сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P1-81-533

П.Н.Боголюбов, А.Ф.Писарев, Н.С.Шавохина

ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ

1981

В последнее время большой интерес вызывает явление электромагнитного излучения ультрарелятивистскими частицами в процессе каналирования в кристаллах [1]. Физическая сущность этого явления заключается в поперечной осцилляции заряженной частицы при движении в канале, которая сопровождается генерацией фотонов в рентгеновском и более коротком диапазоне частот. С другой стороны, с осциллирующей массой m связано переменное гравитационное поле. Цель данной работы - изучить это поле. Отметим, что возникающие при каналировании частиц электромагнитные и гравитационные волны находятся в одном и том же диапазоне частот.

1. Поперечная осцилляция частицы в процессе каналирования [1,2] описывается уравнением:

$$\vec{r}_\perp = \vec{A} \sin \omega t, \qquad /1/$$

где амплитуда $A = r_0$ - эффективному радиусу канала в случае осевого каналирования, или $A \approx a/2$ - полуширине канала при плоскостном каналировании; ω - частота поперечной осцилляции частицы, равная [1,2]:

$$\omega_1 = \frac{ec}{r_0} \sqrt{\frac{2Z}{m a \gamma_z}} \qquad /2/$$

для осевого каналирования и

$$\omega_2 = \omega_1 \sqrt{\frac{\pi r_0}{a}} \qquad /3/$$

для плоскостного каналирования. Здесь m - масса покоя каналируемой частицы, c - скорость света; Ze - заряд ядер кристалла; a - межатомное расстояние; γ - релятивистский лоренц-фактор, равный $(1-\beta^2)^{-1/2}$; $\beta = v/c$; v - скорость частицы в кристалле. Формулы /1/ и /2/ записаны в декартовой системе координат x, y, z, начало которой совмещено с входом в кристалл; ось z направлена на оси симметрии канала; ось x ортогональна плоскостям канала при плоскостном каналировании. Будем считать, что частица осциллирует вдоль оси x как в случае плоскостного, так и осевого каналирования; поперечная скорость движения $v_\perp \ll v_z$ - скорости осевого движения. Поэтому всюду ниже принимается $\beta_z \simeq \beta$ и $\gamma_z \simeq \gamma$.

2. Вычислим компоненты тензора энергии-импульса $T^{\alpha\beta}$ осциллирующей частицы [4]:

$$T^{00} = \gamma m c^2,$$

$$T^{0i} = \gamma m c v^i, \qquad /4/$$

$$T^{ik} = \gamma m v^i v^k,$$

где $v^i = \frac{dx^i}{dt}$ - компоненты 3-скорости; $v^1 = A\omega\cos\omega t$; $v^2 = 0$; $v^3 = c$. В пространстве-времени Минковского выбрана система координат $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$. Здесь и далее $\alpha, \beta \ldots = 0,1,2,3$; $i,k \ldots = 1,2,3$. .

3. Гравитационные потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ на больших расстояниях от излучающей частицы могут быть записаны в виде потенциалов Лиенара-Вихерта:

$$\psi_{\alpha\beta} = \frac{4G\,T_{\alpha\beta}(t')}{R_0 c^4\,(1 - \vec{n}\vec{v}(t')/c)} .$$

Отсюда и из /4/ получаем

$$\psi_{11}(R_0, t) = \frac{2Gm\gamma A^2\omega^2}{R_0 c^4 (1 - \vec{n}\vec{v}(t')/c)} \cos 2\omega t',$$

$$/5/$$

$$\psi_{13}(R_0, t) = -\psi_{01}(R_0, t) = \frac{4Gm\gamma A\omega}{R_0 c^3 (1 - \vec{n}\vec{v}(t')/c)} \cos\omega t' .$$

Остальные компоненты $\psi_{\alpha\beta}$ равны нулю. Здесь t' определяется из условия запаздывания:

$$t' - \frac{1}{c}\vec{r}(t')\vec{n} = t - \frac{1}{c}R_0 \;; \qquad /6/$$

$\vec{n}$ - ед. вектор, направленный по радиусу-вектору $\vec{R}_0$; $\vec{r}(t')$ и $\vec{v}(t')$ - положение и скорость частицы в момент t'. Можно показать, что для $R_0 \gg \lambda$ и $R_0 \gg \ell$ имеем $\frac{\vec{n}\vec{v}(t')}{c} = \beta\cos\theta$, где ℓ - путь каналирования частицы в кристалле; θ - полярный угол между R_0 и осью z.

В выражениях /5/ гравитационные потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ равны [3]

$$\psi_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta} h, \qquad /7/$$

где $h_{\alpha\beta}$ - относительные поправки к метрике плоского мира; $h = h^{\alpha}_{\alpha}$; $g_{\alpha\beta}$- метрический тензор пространства-времени в приближении слабого гравитационного поля взят в виде $g_{\alpha\beta}=\eta_{\alpha\beta}+h_{\alpha\beta}$; $\eta_{\alpha\beta}$ - метрический тензор пространства Минковского с сигнатурой /- + + +/; потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ удовлетворяют лоренцевской калибровке $\psi^{\alpha}_{\beta,\alpha}=0$. Из выражений /5/ и /7/ находим:

$$h_{00}=h_{11}=-h_{22}=-h_{33}=\frac{1}{2}\psi_{11}\ . \qquad /8/$$

$$h_{13}=-h_{01}=\psi_{13}\ .$$

С помощью допустимых преобразований координат [3] $x^{\alpha}\to x'^{\alpha}= = x^{\alpha}+\xi^{\alpha}$, где ξ^{α} малы и удовлетворяют уравнению $\Box\xi^{\alpha}=0$, обратим в нуль компоненты h_{00}, h_{0i} тензора $h_{\alpha\beta}$. В нашем случае ξ^{α} равны

$$\xi_0=\frac{Gm\gamma A^2\omega}{4R_0c^3}\sin\omega t',$$

$$\xi_1=\frac{-4Gm\gamma A}{R_0c^2}\sin\omega t', \qquad /9/$$

$$\xi_2=0,$$

$$\xi_3=\frac{Gm\gamma A^2\omega\cos\theta}{4R_0c^3}\sin 2\omega t'.$$

Для тензора $h_{\alpha\beta}$ формула преобразований имеет вид $h_{\alpha\beta}\to h'_{\alpha\beta}(x')=h_{\alpha\beta}-\frac{\partial\xi_{\alpha}}{\partial x^{\beta}}-\frac{\partial\xi_{\beta}}{\partial x^{\alpha}}$ и в новой системе координат отличные от нуля компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны

$$h_{11}=-h_{22}=\frac{Gm\gamma A^2\omega^2}{R_0c^4(1-\beta\cos\theta)}\cos\left[\frac{2\omega t}{1-\beta\cos\theta}-\frac{2kR_0}{1-\beta\cos\theta}\right], \qquad /10/$$

где $k=\frac{\omega}{c}$. Из выражения /10/ видно, что гравитационная волна излучается на частоте $\omega'=2\omega/(1-\beta\cos\theta)\approx 4\omega\gamma^2$, где $\theta\approx\gamma^{-1}$ - предельный угол испускания кванта излучения при каналировании частиц [1,2]. Для определения мощности гравитационного потока воспользуемся формулой /3/:

$$dt^{03}=\frac{c^3}{16\pi G}<(\dot{h}_{11})^2>ds.$$

Подставляя сюда /10/, найдем:

$$dt^{03}=\frac{Gm^2\gamma^2A^4\omega^6}{8\pi c^5(1-\beta\cos\theta)^4}d\Omega\,[\text{эрг/с.}] \qquad /11/$$

Длина каналирования частицы в кристалле равна $\ell = \frac{A}{\theta_{кр}}$, где $\theta_{кр.}$ - критический угол каналирования /1,2/. Отсюда находим время движения ультрарелятивистской частицы в канале $\Delta t \simeq \ell/c$. Умножая /11/ на Δt и интегрируя это выражение по телесному углу Ω, найдем полную энергию гравитационного потока, генерируемого N заряженными частицами:

$$t^{03} = \frac{2Gm^2\gamma^8 A^4 \omega^6 \ell N}{c^6} \text{ [эрг/с]}. \qquad /12/$$

Пусть в кристалле Si канализуется $N \simeq 10^{12} c^{-1}$ позитронов с энергией 10^2 ГэВ; лоренц-фактор $\gamma = 2\cdot 10^5$; частота ω, вычисляемая по формуле /2/, равна $3\cdot 10^{13}$ рад/с; длина каналирования $\ell \simeq 3\cdot 10^{-3}$ см /1,2/; амплитуда осцилляции $A = a/2 \simeq 3\cdot 10^{-8}$ см.

По формуле /11/ найдем $t^{03} \simeq 10^{-20}$ эрг$\cdot$с$^{-1}$. Частота излучаемых гравитонов $\omega' \simeq 5\cdot 10^{24}$ рад$\cdot$с$^{-1}$, что соответствует энергии отдельных гравитонов $\hbar\omega' = 3$ ГэВ.

4. Проделанный анализ генерирования гравитационной волны при каналировании релятивистских частиц говорит о чрезвычайной слабости этого явления. Измеримую величину потока гравитонов можно получить лишь при суперрелятивистской энергии частиц, составляющей /10-10^2/ ГэВ, когда γ-фактор становится исключительно большим.

Авторы выражают глубокую благодарность академику Н.Н.Боголюбову и профессору Н.А.Черникову за важные обсуждения рассмотренной проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников Н.П. Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. "Атомиздат", М., 1981.
2. Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-10739, Р2-10986, Р2-11140, Дубна, 1977.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. "Наука", М., 1960.
4. Фок В.А. Теория пространства-времени и тяготения. "Физматгиз", М., 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 июля 1981 года.