, средняя глубина \bar{t} развития, дисперсия σ_t^2 . Оценки средних значений этих величин можно получить как соответствующие моменты функции /1/. Они имеют следующий вид:

$$t_{\text{макс}} = \sqrt{\frac{\gamma}{2\beta}}, \quad /9/$$

$$\bar{t} = \frac{\gamma}{2\sqrt{\beta}} \cdot \frac{\Gamma(\frac{\gamma}{2})}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})}, \quad /10/$$

$$\sigma_t^2 = \frac{\bar{t}^2}{2} = \frac{\gamma+1}{2\beta}. \quad /11/$$

Второй центральный момент функции /1/ имеет вид:

$$\overline{t^2} = (\overline{t^2} - \bar{t}^2) = \frac{\gamma^2}{2\beta} \left[\left(\frac{\gamma+1}{\gamma} \right)^2 \frac{1}{\beta} - \left(\frac{\Gamma(\frac{\gamma}{2})}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})} \right)^2 \right]. \quad /12/$$

Из формул /9/-/12/, а также /3/ и /4/, можно оценить асимптотическое поведение соответствующих характеристик при больших значениях энергии E_γ гамма-квантов, образующих ливни. Нетрудно заметить /формулы /3/ и /4/, табл.2/, что зависимость от E_γ уже при $E_\gamma \geq 3$ ГэВ будет определяться, в основном, зависимостью от E_γ параметра γ , что приводит к следующему характеру зависимости рассматриваемых величин от E_γ :

$$t_{\text{макс}} \propto E_\gamma^{1/6}, \quad /13/$$

$$\bar{t} \propto E_\gamma^{1/3}, \quad /14/$$

$$\sqrt{\overline{t^2}} \propto E_\gamma^{1/6}. \quad /15/$$

При очень больших значениях E_γ / ≥ 1 ТэВ / рост \bar{t} с энергией E_γ замедляется за счет γ -функции в формуле /10/ и зависимость t от E_γ принимает вид:

$$\bar{t} \propto E_\gamma^{1/6}. \quad /16/$$

Следовательно, как можно судить из соотношений /13/, /15/ и /16/, продольное развитие ЭФЛ при энергиях E_γ первичных гамма-квантов, выше ~ 1 ТэВ, обладает масштабными свойствами в том смысле, что продольные размеры ЭФЛ, выраженные в единицах $\sim X_0 \cdot E_\gamma^{1/6}$, где X_0 - радиационная единица среды, в которой ливень развивается, не должны зависеть ни от свойств среды, ни от энергии E_γ гамма-квантов, образующих ливни. Интересно также отметить, что из одномерной каскадной теории электронно-фотонных ливней вытекает равенство $t_{\text{макс}} = \bar{t}$ для распределения числа электронов с энергией $E_0 > 0$ /6/.

IV. ПРОДОЛЬНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЛИВНЕВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Для оценки флуктуаций продольного развития ЭФЛ одним из авторов была введена следующая аппроксимация относительной дисперсии σ_A^2 / \bar{A}^2 доли $\bar{A}(t)$ энерговыделений в виде ионизационных потерь ливневых электронов на глубине t развития ЭФЛ /2,7/:

$$\sigma_A(t) / \bar{A}(t) = \sqrt{\frac{1}{b} \cdot \ln \frac{1}{\bar{A}(t)}}, \quad /17/$$

где параметр b подбирается при статистическом анализе экспериментальных данных, t отсчитывается от точки конверсии гамма-квантов. На основании выполненных в настоящей работе расчетов, для параметра b принята следующая зависимость от E_γ :

$$b = \mu_1 \cdot E_\gamma + \mu_2. \quad /18/$$

Численные значения параметров μ_1 и μ_2 оказались равны $\mu_1 = 0,015 \pm 0,002$ и $\mu_2 = 1,2 \pm 0,4$ при значении тестовой статистики $\chi_n^2/n = 28,5/20$. Поскольку, по определению

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{E_\gamma} \int_0^t f(E_\gamma, E_0, \tau) d\tau, \quad /19/$$

то из /1/, /5/ и /6/ вытекает, что

$$\bar{A}(t) = \frac{2\beta^{(\gamma+1)/2}}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})} \int_0^t \tau^\gamma e^{-\beta\tau^2} d\tau = \frac{2\beta^{(\gamma+1)/2}}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})} \cdot t^{\gamma+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\gamma+1+2k} \cdot \frac{(\beta t^2)^k}{k!}. \quad /20/$$

Ряд в правой части /20/ быстро сходится, так что практически чаще всего достаточно ограничиться первыми двумя-тремя членами. Следовательно, из /17/ можно выразить в явном виде оценку средне-квадратичного отклонения $\sigma_A(t)$ от среднего значения

$$\bar{E}(t) = E_\gamma \cdot \bar{A}(t) \quad /21/$$

энергии ЭФЛ, выделяемой в виде ионизационных потерь ливневых электронов в толщине t вещества:

$$\sigma_A(t) = \bar{A}(t) \cdot \sqrt{\frac{1}{b} \ln \frac{1}{\bar{A}(t)}}. \quad /22/$$

Здесь $\bar{A}(t)$ дано выражением /20/, а b - формулой /18/. Полезно также напомнить, что в практически важном интервале значений $A = 0,5-1$ эта величина распределена по нормальному закону: $A \sim N/A$; $\sigma_A^2 = 2/$

V. ВЫВОДЫ

Полученные нами результаты исследования продольного развития электронно-фотонных ливней, образованных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 60-3000$ МэВ в плотной среде, можно суммировать следующим образом:

1. Функция /1/ удовлетворительно описывает средние ионизационные потери ливневых электронов. Постоянство основных параметров модели /табл.2/ при изменении верхней границы интервала значений E_γ дает основание предполагать, что формулы /1/-/4/ сохраняют силу и при $E_\gamma > 3$ ГэВ.

2. Флуктуации ионизационных потерь ливневых электронов в направлении оси развития ЭФЛ описываются выражениями /22/, /20/ и /18/, причем величина A распределена по нормальному закону, $A \sim N/A$; $\sigma_A^2/$, в практически важном интервале значений, т.е. при $A \approx 0,5$.

В заключение следует подчеркнуть, что функция /1/, определяющая продольное развитие ЭФЛ, является частью модели пространственной структуры ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ /2,3/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Охрименко Л.С. и др. ОИЯИ, Р1-11980, Дубна, 1978; ОИЯИ, Р1-8199, Дубна, 1974.
2. Словинский Б. В кн.: Математическое моделирование в ядерно-физических исследованиях. ОИЯИ, Д10,11-81-622, Дубна, 1981, с.178.
3. Словинский Б., Чай В. Изв. АН СССР, сер.физ., 1981, т.45, №7, с.1230; ОИЯИ, Р1-80-341, Дубна, 1980.
4. Банцерек А. и др. ОИЯИ, Р1-81-599, Дубна, 1981.
5. Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. "Мир", М., 1978.
6. Иваненко И.П. Электромагнитные каскадные процессы. Изд-во МГУ, М., 1972.
7. Словинский Б. ОИЯИ, Р1-11890, Дубна, 1978.
8. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. "Наука", М., 1971, с.356.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 октября 1982 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
D17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
D6-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
D3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
D13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
D1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
D1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Словинский Б. и др. P1-82-688
Продольное развитие электронно-фотонных лавин, вызванных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = /60-3000/$ МэВ

На экспериментальном материале, полученном на снимках с ксеноновых пузырьковых камер ОИЯИ и ИТЭФ /Москва/, изучено продольное распределение ионизационных потерь и соответствующих флуктуаций в электронно-фотонных лавинах /ЭФЛ/, вызванных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = /60-3000/$ МэВ. Приведены формулы, описывающие средние ионизационные потери лавинных электронов и флуктуации этих потерь в зависимости от длины развития ЭФЛ и от энергии гамма-квантов, инициирующих лавны.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ и Институте физики Варшавского технического университета.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Slowinski B. et al. P1-82-688
Longitudinal Development of Electromagnetic Showers
Created by Gamma-Quanta within the $E_\gamma /60-3000/$ MeV Energy Range

Using the experimental material obtained from pictures of xenon bubble chambers of JINR and ITEP (Moscow) the longitudinal distribution of ionization losses and the corresponding fluctuations in electromagnetic showers (ES), produced by gamma-quanta with the energy $E_\gamma = (60-3000)$ MeV has been studied. Formula describing the average value of ionization losses and their fluctuations with respect of the depth in ES and of the energy of gamma-quanta are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR and at the Physical Institute of the Warsaw Technical University.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.