

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

+

3509/2-80

28/rh-80

P1-80-246

Я. Антош, Ю. А. Будагов, Ш. Валкар,
В. Б. Виноградов, А. Г. Володько, Ю. Дубински,
А. С. Курилин, Ю. Ф. Ломакин, Л. Г. Мороз,
В. С. Румянцев, Н. А. Русакович, В. Б. Флягин,
Ю. Н. Харжеев, Л. Шандор

ИНВАРИАНТНОЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ
РЕАКЦИИ $\pi^- p \rightarrow \pi^0 + X$ ПРИ 5 ГэВ

1980

Данные о дифференциальных сечениях инклюзивных реакций с π^0 -мезонами необходимы для понимания изоспиновой структуры процессов множественной генерации частиц. Однако информация об этих реакциях значительно уступает по полноте и систематичности тем сведениям, которые получены в исследованиях инклюзивных реакций с заряженными мезонами. В первую очередь это относится к данным по дифференциальным сечениям, являющимся функцией двух кинематических переменных π^0 -мезона, например типа $E d^2\sigma/dp_{\parallel} dp_{\perp}$, где E - энергия, p_{\parallel} и p_{\perp} - продольная и поперечная компоненты импульса соответственно.

Основным источником статистически обеспеченной информации о сечениях в реакциях с образованием π^0 -мезонов являются эксперименты, выполненные электронной методикой ^{1/}. Однако области фазового пространства, доступные для измерения в этих экспериментах, как правило, довольно ограничены. В экспериментах на пузырьковых камерах ограничения в фазовом пространстве практически отсутствуют, но возникают трудности, обусловленные невысокой статистической обеспеченностью данных. Так, в этих экспериментах дифференциальные сечения подобного типа для инклюзивных реакций с π^0 -мезонами были измерены лишь при двух энергиях: для $\pi^{\pm}p$ -взаимодействий при 18,5 ГэВ ^{2/} /измерено дифференциальное сечение $(E/p^2)d^2\sigma/dp d(\cos\theta)$, где E - энергия, а p и θ - импульс и полярный угол в лаб. системе соответственно/ и для K^+p -взаимодействий при 32 ГэВ ^{3/}.

Основные трудности заключались в следующем. Во-первых, в эксперименте регистрируются не сами π^0 -мезоны, а лишь γ -кванты от распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Эффективность регистрации γ -квантов довольно низкая и в разных экспериментах колеблется в пределах 1,5-20%. Во-вторых, имеются недостатки и в тех методах, которые использовались для восстановления распределений π^0 -мезонов по данным о зарегистрированных γ -квантах. Для этой цели применяли два метода.

В первом из них /в дальнейшем метод 1/ кинематические характеристики π^0 -мезона вычисляются из соответствующих характеристик пары γ -квантов, эффективная масса которой находится в области массы π^0 -мезона, при этом все события с одним γ -квантом не рассматриваются. В область массы π^0 -мезона попадает, как правило, лишь незначительная доля всех $\gamma\gamma$ -комбинаций. Таким образом, этот метод характеризуется весьма неэффективным использованием статистики. Кроме этого, под пиком π^0 -мезона всегда содержится значительное количество фоновых $\gamma\gamma$ -комбинаций, избавиться от которых практически невозможно.

Второй метод основан на формуле Штернхеймера, которая устанавливает простую связь между дифференциальным сечением $d^2\sigma/dp d\theta$ для γ -квантов, где p - импульс, а θ - полярный угол в лаб. системе, и инвариантным дифференциальным сечением образования π^0 -мезонов. Здесь уже используется вся статистика событий с γ -квантами. Однако эта формула является приближенной, и точность восстановления дифференциального сечения π^0 -мезонов уменьшается при переходе из высокоэнергетической в низкоэнергетическую область спектра γ -квантов.

Нами было получено интегральное уравнение, которое устанавливает связь между дифференциальным сечением образования нестабильных частиц $d^2\sigma/dE dp_{\parallel}$ и таким же сечением для продуктов их изотропного распада на пару массивных частиц ^{15/}. Сечение $d^2\sigma/dE dp_{\parallel}$ связано с инвариантным дифференциальным сечением

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{dE dp_{\parallel}} = \frac{2\pi}{\sigma} \left(E \frac{d^3\sigma}{d^3p} \right), \quad /1/$$

поэтому полученное нами уравнение справедливо в любой системе отсчета и, в частности, применимо в случае распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Поскольку, как и формула Штернхеймера, наше уравнение связывает сечение продуктов распада с сечением распадающихся частиц, его применение обеспечивает использование полной статистики событий с γ -квантами. Однако в отличие от формулы Штернхеймера это уравнение является точным и поэтому справедливо во всей области спектра γ -квантов, т.е. свободно от недостатков обоих описанных выше методов.

В настоящей работе приведены результаты применения указанного уравнения для восстановления дифференциального сечения $(E^*/\pi p^*)_{\text{макс}} d^2\sigma/dx dp_{\perp}^2$ реакции



из аналогичного сечения реакции



при энергии 5 ГэВ. Данные о реакции /2/ получены на основе анализа 7940 γ -квантов, зарегистрированных в метровой пропановой пузырьковой камере ОИЯИ ^{16/}. Примесь γ -квантов от других источников / $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 \gamma$ и т.п./ не превышает 3%. Результаты проведенных ранее исследований реакции /3/ опубликованы в работах ^{17/}.

Итак, в случае распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ упомянутое уравнение имеет следующий вид:

$$n(\omega, q_{\parallel}) = \int_{E^-}^{E^+} dE \int_{p^-}^{p^+} dp_{\parallel} G(\omega, q_{\parallel}, E, p_{\parallel}) N(E, p_{\parallel}),$$

$$E_{-} = \omega + M^2/4\omega, \quad E_{+} = \infty,$$

$$p_{\pm} = \frac{\sqrt{E^2 - M^2}}{\omega^2} \left[q_{\parallel} q'_{\parallel} \pm \sqrt{\omega^2 - q_{\parallel}^2} \sqrt{\omega^2 - q'_{\parallel}{}^2} \right], \quad /4/$$

$$q'_{\parallel} = \frac{\omega E - M^2/2}{\sqrt{E^2 - M^2}},$$

где ω и q_{\parallel} - энергия и продольная компонента импульса γ -кванта, E и p_{\parallel} - аналогичные характеристики π^0 -мезона, M - его масса, $n(\omega, q_{\parallel})$ и $N(E, p_{\parallel})$ - плотности распределения вероятности для γ -квантов и π^0 -мезонов соответственно.

Функция

$$G(\omega, q_{\parallel}, E, p_{\parallel}) = \frac{1}{\pi \sqrt{(\omega^2 - q'_{\parallel}{}^2)(E^2 - M^2 - p_{\parallel}^2)} - (q_{\parallel} \sqrt{E^2 - M^2} - q'_{\parallel} p_{\parallel})^2}$$

определяет вероятность того, что в результате распада π^0 -мезона с характеристиками E и p_{\parallel} образуется γ -квант с характеристиками ω и q_{\parallel} .

В настоящей работе уравнение /4/ было решено численным методом, который состоял в следующем.

Исходя из тех закономерностей, которые наблюдаются в распределениях инклюзивных реакций с заряженными π -мезонами, искомое дифференциальное сечение реакции /2/ мы параметризовали функцией*)

$$\frac{E^*}{\pi p_{\text{макс}}^*} \frac{d^2 \sigma}{dx dp_{\perp}^2} = f(x, p_{\perp}, A_i) = A_1 \exp(-B|x| - A_2 p_{\perp}), \quad /5/$$

$$B = A_2 \exp(-A_3 p_{\perp}^2).$$

*) Предполагалось, что параметр A_2 в передней ($x > 0$) и задней ($x < 0$) полусферах может принимать разные значения.

зависящей от свободных параметров A_1 и переменных x и p_{\perp} . Здесь $x = p_{\parallel}^* / p_{\text{макс}}^*$, а p_{\perp} и p_{\parallel}^* - поперечная и продольная компоненты импульса π^0 -мезона в с.ц.и. соответственно, $p_{\text{макс}}^*$ - максимальное значение p_{\parallel}^* . Неизвестные параметры A_1 были найдены из аппроксимации методом наименьших квадратов дифференциального сечения $(\omega^* / \pi) d^2\sigma / dq_{\parallel}^* dq_{\perp}^2$ реакции /3/ интегралом

$$\iint G'(q_{\parallel}^*, q_{\perp}^2, x, p_{\perp}) f(x, p_{\perp}, A_1) dx dp_{\perp}^2.$$

Переход в уравнении /4/ к новым кинематическим переменным сделан на основе соотношения /1/. Аппроксимация была проведена с помощью программы MINUIT /8/. Найденные в результате аппроксимации /при значении $\chi^2 = 145$ на 135 экспериментальных точек/ параметры A_1 приведены в табл.1.

Результаты исследования реакции /2/ при энергии 5 ГэВ с помощью метода 1 опубликованы в нашей работе /8/. Недостатки метода проявились в том, что для указанной реакции были измерены лишь распределения

$$F_1(x) = \int \frac{E^*}{\pi p_{\text{макс}}^*} \frac{d^2\sigma}{dx dp_{\perp}^2} dp_{\perp}^2, \quad F_2(p_{\perp}^2) = \int \frac{E^*}{\pi p_{\text{макс}}^*} \frac{d^2\sigma}{dx dp_{\perp}^2} dx$$

и некоторые интегральные характеристики реакции /2/. С целью проверки найденного аналитического выражения $f(x, p_{\perp}, A_1)$ сравним вычисленные на его основе распределения $F_1(x)$, $F_2(p_{\perp}^2)$ и интегральные характеристики реакции /2/ с результатами, полученными методом 1.

В табл.2 приведены средние значения $\langle p_{\parallel}^* \rangle$, $\langle p_{\perp} \rangle$ и $\langle p_{\perp}^2 \rangle$ для π^0 -мезонов из реакции /2/, полученные тремя разными способами. В первом столбце помещены величины, вычисленные по формуле *)

$$\langle \xi \rangle = \frac{\iint \xi f(x, p_{\perp}, A_1) (dx dp_{\perp}^2 / E^*)}{\iint f(x, p_{\perp}, A_1) (dx dp_{\perp}^2 / E^*)},$$

где $\xi = p_{\parallel}^*$, p_{\perp} и p_{\perp}^2 .

Во втором столбце приведены эти же величины, вычисленные по формулам Копылова /10/ из соответствующих величин для γ -квантов из реакции /3/, и в третьем - найденные в работе /8/ методом 1.

*) Вопрос о вычислении погрешностей различных характеристик, полученных с помощью функции $f(x, p_{\perp}, A_1)$, рассмотрен в приложении.

Таблица 1

A_1 мб/(ГэВ ² /с ³) для $x < 0$	A_2 мб/(ГэВ ² /с ³) для $x < 0$	A_2 мб/(ГэВ ² /с ³) для $x > 0$	A_3 (ГэВ/с) ⁻²	A_4 (ГэВ/с) ⁻¹
97,88±7,87	6,49±0,49	3,22±0,19	0,62±0,34	5,26±0,21

Таблица 2

	Наст. работа	Форм. Копылова	π^0 из $\gamma\gamma$ -пар
$\langle p_{\perp} \rangle$, ГэВ/с	0,305±0,007	—	0,298±0,008
$\langle p_{\perp}^2 \rangle$, (ГэВ/с) ²	0,144±0,007	0,141±0,007	0,126±0,007
$\langle p_{\parallel} \rangle$, ГэВ/с	0,195±0,008	0,120±0,006	—

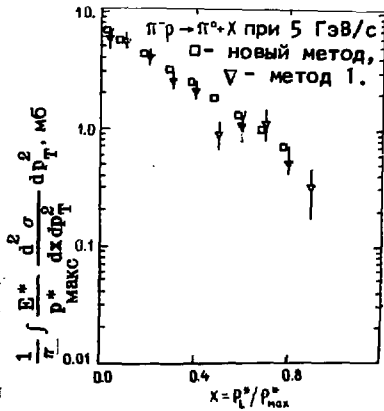


Рис. 1

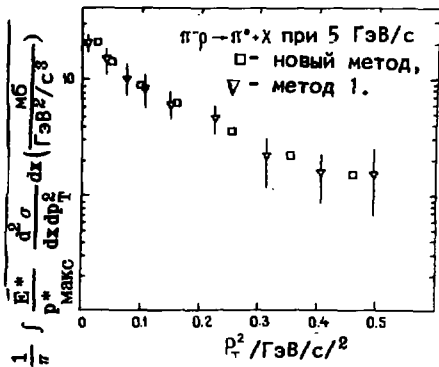


Рис. 2

Видно, что полученные в настоящей работе интегральные характеристики реакции /2/ хорошо согласуются с результатами других методов.

На рис. 1 и 2 приведены распределения $F_1(x)$ и $F_2(p_{\perp}^2)$ для реакции /2/, вычисленные с помощью функции $f(x, p_{\perp}, A_i)$, в сравнении с распределениями, полученными методом 1. При всех значениях x и p_{\perp} оба метода дают согласующиеся результаты. Однако погрешности распределений, вычисленных на основе функции $f(x, p_{\perp}, A_i)$, существенно меньше, чем распределений, полученных первым методом. Проведенное сравнение показывает, что найденная функция $f(x, p_{\perp}, A_i)$ хорошо воспроизводит поведение дифференциального сечения реакции /2/ во всем измеренном диапазоне x и p_{\perp} .

Таким образом, в результате применения нового метода, основанного на нашем уравнении, найдено аналитическое выражение для инвариантного дифференциального сечения $(E^*/\pi p_{\text{макс}}^*) d^2\sigma/dx dp_{\perp}^2$ реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 + X$ при 5 ГэВ. Для инклюзивных реакций с π^0 -мезонами в пион-протонных взаимодействиях подобный результат получен впервые.

В заключение отметим, что предложенный в настоящем сообщении метод, обладая рядом преимуществ перед известными ранее методами, обеспечивает более эффективное использование экспериментальных данных при исследовании инклюзивных реакций с π^0 -мезонами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пусть $H(A_i)$ - некоторая характеристика реакции /2/, вычисленная с помощью функции $f(x, p_{\perp}, A_i)$, например, $\langle p_{\parallel} \rangle$, $F_1(x)$, $F_2(p_{\perp}^2)$ и т.п. Оценку ошибок $\Delta H(A_i)$ характеристики $H(A_i)$ мы вычисляли двумя способами.

В первом способе была использована формула

$$\Delta H = \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial H}{\partial A_i} \frac{\partial H}{\partial A_j} V_{ij}}$$

где V_{ij} - матрица ошибок параметров A_i , которая определяется в ходе аппроксимации программой MINUIT.

Во втором способе генерировался вектор случайных чисел $A' = (A'_1, \dots, A'_5)$, распределенных по нормальному закону со средним значением $A = (A_1, \dots, A_5)$ и ковариационной матрицей V_{ij} . Характеристика $H_k(A'_i)$, рассчитанная для очередного k -ого случайного набора A' , также будет случайной величиной.

Тогда

$$\bar{H} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H_k, \quad \Delta \bar{H} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (H_k^2 - \bar{H}^2)},$$

где N - число сгенерированных случайных векторов A' .
Для всех характеристик $H(A_i)$ оценки ошибок, определенные первым и вторым способом, оказались одного порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Busser F.W. et al. Nucl.Phys., 1976, B106, p.1; Carey D.C. et al. Phys.Rev., 1976, D5, p.1196; Barnes A.V. et al. Preprint CALT-68-664, June 30, 1978; O'Neill L.H. et al. Phys.Rev., 1976, D11, p.2878.
2. Biswas N.N. et al. Phys.Rev., 1974, D11, p.3579.
3. Ажиненко И.В. и др. Препринт ЯФВЗ, ОЗИПК 78-58, Серпухов, 1978.
4. Sternheimer R. Phys.Rev., 1955, 99, p.277.
5. Антош Я., Будагов Ю.А., Румянцев В.С. ОИЯИ, E2-12708, Дубна, 1979.
6. Богомолов А.В. и др. ПТЭ, 1964, 1, с.24.
7. Амаглобели Н.С. и др. ОИЯИ, P1-8699, Дубна, 1975; Амаглобели Н.С. и др. ЯФ, 1975, 22, с.1269; Амаглобели Н.С. и др. ЯФ, 1978, 27, с.995.
8. James F., Roos M. MINUIT, CERN PROGRAM LIBRARY, D506.
9. Абросимов А.Т. и др. ЯФ, 1978, 27, с.406.
10. Корупов G. Nucl.Phys., 1973, B52, p.126.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1980 года.