

Б-911

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

3343/2-72

2/x-72

P1 - 6549



С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, А.К.Лиходед,
Г.М.Штауденмайер

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ПАРЦИАЛЬНО-ВОЛНОВОЙ АНАЛИЗ
РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi \pi N$
ВБЛИЗИ ПОРОГА ОБРАЗОВАНИЯ

Δ_{1236} - РЕЗОНАНСА С УЧЕТОМ ВКЛАДА
ТРЕУГОЛЬНОГО ГРАФИКА

Часть II. Результаты анализа.
Оценка длины $\pi \pi$ -рассеяния a_0

1972

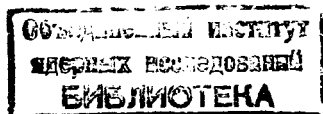
P1 - 6549

С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, А.К.Лиходед,¹
Г.М.Штауденмайер²

ПАРЦИАЛЬНО-ВОЛНОВОЙ АНАЛИЗ
РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi \pi N$
ВБЛИЗИ ПОРОГА ОБРАЗОВАНИЯ
 Δ_{1236} - РЕЗОНАНСА С УЧЕТОМ ВКЛАДА
ТРЕУГОЛЬНОГО ГРАФИКА

Часть II. Результаты анализа.
Оценка длины $\pi \pi$ -рассеяния a_0

Направлено в ЯФ



¹ Институт физики высоких энергий, Серпухов.

² ЦЕРН, Женева.

В работе ^{1/} была описана модель парциально-волнового анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с учетом вклада треугольного графика. В настоящей работе приводятся результаты анализа, проведенного на основе описанной модели, всех пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при энергиях (430–450) Мэв и дается оценка длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0 в состоянии с угловым моментом $J=0$ и изотопическим спином $T=0$.

Экспериментальные данные

В области 350–450 Мэв имеется лишь небольшой интервал энергии, для которого к настоящему времени существуют экспериментальные данные по всем пяти каналам реакций однопионного рождения. Сведения об этих каналах представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ реакции	Энергия (Мэв)	канал реакции	сечение (мб)	число событий	ссылка
1	430	$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$	$3,84 \pm 0,16$	2241	/2/
2	447	$\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$	$1,90 \pm 0,25$	3875	/3/
3	430	$\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$	$0,87 \pm 0,05$	528	/2/
4	450	$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$	$1,00 \pm 0,13$	100	/4/
5	450	$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	$0,28 \pm 0,07$	28	/4/

Для количественного анализа по методу наименьших квадратов помимо полных сечений использовались следующие данные по каждому каналу реакции:

Реакция 1 - распределения по квадратам эффективных масс $M^2(\pi^-\pi)$, $M^2(\pi^+\pi^-)$, $M^2(\pi^+\pi)$ и распределения по углам в с.ц.м. $\cos \theta_n^*$, $\cos \theta_{\pi^-}^*$, $\cos \theta_{\pi^+}^*$;

Реакция 2 - двойные дифференциальные сечения $\frac{d^2\sigma}{dM_{\pi\pi} d\cos\theta_n^*}$.
 Для сравнения с данными по реакции 1 указанные дифференциальные сечения при энергии 430 МэВ находились путем интерполяции данных при 447 МэВ^{/3/} и 417 МэВ^{/5/}.

Реакция 3 - распределения по квадратам эффективных масс $M^2(\pi^-p)$, $M^2(\pi^0p)$, $M^2(\pi^-\pi^0)$ и по углам в с.ц.м. $\cos \theta_p^*$, $\cos \theta_{\pi^0}^*$, $\cos \theta_{\pi^-}^*$.

Реакция 4 - распределения по кинетическим энергиям π -мезонов, а также по углам в с.ц.м. $\cos \theta_p^*$, $\cos \theta_{\pi^0}^*$, $\cos \theta_{\pi^+}^*$.

Реакция 5 - распределения по углам $\cos \theta_{\pi^+}^*$ и $\cos \theta_n^*$.

Таким образом, при оценке параметров модели использовалась информация о всех пяти каналах реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в интервале энергий (430-450) МэВ - всего 20 распределений.

Процедура минимизации

При расчетах пренебрегалось изменением параметров модели при изменении энергии от 430 до 450 МэВ; изменение кинематики при этом учитывалось.

Число искомых параметров модели - 17, число степеней свободы χ^2 функционала 152. Начальные значения искомых параметров задавались с помощью генератора случайных чисел; всего было выбрано около 30 начальных приближений. Поиск минимумов функционала проводился

методом линеаризации, описанном в /6/. Ввиду неопределенности параметров σ -мезона минимизация проводилась при трех значениях ширины σ -мезона: 150, 300, 400 Мэв. Наименьшие значения χ^2 -функционала были получены при значении ширины σ -мезона 300 Мэв. Поэтому в дальнейшем приводятся результаты минимизации только при этом значении ширины. Следует отметить, что результаты анализа слабо зависят от ширины σ -мезона. Как и в работах /2,11/, включение σ -мезона в нашей модели эквивалентно феноменологическому учету роста фазы $\pi\pi$ с энергией.

Всего было получено три решения, основные характеристики которых приведены в таблице II. Значения χ^2 в этих решениях существенно больше, чем теоретически ожидаемые ~ 152 . Как известно, χ^2 должен быть равен $\sim n$ (n - число степеней свободы) и при больших степенях свободы χ^2 распределен по Гауссу со стандартным отклонением $\sim \sqrt{2n}$. Одним из факторов, который может привести к увеличению χ^2 по сравнению с ожидаемым, является наличие неучтенных систематических ошибок в используемых экспериментальных данных.

В настоящее время невозможно оценить влияние этого фактора из-за отсутствия хотя бы двух групп экспериментальных данных по одному из основных каналов реакций при энергии 430 Мэв со сравнимой статистической точностью. Мы пытались использовать данные Кирца и др. /9/ по реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ вместо данных Саксона и др. /2/. В результате совместного анализа всех пяти каналов реакции (по другим каналам использовались те же самые данные) были получены существенно лучшие значения χ^2 ($\sim 1,2$ на степень свободы). К сожалению, данные Кирца и др. /9/ намного менее точны, чем данные Саксона. Поэтому в дальнейшем анализе использовались данные Саксона и др.

Следует отметить, что в настоящей работе удалось получить лучшее по сравнению с имеющимися подобными анализами описание эксперимен-

СОСТОЯНИЯ

	ρ_{11}	ρ_{12}	ρ_{13}	ρ_{21}	ρ_{22}	ρ_{23}	ρ_{31}	ρ_{32}	ρ_{33}	$\frac{\chi^2}{NDF}$	α_0
	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{11}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{12}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{13}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{21}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{22}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{23}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{31}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{32}}}$	$\frac{\sigma(\text{мс})}{\sqrt{1-\rho_{33}}}$		
1-е реше- ние	0,81±0,27 0,30±0,05 0,95±0,01	3,75±1,73 0,64±0,15 0,77±0,12	0,56±0,16 0,18±0,03 0,98±0,01	3,41±0,28 0,43±0,02 0,90±0,01	0,32±0,11 0,19±0,03 0,98±0,01	0,21±0,04 0,15±0,02 0,99±0,00	0,44±0,13 0,16±0,02 0,99±0,00	286,9 152 1,89	0,69± ±0,12		
2-е реше- ние	1,27±0,36 0,38±0,05 0,93±0,02	4,02±2,38 0,67±0,20 0,74±0,18	0,18±0,16 0,10±0,05 1,00±0,01	3,12±0,40 0,42±0,03 0,91±0,01	0,68±0,04 0,28±0,01 0,96±0,00	0,28±0,03 0,18±0,01 0,98±0,00	0,01±0,02 0,02±0,03 1,00±0,00	301,7 152 1,98	0,68± ±0,11		
3-е реше- ние	0,65±0,31 0,27±0,06 0,96±0,02	3,75±1,58 0,64±0,14 0,77±0,12	0,50±0,16 0,17±0,03 0,99±0,01	3,61±0,31 0,45±0,02 0,89±0,01	0,55±0,10 0,25±0,02 0,97±0,01	0,25±0,04 0,17±0,01 0,99±0,00	0,15±0,11 0,09±0,03 1,00±0,00	306,3 152 2,02	0,59± ±0,11		

тальных данных: значение χ^2 на степень свободы по пяти каналам реакций в трех решениях находится в пределах от 1,9 до 2,0. Саксон и др.^{12/} при одновременном описании только двух каналов реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ и $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^- p$ получили значение χ^2 на степень свободы 2,4-2,5. На рис. 1-3 приведены экспериментальные данные по трем каналам $\pi^- p \rightarrow \pi \pi N$ в сравнении с результатами 1-го решения. Величина χ^2 на степень свободы для канала $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^- p$ равна 1,40, для канала $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ -2,06 и для канала $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ -2,60.

Обсуждение результатов

Рассмотрим свойства полученных решений. Значения полных вкладов от рассмотренных в модели состояний представлены в таблице II^{x/}. Для всех решений вклады состояний с изотопическим спином $T = \frac{1}{2}$ намного больше, чем вклады состояний с $T = 3/2$. Это не означает, однако, что состояния с $T = 3/2$ можно не учитывать для описания всех $\pi^- p \rightarrow \pi \pi N$ каналов. Так, например, включение P_{31} оказалось существенным для описания канала $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$.

В всех решениях главным по величине парциальных вкладов являются P_{11} и D_{13} состояния, причем величины $\sqrt{1-\eta^2}$ во всех этих решениях больше в P_{11} состоянии, чем соответствующие величины в D_{13} состоянии. Что касается других состояний, то в разных решениях наблюдается заметное отличие вкладов в состояниях с $T=3/2$: в D_{33} и S_{31} состояниях.

^{x/} Следует отметить, что приведенные ошибки рассчитаны только с учетом диагональных членов матрицы ошибок. Это приводит к искажению ошибок, в особенности при наличии сильных корреляций. В частности, это приводит к существенному завышению ошибок для парциальных вкладов P_{11} состояния из-за сильной деструктивной интерференции фона и σ -мезона.

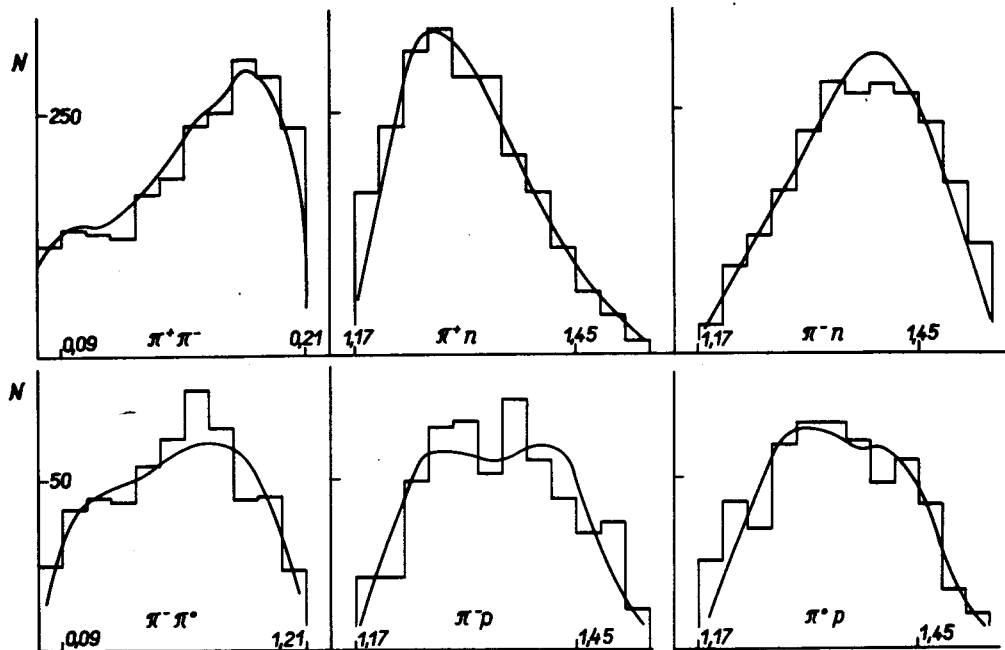


Рис. 1. Распределения по квадратам эффективных масс в реакциях $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ и $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^+p$.

Сплошная кривая - модель.

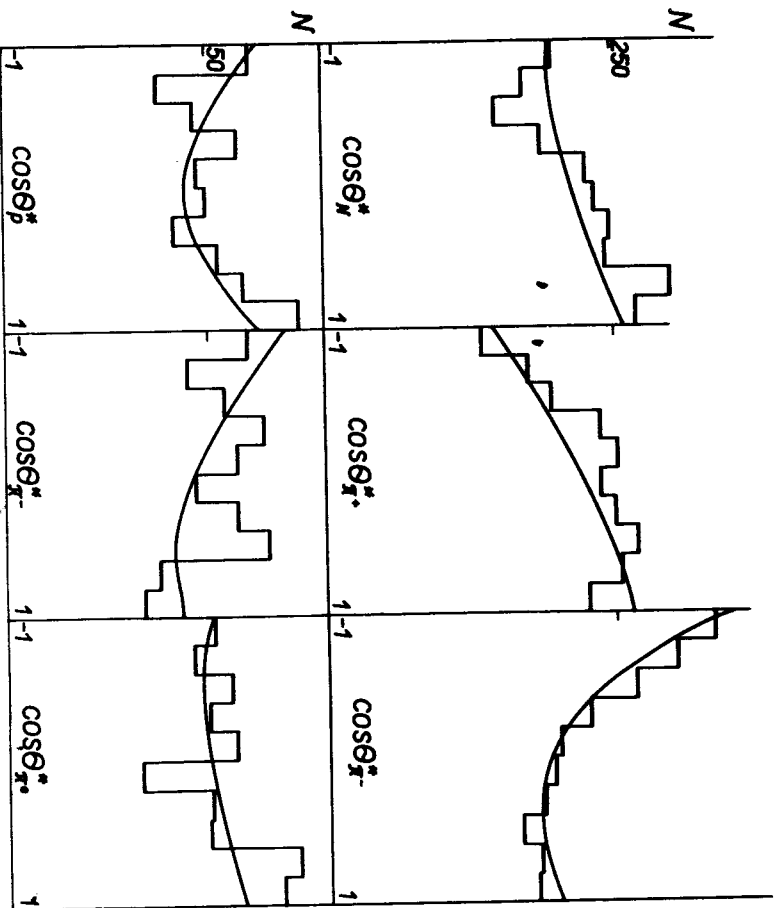


Рис. 2. Угловые распределения в системе центра масс реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ и $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^0p$.

Сплошная кривая - Модель.

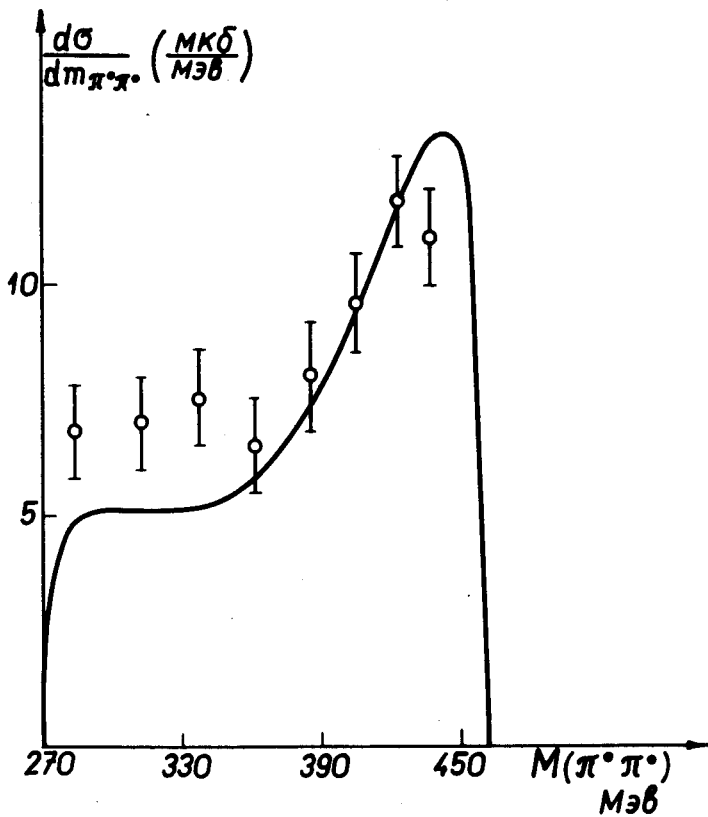


Рис. 3. Спектр масс $M(\pi^0\pi^0)$ реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$.
Сплошная кривая—модель.

Для иллюстрации вкладов различных состояний на рис. 4 приведены величины $\sqrt{1 - \eta^2}$, соответствующие 1-му решению в сравнении с результатами фазовых анализов упругого πN -рассеяния, проведенных в ЦЕРН'е и Сакле /10/.

В состояниях P_{11} , D_{13} наши результаты не противоречат обоим фазовым анализам. В S_{11} , P_{13} , P_{31} , D_{33} состояниях наши результаты противоречат тем фазовым анализам (либо ЦЕРН, либо Сакле), которые в районе 430 Мэв дают нулевые значения $\sqrt{1 - \eta^2}$. Таким образом, фазовые анализы упругого πN -рассеяния малочувствительны к состояниям с малым сечением и по этой причине носят качественный характер.

На рис. 5 результаты настоящей работы сравниваются с результатами парциально-волновых анализов /2,11,12/, два из которых /2,11/ рассматривают каналы $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$, $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$, а в третьем /12/ анализируются каналы $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$ и $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$.

Результаты нашего анализа согласуются с результатами Саксона и др. /2/ и противоречат результатам Де Бира и др. /11/ в D -состояниях, а именно: в D_{13} волне наши точки находятся выше точек из анализа Де Бира и др., а в D_{33} существенно ниже их. Что касается результатов Баулера и Кэшмора /12/, проводивших анализ $\pi^+ p \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^0 p \\ \pi^+ \pi^+ n \end{cases}$ каналов в интервале энергий 470-550 Мэв, то наши результаты находятся в согласии с ними. Отметим, что в $T=3/2$ волнах нет выделенного по величине сечений состояния и состояния S_{31} и P_{31} сравнимы с D_{33} . Поэтому пренебрежение /2,11/ состояниями S_{31} и P_{31} по сравнению с D_{33} не оправдано.

В таблице III приведены величины сечений распада состояний P_{11} , P_{13} и D_{13} . Следует отметить следующие характерные особенности распада указанных состояний по различным каналам:

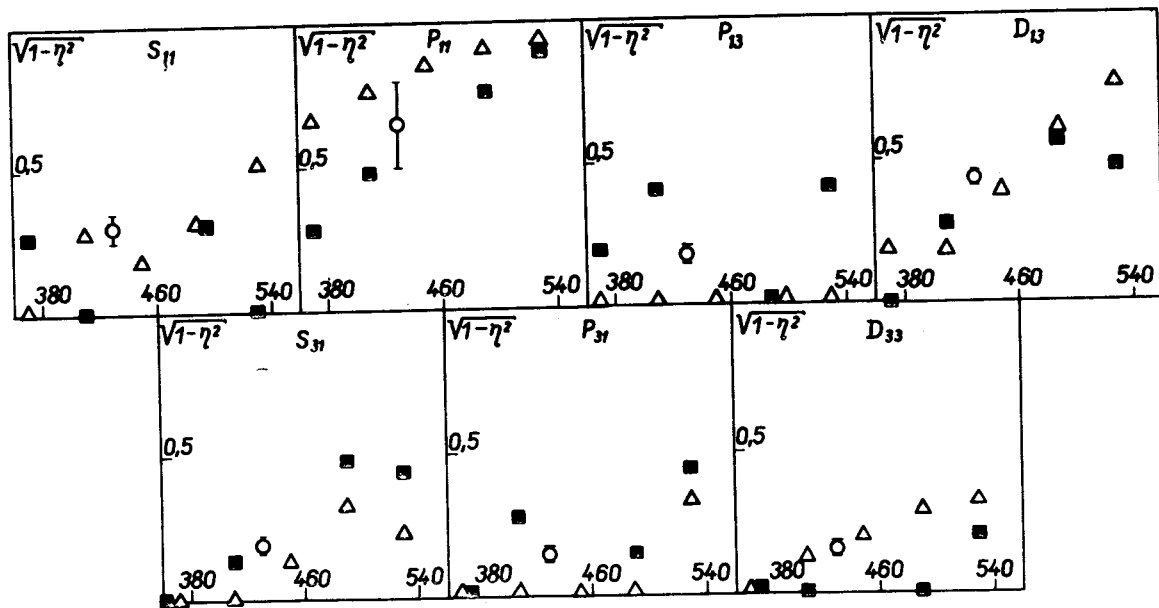


Рис. 4. Зависимость $\sqrt{1 - \eta^2}$ от энергии для различных фазовых анализов упругого πN -рассеяния. Δ - CERN EXPERIMENTAL
 \blacksquare - SACLAY, \circ - настоящая работа. Ось абсцисс - кинетическая энергия первичного π -мезона Мэв; ось ординат $\sqrt{1 - \eta^2}$.

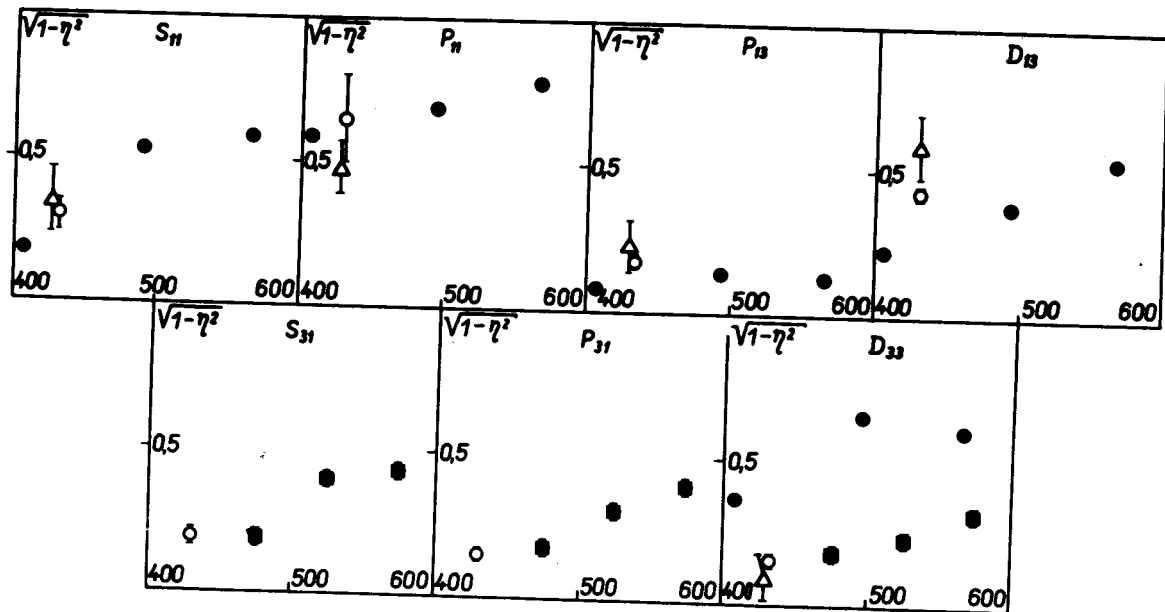


Рис. 5. Величина $\sqrt{1 - \eta^2}$ для различных парциально-волновых анализов
 ● - De Beer et al. /11/ Δ - Saxon et al. /2/ ■ - Bowler
 and Cashmore /12/ ○ - настоящая работа. Ось абсцисс - кинетическая
 энергия первичного π -мезона, Мэв; ось ординат - $\sqrt{1 - \eta^2}$.

Таблица III

Состояние	Вклады различных членов (мб)	1-е решение	2-ое решение	3-е решение
P _{II}	неизобарный член	2,65	0,74	1,50
	Δ 1236 - резонанс	0,54	1,51	0,82
	треугольный график	0,12	0,32	0,13
L _{I3}	Δ 1236- резонанс	3,82	3,50	4,04
	треугольный график	0,38	0,34	0,30
P _{I3}	Δ 1236- резонанс	0,59	0,19	0,53
	треугольный график	0,03	0,01	0,02

1) В P_{11} -состоянии существенный вклад вносит неизобарный канал; так как энергия πN -системы в системе центра масс (1403 Мэв) близка к резонансному значению энергии в P_{11} -состоянии (1470 Мэв, $\Gamma = 165$ Мэв), то этот факт представляет интерес для выяснения относительных вероятностей распада P_{11} -резонанса.

2) В D_{13} -состоянии рождение изобары в S -состоянии намного больше, чем в P_{11} -состоянии (P -рождение изобары).

3) Треугольный график вносит наибольший вклад в D_{13} -состоянии. В ряде работ^{/7-9/} наблюдалось превышение над фазовой кривой в области больших масс спектра $\pi^+\pi^-$ -системы от реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+\pi^- n$ вблизи порога образования Δ_{1236} -резонанса. В нашей модели этот эффект объясняется совокупностью многих факторов: неизобарными членами в P_{11} (фон и σ -мезон), интерференцией неизобарного члена с изобарным в P_{11} , а также интерференцией треугольной диаграммы с изобарными и неизобарными членами в P_{11} и D_{13} -волнах. На рис. 6 приведены вклады различных членов в спектре $M^2(\pi^+\pi^-)$, соответствующие первому решению.

В рамках нашей модели удалось описать все пять каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ путем введения помимо Δ_{1236} -резонанса $\pi\pi$ -взаимодействия в P_{11} , S_{11} -состояниях (σ -мезон) и учета треугольного графика в P_{11} , D_{13} , и P_{13} -состояниях. Для выяснения вопроса о необходимости введения треугольного графика нами был проведен анализ экспериментальных данных без включения в модель треугольного графика (т.е. $a_0 = 0$); при этом число параметров модели уменьшилось на единицу.

Согласие с экспериментальными данными существенно ухудшалось; так, например, χ^2 для 1-го решения возрастал на 51 единицу для второго - на 36 и для 3-го - на 28. Согласно критерию Фишера^{/13/}, можно утверждать, что если при увеличении числа параметров на единицу про-

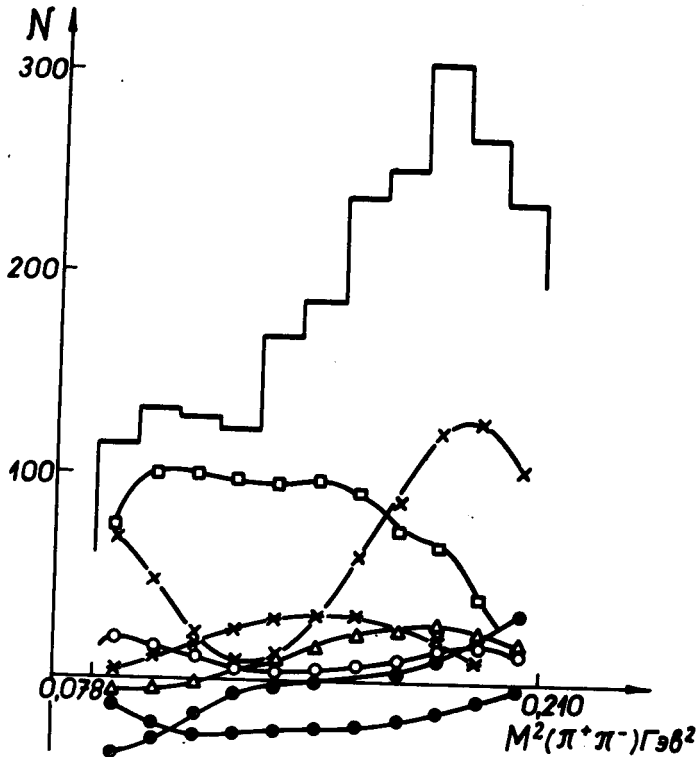


Рис. 6. Вклады различных членов в спектр масс $M^2(\pi^+\pi^-)$ реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-p$. \times - неизобарный член P_{11} , \circ - изобарный член P_{11} , Δ - интерференция треугольной диаграммы с изобарным и неизобарным членом в P_{11} , \square - изобарный член в D_{13} , \bullet - интерференция треугольного графика с изобарным членом в D_{13} , \odot - интерференция изобарного и неизобарного членов в P_{11} , $*$ - вклад S_{11} состояния.

изошло уменьшение χ^2 на $\Delta\chi^2$, то вероятность ошибки первого рода при отбрасывании решения с меньшим числом параметров есть

$$\alpha < P(\chi^2 > \Delta\chi^2),$$

где χ^2_1 есть χ^2 с одной степенью свободы. В нашем случае для всех 3-х решений $\alpha < 0,01\%$. Таким образом для описания всех пяти каналов в рамках нашей модели включение треугольного графика необходимо. При этом примечательно, что в данной модели, несмотря на несколько решений, длина $\pi\pi$ -рассеяния во всех решениях совпадает, что позволяет определить знак и величину длины рассеяния $a_0 = (0,65 \pm 0,16)\lambda_\pi$. Следует заметить, что амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния в данном варианте модели определена как константа; однако можно ввести более полное выражение амплитуды с учетом членов типа эффективного радиуса.

В работе Х.Шмита ^{/14/} было приведено уравнение, из которого следовало, что треугольный график не влияет на массовый спектр $\pi\pi$ -системы. Однако, как показано Б.Валуевым ^{/15/}, полученный Шмитом результат является следствием использования неполного выражения для амплитуды треугольного графика.

Проведенный нами анализ показывает, что в данном варианте модели для описания всех каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ или, по крайней мере $\pi^+ \pi^- n$ трех каналов $\pi^- p \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \pi^0 \pi^0 n \\ \pi \pi^0 p \end{matrix} \right.$, необходимо введение треугольного графика, что позволяет определить знак и величину длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0 .

Для уточнения полученных результатов желательно провести совместный анализ всех каналов реакций при меньших значениях энергий в интервале 350-400 Мэв.

В заключение авторы благодарят В.В.Анисовича и Б.Н.Валуева за многочисленные полезные обсуждения и советы.

Л и т е р а т у р а

1. С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, А.К.Лиходед. Препринт ОИЯИ, Р1-6521, Дубна, 1972.
2. D.H.Saxon, J.H.Mulvey, W.Chinowsky. Phys.Rev., 2D, 1790 (1970).
3. В.Дайнет, Г.Мюллер, Д.Шмитт, Г.М.Штауденмайер, С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, Э.Заваттини. ОИЯИ, Р1-5781, Дубна, 1971.
4. С.Р.Poirrier et al. Phys.Rev., 143, 1092 (1966).
5. B.S.Barish, R.J.Kurz, V.Perez-Mendez, J.Solomon. Phys.Rev., 135B, 416 (1964).
6. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1961.
7. Ю.А.Багусов, С.А.Бунятов, В.М.Сидоров, В.А.Ярба. ЖЭТФ, 40, 460, 1961.
8. Т.Д.Блохинцева, В.Г.Гребинник, В.А.Жуков, Г.Либман, Л.Л.Неменов, Г.И.Селиванов, Юань Жун-фан. ЖЭТФ, 44, 116, 1963.
9. J.Kirz, J.Schwartz and R.D.Tripp. Phys. Rev., 130, 2481 (1963).
10. D.J.Herndon, A.Barbaro-Galtteri, A.H.Rosenfeld. UCRL-20030 (1970).
11. M. de Beer, B.Deler, J.Dolbeau, M.Neveu, Nguyen Thuc Diem, G.Smadja, G.Valladas. Nucl. Phys., B12, 599 (1969).
12. M.G.Bowler, R.J.Cashmore. Nucl. Phys., B17, 331 (1970).
13. И.Н.Силин. Международная школа по физике высоких энергий, Попрад-ске Плесо, ЧССР, 1967.
14. Ch.Schmitt. Phys. Rev., 154, 1363 (1967).
15. Б.Н.Валуев. Международная школа по физике элементарных частиц. Герцег-Нови, Югославия, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июня 1972 г.