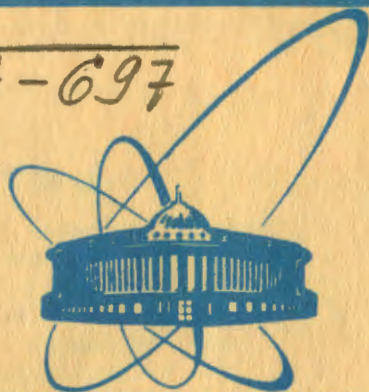


A-697



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

6440/2-81

28/11-81
P1-81-679

А.И.Аношин, Б.З.Белашев, В.Б.Любимов,
Л.М.Сороко, М.К.Сулейманов, А.П.Чеплаков

АНАЛИЗ СПЕКТРОВ,
СОДЕРЖАЩИХ РЕЗОНАНСЫ,
ПРИ ПОМОЩИ ФУРЬЕ-АЛГОРИТМА

1981

ВВЕДЕНИЕ

Применение фурье-алгоритма для обработки экспериментальных спектров не ново^{/1-5/}. В указанных работах информация о структуре спектра получалась путем анализа его фурье-образа с привлечением данных о функции приборного уширения, измеренной в независимом эксперименте. Преимущество фурье-алгоритма над традиционными способами обработки спектров заключается в возможности обработки без привлечения априорной информации о спектре, в исключении эффекта приборного уширения, в устранении неизвестного плавного фона.

Однако в реальных условиях надежная информация о функции приборного уширения, как правило, отсутствует, и это затрудняет применение классического фурье-алгоритма для анализа структуры неразделенных резонансов. Кроме того, в классическом фурье-алгоритме сложно определять близкие ширины резонансов^{/3/}.

С целью устранения указанных недостатков был разработан новый вариант фурье-алгоритма, излагаемый в статье.

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Сущность алгоритма продемонстрируем на модели неразделенного дублета некогерентных резонансов с энергиями E_1, E_2 ширинами Γ_1, Γ_2 и относительными вкладами a_1, a_2 . Плотность распределения $f(E)$ описывается формулой

$$f(E) = a_1 \frac{\Gamma_1/2}{(E-E_1)^2 + \Gamma_1^2/4} + a_2 \frac{\Gamma_2/2}{(E-E_2)^2 + \Gamma_2^2/4} \quad /1/$$

Фурье-образ $f(E) \mathcal{F}(\omega)$ имеет вид^{/8/}

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{a_1}{2} e^{-\frac{\Gamma_1}{2}|\omega| - i\omega E_1} + \frac{a_2}{2} e^{-\frac{\Gamma_2}{2}|\omega| - i\omega E_2} \quad /2/$$

где ω - энергетическая частота, имеющая размерность времени.

Если $\mathcal{F}(\omega)$ умножить на функцию $e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega|}$ с параметром Γ , удовлетворяющим условию $0 < \Gamma < \Gamma_{1,2}$, то структура фурье-образа не изменится, а будет соответствовать ширинам $\Gamma_1 - \Gamma, \Gamma_2 - \Gamma$ при тех же энергиях и вкладах резонансов. Оценка спектра $f(E)$, полученная обратным фурье-преобразованием функции $\mathcal{F}(\omega) e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega|}$, выражается формулой

$$\hat{f}(E) = a_1 \frac{(\Gamma_1 - \Gamma)/2}{(E - E_1)^2 + (\Gamma_1 - \Gamma)^2/4} + a_2 \frac{(\Gamma_2 - \Gamma)/2}{(E - E_2)^2 + (\Gamma_2 - \Gamma)^2/4} \quad /3/$$

На рис. 1 показан исходный спектр $f(E)$ при $E_1=1,225$ ГэВ, $E_2 = 1,650$ ГэВ, $\Gamma_1=\Gamma_2 = 0,6$ ГэВ, $a_1=0,3$, $a_2=0,15$ и дана его оценка $\hat{f}(E)$, полученная при $\Gamma=0,375$ ГэВ и интерполированная на четыре точки в отсчетном интервале. На рис. 2 приведены действитель-

ные части $\mathcal{F}(\omega)$ и $\mathcal{F}(\omega)e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega|}$, модулирующие высокую частоту $L_E=13,5$ ГэВ. На рис. 2б более четко, чем на рис. 2а, видны низкочастотные осцилляции, соответствующие дублетной структуре. Наиболее наглядно особенности спектра проявляются в оценке $\hat{f}(E)$, где компоненты дублета оказались разделенными благодаря уменьшению их ширин. Из оценки спектра на рис. 1 непосредственно находим ширины спектральных линий: $\Gamma_1 - \Gamma = 0,225$ ГэВ, $\Gamma_2 - \Gamma = 0,225$ ГэВ, а по ним и параметру Γ - ширины компонент неразделенного дублета $\Gamma_{1,2} = 0,600$ ГэВ, а также энергии E_1, E_2 и вклады a_1, a_2 . Найденные параметры совпадают с модельными.

Реальные спектры $f(E)$ можно рассматривать как свертку истинного спектра $f_0(E)$, содержащего резонансы, и функции приборного уширения $g(E)$

$$f(E) = f_0(E) \otimes g(E) \quad /4/$$

В частотном представлении этой модели отвечает соотношение факторизации

$$\mathcal{F}(\omega) = \mathcal{F}_0(\omega) \cdot G(\omega), \quad /5/$$

где $\mathcal{F}(\omega), \mathcal{F}_0(\omega); G(\omega)$ - фурье-образы функций $f(E), f_0(E), g(E)$. Из

соотношения /5/ видно, что умножение $\mathcal{F}(\omega)$ на $e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega|}$ эквивалентно умножению $\mathcal{F}_0(\omega)$ на ту же функцию. Тогда в оценке $\hat{f}(E)$ каждая спектральная линия, соответствующая резонансу с уменьшенной шириной, размывается функцией $g(E)$. Таким образом, если произвести подгонку отдельных спектральных линий $\hat{f}(E)$, то можно получить сведения как о резонансе, так и о неизвестной функции $g(E)$.

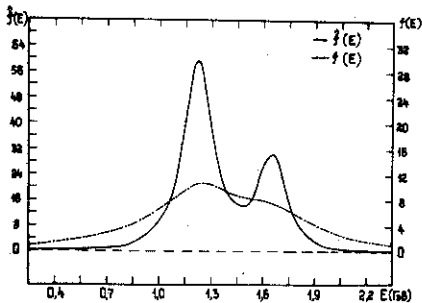


Рис. 1. Результаты моделирующих расчетов: $E_1=1,225$ ГэВ; $E_2 = 1,650$ ГэВ; $\Gamma_1=\Gamma_2 = 0,6$ ГэВ; $a_1 = 0,3$; $a_2 = 0,15$, полученные при $\Gamma = 0,375$ ГэВ.

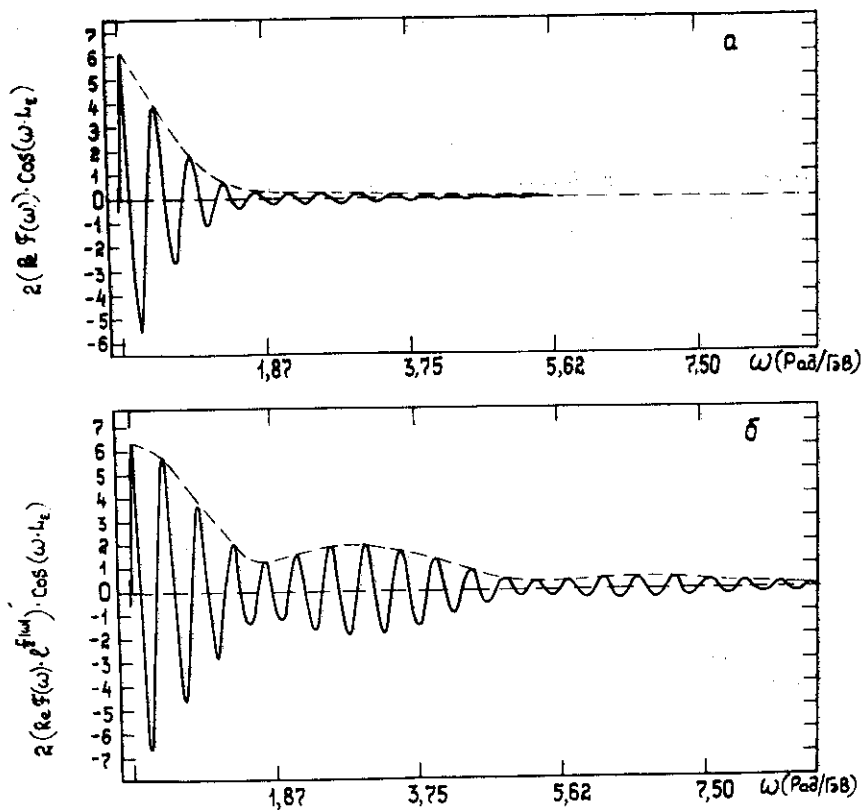


Рис. 2. Графики функций $2(\operatorname{Re} \mathcal{F}(\omega) \cos \omega L_E$ /а/ и $2(\operatorname{Re} \mathcal{F}(\omega) e^{\frac{\beta^2 \omega^2}{4}} \cos \omega L_E$ /б/.

Считая, что функция приборного уширения формируется многими независимыми факторами, естественно предположить, что $g(E)$ можно описать гауссианом $g(E) = e^{-E^2/a^2}$ с полушириной a . Гауссианом будет также фурье-образ $G(\omega) = a\sqrt{2\pi} \cdot e^{-a^2\omega^2/4}$ /6/. Из /5/ следует, что уменьшить ширину функции размытия можно, умножая $\mathcal{F}(\omega)$ на $e^{\beta^2\omega^2/4}$ ($|\beta| < |a|$). Новая функция размытия $g_1(E)$ в оценке $\hat{f}(E)$ получается обратным преобразованием Фурье функции $G(\omega)e^{\beta^2\omega^2/4}$ и является гауссианом

$$g_1(E) = \frac{a}{\sqrt{a^2 - \beta^2}} e^{-E^2/(a^2 - \beta^2)}$$

с полушириной $\sqrt{a^2 - \beta^2}$.

Теперь рассмотрим более общий случай, когда $\mathcal{F}(\omega)$ умножается на

$$e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| \pm \frac{\beta^2 \omega^2}{4}}$$

Параметры Γ и β^2 выбираем так, чтобы функция

$$\mathcal{F}(\omega) e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| \pm \frac{\beta^2 \omega^2}{4}}$$

затухала в области высоких частот. При этом Γ может превосходить хотя бы одну из ширин резонансов спектра. Пусть, например,

$\mathcal{F}(\omega)$ умножается на $e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| - \frac{\beta^2 \omega^2}{4}}$, а $\Gamma > \Gamma_1$. Тогда резонанс с энергией E_1 будет входить в $\mathcal{F}(\omega) e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| - \frac{\beta^2 \omega^2}{4}}$ в виде

$$a\sqrt{2\pi} \frac{a_1}{2} e^{-\frac{(\Gamma - \Gamma_1)^2}{4(\alpha^2 + \beta^2)}} \cdot e^{-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{4} \left[|\omega| - \frac{(\Gamma - \Gamma_1)}{\alpha^2 + \beta^2} \right]^2 - i\omega E_1}$$

Это означает, что в $\hat{f}(E)$ этот резонанс имеет уже не брейт-вигнеровскую, а δ -образную форму с вкладом

$$a'_1 = a_1 \cdot \frac{a}{2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cdot e^{\frac{(\Gamma - \Gamma_1)^2}{4(\alpha^2 + \beta^2)}}$$

Функция размытия в оценке $\hat{f}(E)$ получается обратным преобразованием Фурье функции

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{4} \left[|\omega| - \frac{(\Gamma - \Gamma_1)}{\alpha^2 + \beta^2} \right]^2}$$

и выражается формулой

$$g_1(E - E_1) = \frac{\pi - 1}{\pi} e^{-\frac{(E - E_1)^2}{\alpha^2 + \beta^2}} \cos \left[\frac{(\Gamma - \Gamma_1)(E - E_1)}{\alpha^2 + \beta^2} \right]. \quad /6/$$

Произведя подгонку спектра $\hat{f}(E)$ с использованием приведенных формул по известным параметрам Γ и β^2 , определяем E_1 , Γ_1 , a_1 и a .

Еще одна характерная особенность рассматриваемого случая - это отбор резонансов в $\hat{f}(E)$ по ширине. Если в исходном спектре присутствуют резонансы со значительно отличающимися ширинами, но примерно одинаковыми вкладами, то в $\hat{f}(E)$ наиболее сильно проявляются резонансы с меньшими ширинами. Узкие резонансы, размываемые функцией $1/6$, подавляют остальные компоненты структуры спектра. Эти нежелательные искажения устраняются путем режекции соответствующих узким резонансам частот в

$\mathcal{F}(\omega)$ в $\frac{\Gamma}{2}|\omega| - \frac{\beta^2\omega^2}{4}$ с использованием режекторных фильтров в частотном пространстве [7].

В большинстве случаев спектры, содержащие резонансы, наблюдаются на плавном фоне. В частотном представлении резонансы имеют широкий диапазон частот. Если же частоты фона сосредоточены вблизи нулевой частоты и отсутствуют в области высоких

частот, то умножение $\mathcal{F}(\omega)$ на $e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| \pm \frac{\beta^2\omega^2}{4}}$ мало меняет вклад фона в оценку $\hat{f}(E)$. Это позволяет отсчитывать интенсивность выделенных спектральных линий в оценке $\hat{f}(E)$ от уровня фона. Фон уменьшают путем фильтрации высоких частот спектра.

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ

Так же, как и в других фурье-алгоритмах, предельное разрешение по E ограничивается шумом. Предельное разрешение Δ связано с шириной информационной области $\mathcal{F}(\omega)$ $\omega_{гр}$ соотношением

$$\Delta = 2\pi/\omega_{гр}, \quad [7]$$

здесь $\omega_{гр}$ - частота, отделяющая информационную область частот, где фурье-образ сигнала превышает фурье-образ шума, от неинформационной, где это соотношение обратное. В случае аддитивного шума частотные компоненты сигнала и шума независимы и умножение $\mathcal{F}(\omega)$ на $e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| \pm \frac{\beta^2\omega^2}{4}}$ не меняет отношения сигнал-шум в каждом частотном канале, а следовательно, и $\omega_{гр}$. В случае шума, обусловленного статистическим разбросом числа событий, частотные компоненты сигнала и шума связаны между собой сложным образом. В этой работе $\omega_{гр}$ определяется как частота,

начиная с которой, $|\mathcal{F}(\omega)| e^{\frac{\Gamma}{2}|\omega| \pm \frac{\beta^2\omega^2}{4}}$ монотонно возрастает с увеличением ω . Поэтому заданные параметры Γ и β^2 , а также шум определяют $\omega_{гр}$. Наоборот, задавая $\omega_{гр}$, мы определяем верхнюю границу параметров Γ и β^2 .

МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ ДАННЫХ

Опишем две процедуры подготовки данных для разработанного варианта Фурье-алгоритма. Процедура 1 заключается в том, что к спектру добавляется начальная точка, имеющая примерно такое же значение, что и последняя точка спектра, после этого спектр сдвигают по оси абсцисс на его длину и производят симметризацию сначала относительно добавленной точки, а затем относительно начала координат. Полученный спектр рассматривается на широком интервале энергий, центрированном относительно начала координат. Оставшимся точкам интервала приписывают значения последней точки исходного спектра, а из полученного спектра вычитают среднее, вычисленное на всем интервале. Начальную точку в процедуре 1 добавляют для того, чтобы уменьшить возможные искажения на границе спектра. Симметризация относительно этой точки обеспечивает плавное поведение фона на широком интервале. Симметризация относительно начала координат обеспечивает действительность Фурье-образа. Сдвиг спектра по оси абсцисс проводят с целью сделать более наглядным поведение Фурье-образа, модулирующего высокую частоту.

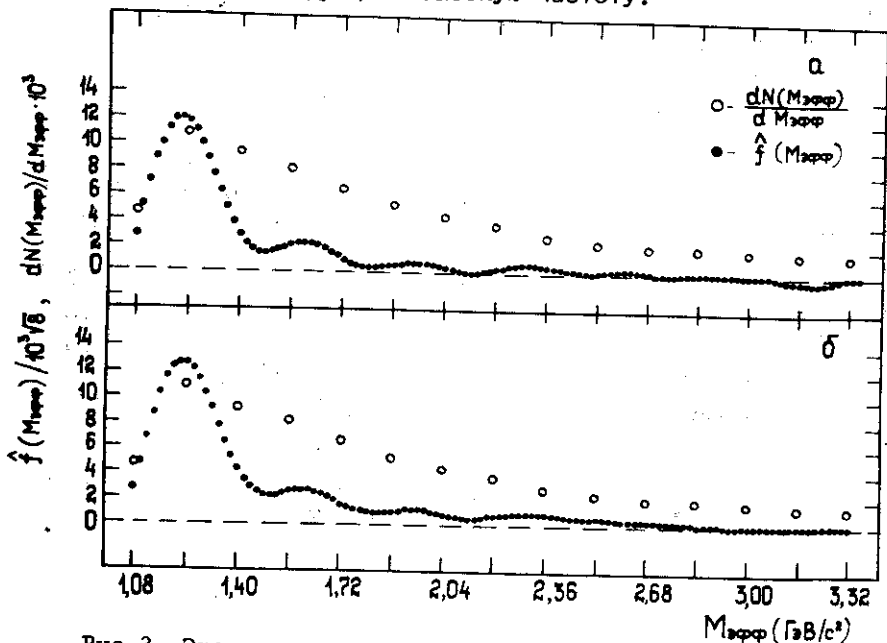


Рис. 3. Экспериментальный спектр эффективных масс $\frac{dN(M_{\text{эфф}})}{dM_{\text{эфф}}}$ ($\pi\rho$) пар в $\pi^{-12}\text{C}$ взаимодействии при $P_{\pi^{-}}=40$ ГэВ/с и его оценка $\hat{f}(M_{\text{эфф}})$, полученная при помощи процедуры 1 /а/ и процедуры 2 /б/.

Процедура 2 состоит в том, что из исходного спектра вычитают линейно-меняющийся от первой до последней точки спектра фон и среднее значение полученного спектра, а затем сдвигают спектр по оси абсцисс и симметризируют относительно начала координат. Полученный спектр размещают, как и в процедуре 1, на широком интервале энергий. Процедуру 2 применяют в тех случаях, когда первая и последняя точки спектра имеют близкие значения.

ПРИМЕР

На рис. 3 приведены экспериментальные спектры по эффективной массе $M_{\text{эфф}}(\pi p)$ пар в $\pi-^{12}\text{C}$ взаимодействиях и результаты их обработки Фурье-алгоритмом с параметром $\Gamma=0,80 \text{ ГэВ/с}^2$ и $\beta^2=0,069 / \text{ГэВ/с}^2$ при помощи процедур 1 и 2. В оценке $\hat{f}(M_{\text{эфф}})$ произведена интерполяция на восемь точек в отсчетном интервале. Оценка точности результатов получалась путем варьирования в пределах статистической ошибки исходного спектра и фиксирования соответствующих изменений в $\hat{f}(M_{\text{эфф}})$. Отрицательные значения $\hat{f}(M_{\text{эфф}})$ возникают потому, что "нуль" в действительности соответствует среднему, вычисленному в процедурах 1 и 2. Из рис. 3 видно, что применение процедур 1 и 2 дает лишь незначительно отличающиеся результаты. Статистика 10^8 частиц на канал в исходном спектре дает хорошие результаты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан новый вариант Фурье-алгоритма обработки спектров. Алгоритм позволяет выявлять брейт-вигнеровские резонансы в исходных экспериментальных данных без привлечения априорной информации о функции приборного уширения и форме фона. Численное моделирование и обработка экспериментальных данных подтверждают работоспособность нового Фурье-алгоритма обработки. Необходимая для хорошей работы алгоритма статистика составляет примерно 10^8 частиц на канал.

Авторы благодарят М.И.Подгорецкого и Ф.С.Джепарова за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сороко Л.М. ОИЯИ, 1-5030, Дубна, 1970.
2. Дубовик В.М. и др. ОИЯИ, P1-5340, Дубна, 1970.
3. Дубовик В.М. и др. ОИЯИ, P2-5659, Дубна, 1971.
4. Inouye T., Harper T., Rasmussen. Nucl. Instr. and Meth., 1969, 67, p.125-132.

5. Аношин А.И. и др. ОИЯИ, Р1-80-574, Дубна, 1980.
6. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. "Наука", М., 1971.
7. Сб.ст. "Введение в цифровую фильтрацию" под ред. Р.Богнера и А.Константинидиса. "Мир", М., 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 октября 1981 года.