

объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

6195/2-80

22/12-8

P1-80-574

А.И.Аношин, Б.З.Белашев, В.Б.Любимов,  
М.К.Сулейманов

ФУРЬЕ-АЛГОРИТМ  
ДЛЯ АНАЛИЗА СПЕКТРОВ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС.

РЕЗУЛЬТАТЫ ПОИСКА  
БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ  
В  $\pi^{-}$   ${}^{12}\text{C}$  - и  $\pi^{-}$  р- ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ  
ПРИ  $P_{\pi^-} = 40$  ГэВ/с

Направлено в ЯФ

1980

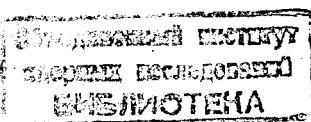
## §1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных источников информации о рождении резонансов в столкновениях адронов с адронами и ядрами служат распределения конечных продуктов по эффективной массе ( $M_{\text{эфф}}$ ). Анализ этих распределений требует, как правило, априорной информации о резонансах и нерезонанском фоне. Обнаружение новых резонансов связано с проблемой обеспеченности наблюдаемых пиков над уровнем обычно неизвестного фона.

Для преодоления этих трудностей мы использовали при исследовании распределений по  $M_{\text{эфф}}$  известный в  $\gamma$ -спектроскопии метод фурье-анализа, называемый фурье-алгоритмом /ФА//<sup>1</sup>. Однако обычно применяемый ФА не позволяет идентифицировать синглетную структуру несимметричного пика, соответствующего, например, одиночному резонансу\*. Нами предложен модифицированный ФА /МФА/. Суть его можно продемонстрировать на примерах, схематически показанных на рис. 1а и 2а. На рис. 1а изображена синглетная структура несимметричного резонанса, на рис. 2а — структура, содержащая два резонанса с вкладами  $a_1$  и  $a_2$ . Если применить к этим пикам процедуру симметризации их правых и левых частей относительно положения максимума /оси  $00_1$ /, то симметричные кривые на рис. 1б и 1в, соответствующие распределению 1а, будут обладать синглетной структурой, а кривые на рис. 2б и 2в, соответствующие дублетной структуре, будут представлять в общем случае симметричные триплеты. Полученные таким образом симметризованные распределения являются объектом исследования с помощью ФА.

Возможность идентификации синглетной и мультиплетной структуры пиков обусловлена различным поведением их фурье-образов /ФО/: монотонно-убывающим для синглета и осциллирующим для мультиплета. При этом знание основных периодов осцилляции по "массовой" частоте позволяет определить положение компонент мультиплетной структуры относительно оси симметризации. Покажем это на примере триплетов на рис. 2б и 2в. Для указанной цели компоненты дублетной структуры рис. 2в можно считать симметричными относительно положения своих максимумов. Тогда триплеты могут рассматриваться как состоящие из боковых компонент, представляющих спектр одного из резонансов дублета и центральной компоненты, которая для рис. 2б и 2в может быть

\* Предполагается использование симметричной функции разрешения.



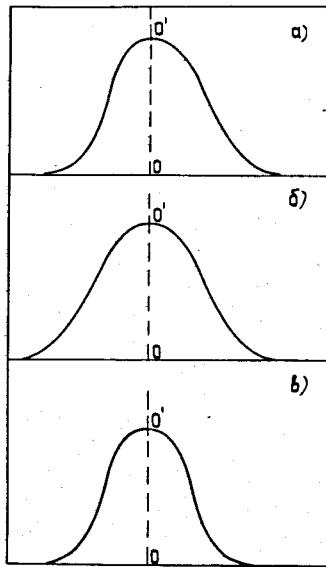
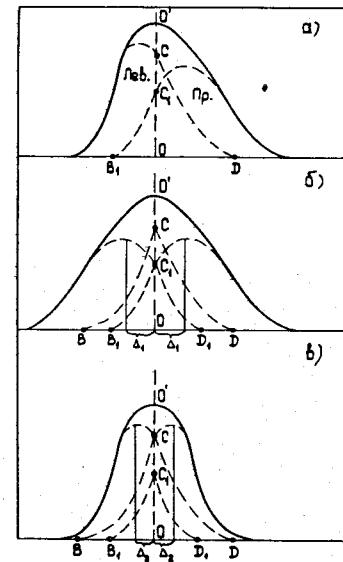


Рис.1. Схема симметризации синглетного пика, его симметризованные правая /б/ и левая /в/ части.



описана кривыми  $(BCD - B_1 C_1 D_1)$  и  $-(BCD - B_1 C_1 D_1)$ . Смысл параметров  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  ясен из рисунков. Переходя к фурье-образам распределений 2б и 2в, получаем для их модулей следующие формулы:

$$|F_1(\omega)| = |P(\omega) + 2a_1|R_1(\omega)|\cos(\omega\Delta_1)|, \quad /1/$$

$$|F_2(\omega)| = |-P(\omega) + 2a_2|R_2(\omega)|\cos(\omega\Delta_2)|, \quad /2/$$

где  $\omega$  - массовая частота,  $P(\omega)$  - Ф0 центральной компоненты триплета на рис.2б,  $R_1(\omega)$  и  $R_2(\omega)$  - Ф0 исходных компонент дублета\*. Функции  $|F_1(\omega)|$  и  $|F_2(\omega)|$  имеют осциллирующее поведение. Это обусловлено как функцией косинуса, так и тем, что в общем случае  $P(\omega)$  является разностью Ф0 функций, близких к треугольной функции /т.е. имеющей разрыв производной/, и со-

\* Вследствие симметричности всех компонент триплета относительно положений своих максимумов  $P(\omega)$ ,  $R_1(\omega)$ ,  $R_2(\omega)$  - действительные функции,  $R_1(\omega)$  и  $R_2(\omega)$  - Ф0 синглетов, медленно убывающие функции.

держит осцилляции постоянного периода. Однако информативными относительно положения компонент исследуемого распределения являются лишь осцилляции, обусловленные косинусными членами с частотными периодами  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ . Неинформативные осцилляции исчезают в сумме  $|F_1(\omega) + F_2(\omega)|$ , выраженной соотношением

$$|F_1(\omega) + F_2(\omega)| = |2a_1|R_1(\omega)|\cos(\omega\Delta_1) + 2a_2|R_2(\omega)|\cos(\omega\Delta_2)|. \quad /3/$$

Таким образом, из сравнения периодов осцилляций по координате  $\omega$  для равенств /1/ и /3/, а также /2/ и /3/ получаются основные частотные периоды  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ , что позволяет определить параметры  $\Delta_1 = \pi/\omega_{01}$ ,  $\Delta_2 = \pi/\omega_{02}$ , а следовательно, и положения компонент дублета.

Рассмотренный алгоритм может быть применен для исследования экспериментальных распределений по М<sub>эфф</sub>. При этом необходимо сделать несколько замечаний:

1. Учет функции разрешения, для фурье-преобразования заключающийся в необходимости рассматривать отношения  $|F_1(\omega)|/|G(\omega)|$  и  $|F_2(\omega)|/|G(\omega)|$ , где под  $F_1(\omega)$  и  $F_2(\omega)$  теперь понимаются Ф0 экспериментальных симметризованных распределений, а под  $G(\omega)$  - Ф0 функции разрешения, не вносит в процедуру определения положения компонент ничего принципиально нового. Действительно,  $G(\omega)$  - медленно спадающая функция гауссовского типа, которая не оказывает влияния на частотные осцилляции. Вместе с тем функция разрешения определяет граничную частоту  $\omega_{gr}$ , начиная с которой  $G(\omega) \approx 0$ , а поведение  $|F_1(\omega)|/|G(\omega)|$  и  $|F_2(\omega)|/|G(\omega)|$  становится нерегулярным;  $\omega_{gr}$  обуславливает погрешность  $\delta$  в определении параметров  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ,  $\delta = \pi/\omega_{gr}$ .

2. МФА позволяет снизить вредное влияние фона. В результате процедуры симметризации симметризуется и фон. Предполагается, что он имеет синглетную структуру. Кроме того, как правило, фон шире исследуемой области резонансов. Поэтому в модуле фурье-образа экспериментального распределения Ф0 фона сосредоточен вблизи  $\omega = 0$ . Ф0 резонансов простирается в область более высоких частот. Дальнейшее снижение влияния фона в этой области в процессе обработки симметризованных распределений на ЭВМ осуществляется путем реализации фильтра высоких частот.

3. Для идентификации синглетной структуры существенно совпадение оси симметризации с положением ее максимума. Однако из-за экспериментальных ошибок в его положении может возникнуть ложная триплетность для одного из симметризованных распределений. Если ошибка в положении максимума не превышает  $\delta$ , то основной период Ф0 ложного триплета превысит  $\omega_{gr}$ , а его

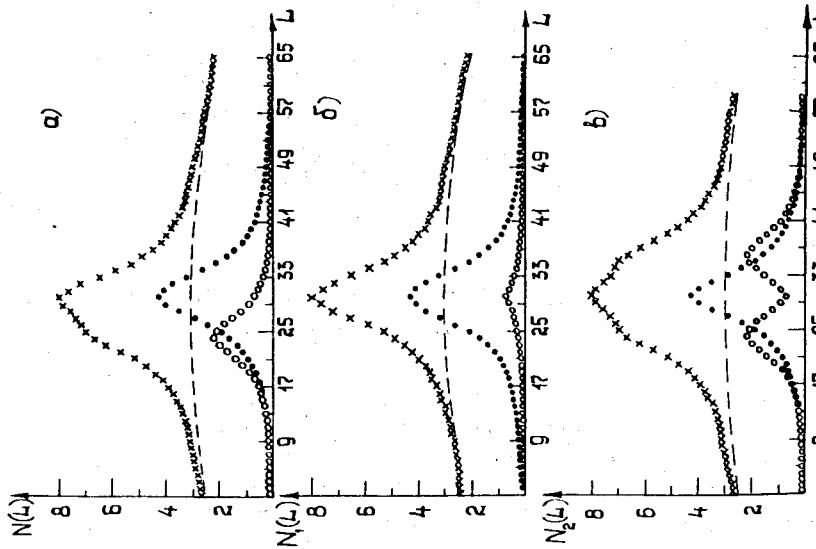


Рис.3. Модельное распределение  $N(L)/a$ ,  
б) - его правая  $N_1(L)$ , и в) - левая  $N_2(L)$   
симметризации.  $L$  - номер канала. Пунктиром  
отмечен фон.

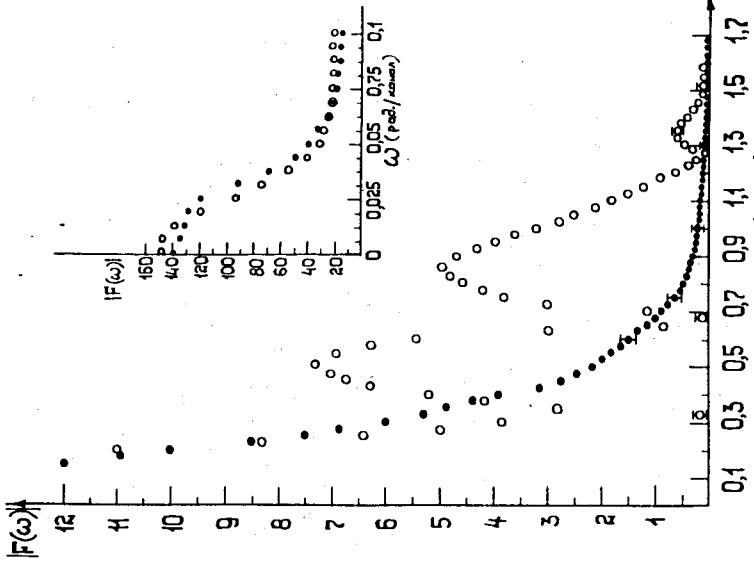


Рис.4. Модули  $F_0$   $N_1(L)$  - точки (●) и  $N_2(L)$  -  
точки (○) модельного распределения на рис.3.  
В окне показано их поведение вблизи  $\omega = 0$ .  
Масштаб по оси ординат:  $10^5 : 1$ .

$\Phi_0$  будет идентифицироваться как  $\Phi_0$  синглета. Для ошибок, больших  $\delta$ , следует провести симметризацию относительно нескольких возможных положений максимума. Критерием прохождения через положение максимума синглетного пика является перемена характера симметризованных распределений с синглетного на триплетный и наоборот при различных выборах оси симметризации.

## §2. ПРОВЕРКА ПРЕДЛОЖЕННОГО АЛГОРИТМА

Для проверки работы МФА было использовано модельное распределение, представленное на рис.3а. Симметризации его правого и левого фронтов относительно положения максимума приведены на рис. 3б и 3в, причем рис.3б соответствует синглетной, а рис.3в - триплетной структуре. Симметризованные распределения сдвигались в сторону больших  $M_{\text{эфф}}$  и экспоненциально экстраполировались до почти нулевых значений в обе стороны. В качестве фильтра высоких частот использовалась функция с  $\Phi_0$   $[1+(0,04/\omega)^2]^{-1}$ , а в качестве окна было выбрано окно Хэмминга  $^{1/2}$ . Модули  $F_0$  распределений 3б и 3в показаны на рис.4 соответственно черными и светлыми точками. Монотонно спадающий модуль  $F_0$  находится в полном согласии с синглетной структурой кривой 3б. По положению максимумов осцилляций модуля  $F_0$  второго распределения, характеризующихся постоянным периодом  $\omega_0 = 0,45 \text{ /рад/канал/}$ , идентифицируется триплетная структура с параметром  $\Delta = \pi/\omega_0 = (7 \pm 1)$  каналов, что также находится в согласии с триплетной структурой рис.3в. Отметим, что максимумы, связанные с разрывом производной центральной компоненты, в данном случае отсутствуют вследствие значительной величины синглета и плавной формы описывающей его кривой. Проведенная проверка подтверждает пригодность МФА для анализа спектра  $M_{\text{эфф}}$ , содержащего резонансы и фон.

## §3. ПОИСК БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ В СПЕКТРАХ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС $(\pi^\pm p)$ -ПАР, ОБРАЗОВАННЫХ В $\pi^- p$ - И $\pi^- C$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ $P_{\pi^-} = 40 \text{ ГэВ/с}$

МФА был применен для поиска барионных резонансов. Экспериментальные распределения по  $M_{\text{эфф}}$  ( $\pi^\pm p$ ) - пар в  $\pi^- p$ - и  $\pi^- C$ -взаимодействиях, полученные в работе <sup>3</sup>, сглаживались текущим усреднением по 9 последовательным точкам и нормировались на одну треть максимума распределения. Операция сдвига и экстраполяции проводилась так же, как и для модельного распределения, однако предварительно распределение линейно экстраполиро-

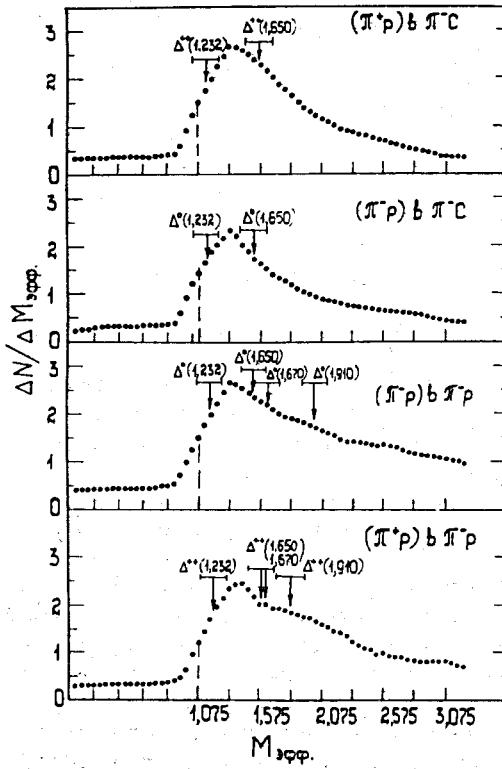


Рис. 5. Распределение по эффективным массам пар ( $\pi p$ ) из работы<sup>3/</sup>. Пунктиром отмечено начало экспериментальных распределений.

валось в сторону меньших  $M_{\text{эфф}}$  на 3 канала. В качестве функции, фильтрующей высокие частоты, использовалась функция с  $\Phi [1+(0,04/\omega)^6]^{-1}$ , а в качестве функции разрешения — функция разрешения  $1/4\pi$  со средней шириной.

Положения компонент мультиплетной структуры приведены в таблице, а также отмечены стрелками в нормированных, слаженных и экспериментальных спектрах  $M_{\text{эфф}}$  на рис. 5. Ошибка в положении компонент указана над стрелками в виде отрезка. Над каждой стрелкой приведено также значение массы близкого к ее положению пион-нуклонного резонанса.

#### §4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод симметризации для использования фурье-анализа при исследовании спектров эффективных масс проверен на модели. При его применении

к анализу экспериментальных распределений получены указания на рождение резонансов  $\Delta^{(+-)}(1,232)$ ,  $\Delta^{(++)}_o(1,650)$  в  $\pi^- C$  —взаимодействиях и  $\Delta^{(+)o}(1,232)$ ,  $\Delta^{(++)}_o(1,650)$ ,  $\Delta^{(++)}_o(1,670)$ ,  $\Delta^{(++)}_o(1,910)$  в  $\pi^- p$  —столкновениях при  $P_{\pi} = 40$  ГэВ/с.

Авторы признательны М.И.Подгорецкому за обсуждение и полезные замечания и А.П.Чеплакову за помощь в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Сороко Л.М. ОИЯИ, 1-6030, Дубна, 1970.
- Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. "Мир", М., 1978.
- Аношин А.И. и др. ОИЯИ, Р1-80-313, Дубна, 1980.
- Ангелов Н. и др. ОИЯИ, Р1-9810, Дубна, 1976.

Таблица

Характеристика событий	Положения компонент по оси $M_{\text{эфф}}$	$/ \text{ГэВ}/c^2$
( $\pi^+ p$ ) в $\pi^- C$	$1,16 \pm 0,11$	$1,57 \pm 0,11$
( $\pi^- p$ ) в $\pi^- C$	$1,16 \pm 0,11$	$1,53 \pm 0,11$
( $\pi^+ p$ ) в $\pi^- p$	$1,18 \pm 0,11$	$1,53 \pm 0,11$
( $\pi^- p$ ) в $\pi^- p$	$1,21 \pm 0,11$	$1,58 \pm 0,11$
		$1,63 \pm 0,11$
		$1,98 \pm 0,11$
		$1,63 \pm 0,11$
		$1,83 \pm 0,11$

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 августа 1980 года.