объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P1-80-610

Б.Словинский,* В.Чай*

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛИВНЕЙ, ВЫЗВАННЫХ ГАММА-КВАНТАМИ С ЭНЕРГИЕЙ $E_\gamma = (60 \div 2000)$ МэВ

Направлено в "Известия АН СССР", серия физическая

*Институт физики Варшавского технического университета.

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

В ряде актуальных и важных физических задач требуется знать пространственную структуру электронно-фотонных ливней /ЭФЛ/, вызванных гамма-квантами высоких энергий. Такую информацию можно получить либо непосредственно из экспериментальных исследований, либо путем моделирования процесса развития ЭФЛ в данном веществе по методу Монте-Карло[/1/]. Однако с практической точки зрения желательно иметь простые формулы, аппроксимирующие с достаточной точностью пространственную структуру ЭФЛ и позволяющие оценить полную энергию гамма-кванта, вызвавшего ливень, исходя из зарегистрированной в данном объеме детектора доли суммарных ионизационных потерь ливневых электронов и позитронов /далее: электронов/. Решение именно такой задачи является целью настоящей работы, в которой выполнены измерения длин пробегов электронов ЭФЛ, образованных гамма-квантами с энергией E_γ =/60÷2000/ МэВ в жидком ксеноне. На основании проделанного статистического анализа результатов измерений выведены простые и удобные для практического использования формулы, аппроксимирующие пространственную плотность ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ. Экспериментальные данные получены с помощью 24-литровой ксеноновой пузырьковой камеры ОИЯИ /КПК/, облученной в пучке π^+-мезонов с импульсом 2,34 ГэВ/с.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Было просмотрено 100 тыс. стереофотографий КПК и отобрано 1500 случаев ЭФЛ, полностью развившихся в пределах видимого объема камеры. Критерии выбора обеспечивали возможность надежной идентификации следов ливневых электронов и исключения следов фоновых частиц[/2/]. Просмотр был выполнен на репроекторе, увеличивающем изображение средней плоскости КПК в $K=0,84$ раза. Согласно критериям отбора в этой плоскости располагаются оси развития /ОР/ всех отобранных ливней*. Во всех принятых к дальнейшему анализу случаях ЭФЛ измерялись на том же репроек-

---

* Под ОР мы будем понимать, как и ранее [/2,3/], полупрямую, начинающуюся в точке конверсии первичного гамма-кванта и направленную вдоль его импульса.

торе длины суммарных пробегов ливневых электронов, $\Delta\sum_i r_i$, наблюдаемых в плоскости проекции снимка внутри прямоугольников размером $\Delta t = 20$ мм вдоль ОР и $\Delta p = 10$ мм в направлении, перпендикулярном к ОР. Следовательно, величина $\Delta\sum_i r_i$ есть функция координат t и p : $\Delta\sum_i r_i = \Delta\sum_i r_i(t,p)$.

Энергия E_γ гамма-кванта, образовавшего ливень, определялась по суммарному пробегу всех ливневых электронов, наблюдаемых в данном событии, согласно соотношению[4]:

$$E_\gamma = (\alpha/k)\sum_i r_i , \qquad /1/$$

где для жидкого ксенона $\alpha = /0{,}60 \pm 0{,}02/$ МэВ/мм.

Измерения длин суммарных пробегов $\Delta\sum_i r_i$ были выполнены дважды. Первый раз измерялись длины всех видимых следов электронов ЭФЛ, что практически соответствует энергии обрезания E_0 ливневых электронов $E_0 = 0$. Во втором случае были исключены все следы, длина которых не превышает 5 ± 2 мм. Это практически соответствует энергии обрезания $E_0 = /3 \pm 1{,}2/$ МэВ. Таким образом, для каждого события ЭФЛ был измерен набор величин

$$\Delta\sum_i r_i = \Delta\sum_i r_i(E_\gamma, E_0, t, p) . \qquad /2/$$

Плоские координаты (t,p) в дальнейшем выражены в единицах $\Delta t = 16{,}8$ мм и $\Delta p = 8{,}4$ мм в жидком ксеноне, что соответствует в радиационных единицах /рад.ед./: $\Delta t = 0{,}588$ рад.ед. и $\Delta p = 0{,}294$ рад.ед. Здесь принято, что 1 рад.ед. жидкого ксенона равна $40{,}5 \pm 1{,}7$ мм[5]. Формула /2/ означает, что величина $\Delta\sum_i r_i$ относится к прямоугольнику с координатами вершин $(t, t-\Delta t)$ вдоль ОР и $(p, p-\Delta p)$ в направлении, перпендикулярном к ОР. Координата p отсчитывается от ОР. В общей сложности было выполнено около 250 тыс. измерений величины $\Delta\sum_i r_i$ для 1500 случаев ЭФЛ. Распределение проанализированных событий ЭФЛ по энергиям E_γ гамма-квантов, образовавших эти ливни, дано в табл.1.

Так как изучаемые ливни развивались в изотропной среде /жидкий ксенон КПК/ и, следовательно, обладают осевой симметрией в статистическом смысле, то при анализе средних характеристик ЭФЛ обе половины плоского изображения каждого случая ЭФЛ относительно ОР можно рассматривать как два эффективных независимых события ЭФЛ, соответствующих данной энергии E_γ первичного гамма-кванта, определенной согласно /1/.

Таким образом, фактические числа изученных событий ЭФЛ вдвое больше, чем числа N_γ, приведенные в табл.1. Величина

Таблица 1

Числа N_γ проанализированных случаев электронно-фотонных ливней и соответствующие им значения энергий E_γ гамма-квантов, образовавших эти ливни

E_γ /МэВ/	N_γ
65±5	23
75±5	23
85±5	46
100±10	130
120±10	143
145±15	208
175±15	190
210±20	190
255±25	135
310±30	118
375±35	80
455±45	61
555±55	53
680±70	32
875±125	36
1125±125	12
1375±125	8
1635±125	5
1875±125	7

же $\Delta\sum_i r_i$ в /2/ зависит только от абсолютного значения параметра p, а именно, расстояния от ОР, без учета направления влево или вправо относительно ОР.

3. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Целью выполненного анализа экспериментальных данных был подбор теоретико-вероятностных моделей статистической зависимости

$$\Delta E = \Delta E(E_\gamma, E_0, t, p), \qquad /3/$$

определенной соотношениями /1/ и /2/, от переменных (t,p) и параметров E_γ и E_0. При этом

$$E_\gamma = \sum_{t,p} \Delta E(E_\gamma, E_0, t, p). \qquad /4/$$

В качестве критериев выбора этих моделей были приняты следующие: 1/ простота; 2/ общефизические представления о процессе образования ЭФЛ; 3/ статистическая обоснованность.

Исходя из этих критериев представляет интерес в первую очередь проверить зависимость между переменными t и p, описывающими распределение ионизационных потерь ливневых электронов в плоскости проекции изображения ЭФЛ на снимке.

3.1. Статистическая зависимость между продольным и поперечным развитием ЭФЛ

Результаты измерений длин суммарных пробегов электронов лавины $\Delta\sum_i r_i\,(E_\gamma, E_0, t, p)$, соответствующих данным значениям энергии E_γ инициирующих эти лавины гамма-квантов и энергии обрезания ливневых электронов, E_0, представляют собой 19x2=38 корреляционных таблиц /19 интервалов энергии E_γ, см. табл.1, и 2 значения энергии E_0: 0 и 3 МэВ/. Для каждой из этих таблиц аналогично тому, как это делалось ранее [3], были вычислены значения тестовой статистики

$$\chi^2_{(k-1)(\ell-1)} = \sum_{t=1}^{k} \sum_{p=1}^{\ell} \frac{(n_{tp} - n \cdot r_t \cdot r_p)}{n \cdot r_t \cdot r_p}, \qquad /5/$$

где

$$n_{tp} = \Delta \sum_i r_i (E_\gamma, E_0, t, p) / \Delta t \cdot \Delta p,$$

$$n = \sum_{t,p} n_{tp}, \quad r_t = \sum_p n_{tp}/n, \quad r_p = \sum_t n_{tp}/n,$$

k и ℓ - размеры таблицы, t и p выражены в единицах Δt = = 0,588 рад.ед. и Δp= 0,294 рад.ед. вещества соответственно. Эти значения приведены в табл.2. Были также вычислены значения коэффициента корреляции c между t и p и оценены величины доверительного интервала, Δc, соответствующего доверительной вероятности 0,95 [6].

Приведенные в табл.2 данные позволяют сделать заключение о том, что нет оснований отвергнуть гипотезу о независимости продольного (t) и поперечного (p) развития ЭФЛ в изученном интервале значений E_γ при обоих значениях энергии обрезания E_0. Следует отметить, что в интервале $E_\gamma \geq 1125$ МэВ получены завышенные значения χ^2_m, так как эта тестовая статистика является асимптотической и заведомо неприменима к столь небольшим числам N_γ измеренных случаев ЭФЛ /см., например, табл.1 и работу [6] /.

Свойство независимости переменных t и p дает возможность записать, как и ранее [3], функцию частичных суммерных пробегов ливневых электронов в следующем виде:

$$\frac{\Delta \sum_i r_i (E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} = \sum_p \left(\frac{\Delta \sum_i r_i (E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} \right) \Delta p \cdot \sum_t \left(\frac{\Delta \sum_i r_i (E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} \right) \Delta t, \quad /6/$$

или, с учетом /1/, для функции суммарных ионизационных потерь ливневых электронов:

$$\frac{\Delta e(E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} \equiv f(E_\gamma, E_0, t, p) = f_1(E_\gamma, E_0, t)\, f_2(E_\gamma, E_0, p), \qquad /7/$$

где f_1 и f_2 являются маргинальными распределениями корреляционной таблицы:

$$f_1(E_\gamma, E_0, t) = \sum_p \left(\frac{\Delta e(E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} \right) \Delta p, \qquad /8/$$

$$f_2(E_\gamma, E_0, p) = \sum_t \left(\frac{\Delta e(E_\gamma, E_0, t, p)}{\Delta t \Delta p} \right) \Delta t. \qquad /9/$$

Следовательно, задача нахождения эмпирической функции, описывающей структуру ЭФЛ в плоскости снимка, сводится к выбору моделей продольного /8/ и поперечного /9/ развития ливней по отдельности. Такая запись удобна еще и тем, что, как будет показано далее, при выборе соответствующей нормировки функция $f_1(E_\gamma, E_0, t)$ может быть отождествлена с каскадной функцией в одномерной каскадной теории/7/.

Таблица 2

Значения тестовой статистики χ^2_m с m степенями свободы /определенной соотношением /5//, соответствующие гипотезе о независимости продольного (t) и поперечного (p) развития ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ. C – коэффициент корреляции между t и p; ΔC – оценочные значения величины доверительного интервала, соответствующего доверительной вероятности 0,95. E_0 – энергия обрезания ливневых электронов.

E_γ /МэВ/	$E_0=0$		$E_0=3$ МэВ	
	χ^2_m/m	$C\pm\Delta C$	χ^2_m/m	$C\pm\Delta C$
65	3,8/2	0,29±0,30	I,8/2	0,2I±0,30
75	6,9/6	0,30±0,30	5,9/6	0,28±0,30
85	I6,2/9	0,44±0,I5	I4/6	0,49±0,I5
I00	9,9/8	0,33±0,I7	5,4/8	0,20±0,20
I20	7,8/I0	0,23±0,I7	7,8/I0	0,23±0,I8
I45	I3,4/I8	0,22±0,I5	I0,I/I0	0,29±0,I6
I75	I5,8/I8	0,27±0,I4	I7,5/I8	0,28±0,I5
2I0	23,8/2I	0,30±0,I3	I5,4/I4	0,28±0,I4
255	27,3/24	0,30±0,II	28,6/2I	0,36±0,I2
3I0	29,6/30	0,28±0,I2	30,I/30	0,29±0,I2
375	34,5/33	0,30±0,I5	32,2/33	0,29±0,I5
455	39,9/48	0,23±0,I8	34,9/40	0,23±0,I8
555	64,2/48	0,29±0,I8	53,8/48	0,28±0,I8
680	7I,5/56	0,29±0,28	52,6/52	0,26±0,28
875	74,2/68	0,22±0,25	62,9/68	0,22±0,25
II25	64,9/36	0,35±0,40	200,5/85	0,34±0,40
I375	74,5/36	0,30±0,55	266,2/I28	0,30±0,55
I625	2II,9/39	0,29±0,55	435,7/I26	0,3I±0,55
I875	I44,3/42	0,32±0,55	639,I/I26	0,32±0,55

3.2. Продольное развитие ЭФЛ

Так как процесс развития ЭФЛ состоит из множества независимых или весьма слабо зависящих друг от друга актов столкновений ливневых электронов с атомами среды, приводящих в основном к ионизации, образованию δ -электронов и тормозному излучению, а также из многочисленных актов образования электронно-позитронных пар, то согласно принятым нами критериям выбора вероятностных моделей обсуждаемого явления следует, что в первую очередь надо рассмотреть функцию Гаусса или гауссовского типа. Оказалось, что зависимость

$$f_1(E_\gamma, E_0, t) = A \cdot \exp\left[-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}\right] \qquad /10/$$

хорошо описывает продольное развитие ЭФЛ при всех изученных нами значениях E_γ и E_0 за исключением интервала значений $t \leq 1$ рад.ед. / t отсчитывается от точки конверсии гамма-кванта, вызвавшего ливень/, в котором корреляциями пренебречь нельзя. Чтобы устранить это ограничение и получить формулу, справедливую во всей области значений t, целесообразно обобщить выражение /8/ в виде

$$f_1(E_\gamma, E_0, t) = \alpha^*(E_\gamma, E_0)\, t^{\gamma(E_\gamma, E_0)} \exp[-\beta(E_\gamma, E_0)\, t^2], \qquad /11/$$

где параметры α^* , β и γ, являющиеся, в свою очередь, функциями физических параметров E_γ и E_0, надо определить из экспериментальных данных. Такой вид функции $f_1(E_\gamma, E_0, t)$ обеспечивает выполнение естественного требования

$$f_1(E_\gamma, E_0, t=0) = 0, \qquad /12/$$

т.е. чтобы ЭФЛ начинался в точке конверсии первичного гамма-кванта. Было найдено, что вероятность описать экспериментальные данные функцией /11/ составляет не менее 30%. Оказалось возможным аппроксимировать зависимость параметров α^*, β и γ от E_γ, при обоих значениях энергии обрезания E_0, следующими простыми функциями:

$$\alpha^* = a_1 \cdot E_\gamma^{b_1}, \qquad /13/$$

$$\beta = a_2 \cdot (\ln E_\gamma)^{-b_2}; \qquad /14/$$

$$\gamma = a_3 \cdot E_\gamma^{b_3}. \qquad /15/$$

Кроме этого, была также рассмотрена альтернативная относительно /14/ эмпирическая модель для коэффициента β:

$$\beta = a_4 E_\gamma^{-b_4} + c \ , \qquad /14'/$$

которая также может быть использована для практических применений. Численные значения коэффициентов a_i и b_i $(i=1,2,3,4)$ для обоих значений энергии обрезания E_0, а также соответствующие значения χ_n^2/n статистической подгонки приведены в табл.3.

Таблица 3

Численные значения параметров a_i, b_i и c $(i=1,2,3,4)$ в формулах /13/, /14/ и /15/ и соответствующие им значения тестовой статистики χ_n^2/n для обоих значений энергии обрезания E_0 ливневых электронов. Значения параметров получены в предположении, что длина t в /10/ выражена в единицах $\Delta t = 0,588$ рад.ед., энергия E_γ - в МэВ

i	$E_0 = 0$			$E_0 = 3$ МэВ		
	a_i	b_i	χ_n^2/n	a_i	b_i	χ_n^2/n
1	27,1 ±2,6	0,10 ±0,02	7,5/16	26,8± 2,6	0,12 ±0,02	7,8/16
2	357 ±102	5,11 ±0,16	21,4/16	364 ±110	5,10 ±0,17	22,2/16
3	0,065±0,014	0,35±0,04	6,0/16	0,045 ±0,009	0,40 ±0,04	7,4/16
4	53 ±23	1,3 ±0,1	16,1/16	61 ±28	1,3 ±0,1	16,8/16
	c = 0,011 ±0,002			c = 0,012 ± 0,002		

Следует отметить, что функция /11/ определялась таким образом, чтобы

$$\int_0^\infty f_1(E_\gamma, E_0, t)\, dt = E_\gamma . \qquad /16/$$

Отсюда вытекает соотношение между коэффициентами α^*, β и γ:

$$\alpha^* = E_\gamma \frac{2\beta^{\frac{\gamma+1}{2}}}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})} . \qquad /17/$$

3.3. Поперечное развитие ЭФЛ

Поскольку направление, перпендикулярное к ОР /вдоль координаты p /, не является выделеным с точки зрения процесса развития ЭФЛ, то следует ожидать, что хорошим приближением эмпирического маргинального распределения /9/ во всем интервале значений переменной p будет нормальное распределение

$$f_2(E_\gamma, E_0, p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp(-p^2/2\sigma^2). \qquad /18/$$

Гипотеза /18/ была проверена для всех изученных значений энергий E_γ и E_0 при помощи теста χ_n^2. Так как в рассматриваемом интервале значений E_γ поперечные размеры ЭФЛ относительно невелики / $p \le 3$ рад.ед./ и, следовательно, числа n степеней свободы использованной тестовой статистики χ_n^2 также достаточно малы $(n=1,2,3,4)$, то оказалось возможным сравнить распределения $W(\chi_n^2)$ полученных значений χ_n^2 с ожидаемыми $f(\chi_n^2)$ при одинаковом числе степеней свободы n по критерию

$$\chi_m^2(n) = \sum_{i=1}^{m} \frac{[W_i(\chi_n^2)(\Delta\chi_n^2)_i - \Delta F_i(\chi_n^2)]^2}{\Delta F_i(\chi_n^2)}, \qquad /19/$$

где $\Delta F_i(\chi_n^2) = \int_{(\Delta\chi_n^2)_i} f(\chi_n^2)\,d\chi_n^2$ - элемент площади шириной $(\Delta\chi_n^2)$, соответствующей ширине i-го столбика гистограммы $W_i(\chi_n^2)$. Выполненные по формуле /19/ численные оценки показали, что на уровне значимости 0,05 нет оснований для отклонения гипотезы /18/ о нормальном законе распределения ионизационных потерь ливневых электронов в направлении p, перпендикулярном к ОР ЭФЛ, во всем изученном интервале значений E_γ и E_0 независимо от глубины t развития ЭФЛ. При этом

$$2\int_0^\infty f_2(E_\gamma, E_0, p)\,dp = 1 \qquad /20/$$

и, следовательно, из /7/, /16/ и /18/ вытекает, что

$$2\int_0^\infty f_2(E_\gamma, E_0, t, p)\,dt\,dp = E_\gamma. \qquad /21/$$

В результате численного анализа непараметрической гипотезы /18/ был получен набор значений дисперсий

$$\sigma = \sigma(E_\gamma, E_0, t), \qquad /22/$$

который оказалось возможным описать простой зависимостью:

$$\sigma = m(E_\gamma, E_0)\cdot t + b(E_\gamma, E_0)\,. \qquad /23/$$

Для коэффициентов m и b, в свою очередь, получены следующие эмпирические формулы:

$$m = \alpha_1 \cdot E_\gamma^{-\beta_1}, \qquad /24/$$

$$b = -\alpha_2 \cdot E_\gamma + \beta_2\,, \qquad /25/$$

где $\alpha_1 = 0{,}47 \pm 0{,}020$, $\beta_1 = 0{,}22 \pm 0{,}06$, $/\chi_1^2 = 0{,}06/$, $\alpha_2 = /0{,}68 \pm 0{,}47/ \cdot 10^{-4}$, $\beta_2 = 0{,}46 \pm 0{,}03$, $/\chi_2^2 = 0{,}27/$. При достигнутой точности эксперимента величины m и b практически не зависят от E_0; p в /18/ выражена в единицах $\Delta p = 0{,}294$ рад.ед.

Следует подчеркнуть, что так как функции /24/ и /25/ подобраны в результате аппроксимации зависимости от E_γ значений параметра σ, полученных также в результате статистической подгонки, то для достаточно надежного статистического анализа зависимости σ от E_γ и t требуется очень большая выборка измеренных случаев ЭФЛ. По этой причине может оказаться, что наши эмпирические формулы /23/, /24/ и /25/ сохраняют лишь приближенный характер при больших значениях t / $t \geq 5$ рад.ед. вещества/.

В качестве альтернативной гипотезы о виде функции поперечного распределения ионизационных потерь ливневых электронов была рассмотрена, как ранее[3], зависимость:

$$f_2(E_\gamma, E_0, p) = \lambda \cdot \mathrm{ch}^{-2}(\lambda p)\,. \qquad /26/$$

Однако выполненный в настоящей работе анализ, основанный на значительно большей выборке событий ЭФЛ, не подтвердил вывода о предпочтительности эмпирической формулы вида /26/, хотя вероятность описать ею экспериментальные данные оказалась лишь немного меньше, чем в случае формулы /18/.

3.4. Пространственное распределение ионизационных потерь в ЭФЛ

Если через $\dfrac{\Delta E(E_\gamma, E_0, t, \rho)}{\Delta t \Delta \rho} \equiv F(E_\gamma, E_0, t, \rho)$ обозначить распределение ионизационных потерь ливневых электронов в пространстве, то, как было нами показано ранее[3], имеет место следующее соотношение:

$$f(E_\gamma, E_0, t, p) = 2\int_p^\infty F(E_\gamma, E_0, t, \rho)\,\frac{d\rho}{\sqrt{1 - p^2/\rho^2}}\,, \qquad /27/$$

где ρ - длина радиус-вектора в плоскости, перпендикулярной к OP. Принимая во внимание свойство независимости поперечного и продольного развития ЭФЛ, можно написать:

$$F(E_\gamma, E_0, t, \rho) = F_1(E_\gamma, E_0, t)\, F_2(E_\gamma, E_0, \rho) \qquad /28/$$

и, следовательно,

$$f_2(E_\gamma, E_0, p) = 2 \int_p^\infty F_2(E_\gamma, E_0, \rho) \frac{d\rho}{\sqrt{1 - p^2/\rho^2}}. \qquad /29/$$

При этом

$$F_1(E_\gamma, E_0, t) = f_1(E_\gamma, E_0, t) = a^* t^\gamma e^{-\beta t^2} \qquad /30/$$

является, в сущности, одномерной каскадной функцией $N_e(E_\gamma, E_0, t)$ /7/, так как между числом $N_e(E_\gamma, E_0, t)$ электронов с энергией $E_e \geq E_0$ на глубине t развития ливня, вызванного гамма-квантами с энергией E_γ, и длиной частичных суммарных пробегов ливневых электронов $\Lambda \sum_i r_i(E_\gamma, E_0, t)/\Lambda t$ на этой глубине существует простая связь /8/:

$$N_e(E_\gamma, E_0, t) = k \frac{\Lambda \sum_i r_i(E_\gamma, E_0, t)}{\Lambda t}. \qquad /31/$$

где в принятых в настоящей работе обозначениях

$$\frac{\Lambda \sum_i r_i(E_\gamma, E_0, t)}{\Lambda t} = \sum_p \left(\frac{\Lambda \sum_i r_i(E_\gamma, E_0, t, p)}{\Lambda t \cdot \Lambda p} \right) \Lambda p,$$

k - коэффициент пропорциональности.

Было показано /3/, что интегральное уравнение /29/ можно свести к следующему:

$$\eta(x) = \int_0^x \frac{u(y)\, dy}{\sqrt{1 - y^2/x^2}}, \qquad /32/$$

решение которого записывается в виде /9/

$$u(y) = \frac{2}{\pi} \left[\operatorname{tg} \alpha_0 + y \cdot \int_0^y \frac{d}{dx} \left[\frac{\eta(x)}{x} \right] \frac{dx}{\sqrt{y^2 - x^2}} \right], \qquad /33/$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \left[\frac{\eta(x)}{x} \right]_0.$$

Таким образом, в предположении справедливости гипотезы /18/ для функции $F_2(E_\gamma, E_0, \rho)$ получаем следующее выражение:

$$F_2(E_\gamma, E_0, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp(-\rho^2/2\sigma^2) . \qquad /34/$$

Окончательно распределение ионизационных потерь ливневых электронов в пространстве принимает следующий вид:

$$\frac{\Delta E(E_\gamma, E_0, t, \rho)}{2\pi\rho\,\Delta t \Delta\rho} = \qquad /35/$$

$$= F(E_\gamma, E_0, t, \rho) = \frac{\alpha^*}{2\pi\sigma^2} \cdot t^\gamma \cdot \exp[-(\beta t^2 + \frac{\rho^2}{2\sigma^2})].$$

Зависимость коэффициентов α^*, β и γ от E_γ и E_0, а также дисперсии σ поперечного распределения ЭФЛ от E_γ, E_0 и t определена соотношениями /13/, /14/, /15/, /23/, /24/ и /25/ и в табл.3. Запись /35/ означает, что в слое вещества, представляющем собой элемент кольца радиусом ρ, шириной $d\rho$ и толщиной dt в плоскости, перпендикулярной к ОР, выделяется в среднем в виде ионизационных потерь ливневых электронов с энергией $E_e \geq E_0$ количество энергии /в МэВ/, определенное формулой /35/, когда ливень вызван гамма-квантом с энергией E_γ. При этом длина t выражена в единицах $\Lambda t = 0,588$ рад.ед., а длина ρ - в единицах $\Lambda\rho = 0,294$ рад.ед. вещества. Следовательно, если требуется определить количество энергии ЭФЛ, выделившееся в виде ионизации ливневых электронов в элементе объема данного вещества $\Lambda V = 2\pi r \Lambda r \Lambda \tau$, где длины τ и r выражены в мм, то в формулу /35/ и /21/ надо подставить следующие величины:

$$t = \tau\left(\frac{0,588}{x_0}\right), \qquad \rho = r\left(\frac{0,294}{x_0}\right). \qquad /36/$$

Здесь x_0 – радиационная единица рассматриваемого вещества /в мм/.

3. ВЫВОДЫ

Результаты выполненных в настоящей работе исследований электронно-фотонных ливней, образованных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = /60 \div 2000/$ МэВ в жидком ксеноне, можно суммировать следующим образом:

1. Выведена формула /35/, описывающая пространственное распределение ионизационных потерь ливневых электронов.

2. Получены формулы, аппроксимирующие продольную /11/ и поперечную /34/ структуру ионизационных потерь в лавине, причем формула /11/ описывает согласно /31/ также вид одномерной каскадной функции.

3. Формулы /11/, /34/ и /35/ сохраняют свою силу в любой однородной среде, если размеры ливня выразить через радиационную единицу данного вещества согласно соотношениям /36/. Формулы эти справедливы также для неоднородных сред, когда градиент неоднородности имеет ненулевое значение только вдоль оси развития ливня. В этом случае радиационная единица вещества в формулах /36/ является функцией глубины развития ливня t.

В заключение авторы выражают благодарность профессору М.Г.Мещерякову, прочитавшему текст работы в рукописи и сделавшему ряд полезных замечаний, а также Т.Канареку за помощь при фитировании и Л.Голубевой, выполнившей часть измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Volkel V. DESY 67/16, Hamburg, 1967; Барковский М.Я., Круглов С.П. ЯФ, 1972, 16, вып.2, с.349; Станев Г., Ванков Х. "Болгарский физический журнал", 1978, 5, с.433.
2. Словинский Б. и др. ЯФ, 1969, 7, с.120.
3. Словинский Б., Чай В. ОИЯИ, Р1-80-341, Дубна, 1980.
4. Коновалова Л.П. и др. ПТЭ, 1961, 6, с.261; Борковский М.Я., Круглов С.П. Препринт ЛИЯФ, 184, Л., 1975.
5. Ничипорук Б. и др. ОИЯИ, Р-2808, Дубна, 1966.
6. Герасимович А.И., Матвеева Я.И. Математическая статистика. "Вышэйшая школа", Минск, 1978; Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. "Мир", М., 1978.
7. Беленький С.З. Иваненко И.П. УФН, 1959, 69, с.591; Рамакришман А. Элементарные частицы и космические лучи. "Мир", М., 1965.
8. Словинский Б. и др. ЯФ, 1972, 4, с.734.
9. Schmeidler W. Integralgleichungenmit Anwendungen in Physik and Technik. I. Lineare Integralgleichungen. Leipzig, 1955. Akademische Verglasgessellsehaft, Greest und Portig K-G., p.214.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 сентября 1980 года.