

4/12-

Б-911

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

3049/2-72

P1 - 6521



С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, А.К.Лиходед

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ПАРЦИАЛЬНО-ВОЛНОВОЙ АНАЛИЗ
РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ВБЛИЗИ ПОРОГА
ОБРАЗОВАНИЯ Δ_{1236} -РЕЗОНАНСА
С УЧЕТОМ ВКЛАДА ТРЕУГОЛЬНОГО ГРАФИКА

Часть I. Описание модели

1972

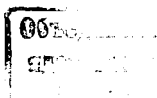
P1 - 6521

С.А.Бунятов, В.С.Курбатов, А.К.Лиходед*

ПАРЦИАЛЬНО-ВОЛНОВОЙ АНАЛИЗ
РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ВБЛИЗИ ПОРОГА
ОБРАЗОВАНИЯ Δ_{1236} -РЕЗОНАНСА
С УЧЕТОМ ВКЛАДА ТРЕУГОЛЬНОГО ГРАФИКА

Часть I. Описание модели

Направлено в ЯФ



* Институт физики высоких энергий, Серпухов.

1. В в е д е н и е

Настоящая работа является дальнейшим развитием работы^{/1/}, в которой была предпринята попытка оценить длину $\pi\pi$ -рассеяния путем выделения вклада треугольного графика^{/2/}, используя парциально-волновой анализ реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в интервале энергий 350–600 Мэв. В отличие от работы^{/1/} мы не используем результатов фазовых анализов упругого πN -рассеяния с присущими им неопределенностями и не делаем никаких предположений относительно характера зависимости параметров модели от энергии. Данный анализ отличается от всех предшествующих следующими характерными особенностями: 1) впервые проводится анализ полных и дифференциальных сечений всех пяти каналов реакций $\pi^{\pm}p \rightarrow \pi\pi N$ одновременно (обычно используют дифференциальные сечения одного или двух каналов); 2) учитываются как резонансные (Δ_{1236} и σ -мезон), так и нерезонансные (фоновые) πN - и $\pi\pi$ -взаимодействия в конечном состоянии; 3) учитывается вклад треугольного графика.

Парциально-волновой анализ реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$

Известно, что амплитуду упругого процесса ($2 \rightarrow 2$) можно разложить в ряд по парциальным волнам. При этом парциально-волновая амплитуда зависит только от одной переменной – полной энергии.

Аналогичная амплитуда для процессов (2 → 3) зависит от трех переменных: например, от полной энергии W и парных энергий частиц $M_{\pi\pi}$ и $M_{\pi N}$. Это обстоятельство существенно усложняет анализ и приводит к необходимости привлечения модельных представлений. В модельно-независимом виде дифференциальное сечение процесса $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ имеет вид ^{/3/}:

$$\frac{d^4\sigma}{d\Omega dM_{\pi\pi} dM_{\pi N}} = \sum_{L, M} C_{L, M}(M_{\pi\pi}, M_{\pi N}) Y_L^M(\theta, \phi),$$

$C_{L, M}(M_{\pi\pi}, M_{\pi N})$ - коэффициенты разложения дифференциального сечения по шаровым функциям, θ и ϕ - углы, определяющие направление первичного π -мезона относительно плоскости образования трех частиц в с.ц.и. Оценка коэффициентов $C_{L, M}$ позволяет определить максимальный угловой момент состояний, которые необходимо ввести при данной энергии, независимо от каких-либо динамических предположений. Однако для того чтобы получить более детальную информацию, необходимо сделать модельные предположения о структуре 3-частичных конечных состояний; обычно предполагается квазидвухчастичная модель, которая учитывает состояния с наиболее сильным парным взаимодействием частиц в конечном состоянии (например, Δ_{1236} -резонанс). Такое взаимодействие описывается диаграммами типа приведенных на рис. 1.

Впервые учет образования Δ_{1236} -изобары в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в очень грубом приближении был проведен Линденбаумом и Штейнхаймером ^{/4/} и соответствующая модель получила название "изобарной" модели. В дальнейшем эта модель была существенно развита в работах Олсона и Йодха ^{/5/}, где учитывались как резонансное, так и нерезонансное рождение и взаимодействие в πN -системе в конечном состоянии. Эта модель удовлетворительно описывала энергетическую зависимость полных сечений, а также спектры эффективных масс πN ,

но плохо описывала спектры $\pi^+ \pi^-$. В работах Деллера и Валадаса^{/6/} и Намызловского и др.^{/7/} развита релятивистская форма записи матричного элемента, основанная на представлении Вика^{/8/} для амплитуды трехчастичного процесса. По нашим оценкам поправки, связанные с релятивизмом при не очень больших энергиях ≈ 450 Мэв, незначительны (2-3%) и поэтому вполне допустимо нерелятивистское представление матричного элемента процесса $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, более привлекательное простотой записи. Необходимость использовать разложение только по одному из полных наборов, как это предлагается в^{/7/}, не представляется принципиальной. Напротив, наличие резонансного взаимодействия в любой из пар (в $\pi N - \Delta_{1236}$ и в $\pi\pi - \sigma$ -мезон) указывает на равноправность всех трех систем. К настоящему времени выполнены шесть парциально-волновых анализов при близких энергиях^{/3,9,13/}. В анализах^{/3,9,11/} использовался формализм модели Деллера-Валадаса, в парциально-волновом анализе^{/12/} использовался формализм модели Олсона-Йодха, а в анализах^{/10,13/} - формализм модели Намызловского. Настоящая модель представляет собой существенное развитие модели Анисовича и др.^{/1/}, в которой впервые учитывалось влияние треугольного графика. Основные этапы развития изобарной модели отражены в таблице I.

Выбор начальных и конечных состояний

На рис. 1 схематически показаны диаграммы, которые учитывались в данном анализе. Различные модели отличаются, в основном, рассмотрением различных начальных состояний системы πN , различных конечных состояний $\pi\pi N$ и параметризацией двухчастичных амплитуд. В нашем анализе мы ограничивались S -, P - и D -волнами ($L \leq 2$). Такое ограничение согласуется со всеми фазовыми анализами упругого πN -рассеяния: коэффициенты неупругости в более высоких состояниях при энергии 430 Мэв по всем фазовым анализам пренебрежимо малы.

Таблица 1

Авторы	Учет конечных состояний и взаимодействий в конечном состоянии			Квантовые состояния ^{x/}
Олсон и Йодх (1966 г.)	Резонанс. πN -взаим- модейств. Δ_{1236}	Нерезон. πN рожд. и взаимод.	- -	P_{11}, D_{13} P_{31}, D_{33}
Делер и Валадас (1966)	Резонанс. πN -взаим- действ. Δ_{1236}	-	Резонанс. $\pi\pi$ -взаим. $M \approx (600-800)$ $\Gamma_{\sigma}^{\pi} = (200-400)$	P_{11}, D_{13} S_{11}, P_{13} S_{31}, D_{33}
Де Бир и др. (1969)	Резонанс. πN -взаим. Δ_{1236}	Нерезон. $\pi\pi N$ рожден.	-	Треуг. граф. P_{11}, D_{13} $D_{33}; P_{31}$
Настоящая работа (1972)	Резонанс. πN -взаим. Δ_{1236}	Нерезон. $\pi\pi N$ рожден.	Резонанс. $\pi\pi$ -взаим. ($M_{\sigma} = 750$ Мэв) ($\Gamma_{\sigma} = 300$ Мэв)	Треуг. граф. P_{11}, D_{13} P_{13}, S_{11} S_{31}, D_{33} P_{31}

^{x/} Здесь и в дальнейшем используются обозначения $L_{(2T)(2J)}$, где L - орбитальный момент начального состояния, T - изотопический спин, J - полный момент.

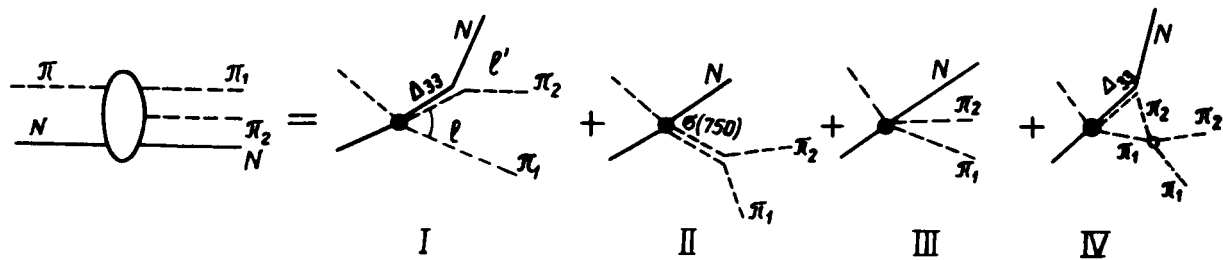


Рис. 1. Диаграммы, которые учитывались в данной модели, I - резонансное πN -взаимодействие в конечном P -состоянии (изобарная диаграмма); состояния PP_{11} , PP_{31} , DS_{31} , DS_{33} . II-резонансное $\pi\pi$ -взаимодействие в конечном S -состоянии; состояния SP_{11} , PS_{11} . III -нерезонансное рождение трех частиц в S -состоянии (фон) и ($\pi\pi$)-системы в P -состоянии; состояния P_{11} , P_{31} , S_{31} . IV -изобарная диаграмма перерассеянием пионов (треугольная диаграмма); состояния PP_{11} , PP_{31} , DS_{31} .

Для всех волн мы ограничивались рассмотрением состояний с полным угловым моментом $J \leq 3/2$, что следует из модельно-независимого анализа угловых распределений вторичных частиц в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ /9/ и также находится в согласии с фазовыми анализами.

В конечном состоянии кроме Δ_{1236} -резонанса в πN системе учитывалось резонансное $\pi\pi$ -взаимодействие в S -состоянии (так называемый σ -мезон с параметрами $M_\sigma = 750$ Мэв, $\Gamma_\sigma = 150 + 400$ Мэв). Указание на существование сильного $\pi\pi$ -взаимодействия в S -состоянии примерно с такими параметрами получено в работе Дайнета и др. /14/. Помимо этого на начальном этапе учитывался также вклад от ρ -мезона. Однако включение ρ -мезона в состояниях S_{11} , P_{11} и D_{13} не дало существенных улучшений при описании экспериментальных данных, что указывает на пренебрежимо малый вклад последнего в этих состояниях при энергии 430 Мэв. В дальнейший анализ ρ -мезон не включался, однако в состоянии S_{31} введено S -волновое рождение $\pi\pi$ -системы в P -состоянии. Вклад треугольного графика учитывался в состояниях P_{11} , P_{13} и D_{13} . В таблице II перечислены конечные состояния системы $\pi\pi N$ для всех парциальных волн.

IV. Основные формулы

Реакция типа $2 \rightarrow 3$, как известно, зависит от пяти независимых переменных. В качестве первых двух в реакции $\pi N \rightarrow \pi_1 \pi_2 N_3$ будем выбирать любые две из трех переменных s_{12} , s_{13} , s_{23} , где s_{ij} имеют смысл квадрата полной энергии пары частиц в их центре масс. s_{ij} связаны линейным соотношением

$$s_{12} + s_{13} + s_{23} = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + s. \quad (1)$$

Таблица II

Начальное состояние πp		Конечные состояния	
S_{11}	p -рождение σ	-	-
	S -рождение σ		
P_{11}	S -рождение $\pi\pi N$ в S - состоянии	P - рождение Δ_{1236}	Треугольный график
P_{13}	-	P -рождение Δ_{1236}	Треугольный график
D_{13}		S -рождение Δ_{1236}	Треугольный график
S_{31}	S -рождение $\pi\pi$ -системы в P -состоянии	-	-
P_{31}	S -рождение $\pi\pi N$ в S состоянии	-	-
D_{33}	-	S -рождение Δ_{1236}	-

Здесь m_i - массы, а s - квадрат полной энергии всех трех частиц в их центре масс, который примем за третью независимую переменную. Оставшиеся две переменные будем выбирать из трех косинусов (z_1, z_2, z_3) углов вылета частиц относительно направления налетающего пиона, импульс которого мы обозначаем через \vec{k} .

В системе центра масс трех частиц существует соотношение, связывающее косинусы углов

$$k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 z_3 = 0. \quad (2)$$

k_1, k_2, k_3 - абсолютные значения импульсов частиц, причем,

$$k_i^2 = k_{i0}^2 - m_i^2 \quad \text{и} \quad i \neq j \neq k$$

$$k_{i0} = (s - s_{jk} + m_i^2) / (2\sqrt{s}) \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (3)$$

Физическая область реакции $\pi N \rightarrow \pi_1 \pi_2 N$ в выбранных переменных определяется условием

$$Q(z_1, z_2, z_{12}) = 1 - z_1^2 - z_2^2 - z_{12}^2 + 2z_1 z_2 z_{12} \geq 0$$

(z_{12} - косинус угла между направлениями импульсов \vec{k}_1 и \vec{k}_2), а также границами графика Далица в плоскости переменных s_{12} и s_{13}

(5a)

$$s_{12}^{max} = 2 + (s - l - s_{13})(s_{13} + l - M^2) / 2s_{13} +$$

$$+ 2 \left\{ \left[\frac{(s - l - s_{13})^2}{4s_{13}} - 1 \right] \left[\frac{(s_{13} + l - M^2)^2}{4s_{13}} - 1 \right] \right\}^{1/2}.$$

(5b)

$$s_{12}^{min} = 2 + (s - l - s_{13})(s_{13} + l - M^2) / 2s_{13} -$$

$$- 2 \left\{ \left[\frac{(s - l - s_{13})^2}{4s_{13}} - 1 \right] \left[\frac{(s_{13} + l - M^2)^2}{4s_{13}} - 1 \right] \right\}^{1/2}$$

$$(M + 1)^2 < s_{13} < (W - 1)^2 \quad W = \sqrt{s}.$$

Здесь и далее будем считать, что $m_{\pi}^2 = 1$, $m_N^2 = M^2$. Выражение для дифференциального сечения процесса $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ имеет следующий вид:

$$d\sigma = \frac{l}{2s \sqrt{(s+1-M^2)^2 - 4s}} /A|^2 \frac{l}{4\pi} \frac{dz_1 dz_2 ds_{12} ds_{13}}{\sqrt{Q(z_1, z_2, z_{12})}}$$

$|A|^2 = |\sum_{\sigma} A_{\sigma}|^2$ - квадрат матричного элемента, усредненный по начальным поляризациям нуклона и просуммированный по конечным поляризациям. A_{σ} в наших обозначениях соответствует вкладу состояний, указанных в таблице II. S -рождению изобары Δ_{1236} из D_{j3} - состояний ($j = 2T$, где T - изотопический спин, $T = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$) соответствует матричный элемент следующего вида $x/$:

$$A_{D_{j3}}^{\Delta} = G_{D_{j3}}^{\Delta} \{ [k^2 (\sigma k_{a3}^{\rightarrow}) - 3(\sigma k)(k k_{a3}^{\rightarrow})] \frac{l}{s_{a3} - l^2_{\Delta}} \}$$

$$l_{\Delta}^2 = M_{\Delta}^2 - i \Gamma_{\Delta} \quad a = 1, 2$$

$M_{\Delta} = 8,8$ - масса изобары, Γ_{Δ} - ширина изобары и $\Gamma_{\Delta} = \Gamma_0 M_{\Delta} \frac{q_{\pi N}^3}{q_0^3}$, $\Gamma_0 M_{\Delta} = 7,5$, $q_{\pi N}$ импульс π -мезона, связанного в изобару в системе покоя изобары, $q_0 = 1,5$; $G_{D_{j3}}^{\Delta}$ - константа для каждого изотопического состояния. P_{11} - состояние описывается двумя матричными элементами, соответствующими S -рождению σ -мезона

$$A_{P_{11}}^{\sigma} = G_{P_{11}}^{\sigma} (k_{\sigma}^{\rightarrow}) \frac{\Gamma_{\sigma}}{s_{12} - l_{\sigma}^2}$$

$M_{\sigma} = 5,3$ - масса σ -мезона,

$$\Gamma_{\sigma} = \Gamma_1 M_{\sigma} \frac{q_{\pi\pi}}{q_1}$$

$x/$ Здесь и далее опущен соответствующий изотопический множитель Клебша-Гордона, зависящий от того, какой пион связан с нуклоном в изобару.

Γ_1 варьировалась и была равной 1,07; 2,14; 2,85 (соответственно 150, 300 и 400 Мэв). $q_{\pi\pi}$ - импульс π -мезона в системе покоя σ -мезона. $q_1 = 2,5$ и P -рождению Δ_{1236} :

$$A_{P_{11}}^{\Delta} = G_{P_{11}}^{\Delta} (\vec{\sigma} \vec{k}) \{ 2 (\vec{k}_{\alpha 3} \vec{k}_{\beta}) - i \vec{\sigma} [\vec{k}_{\alpha 3} \vec{k}_{\beta}] \} \frac{1}{s_{\alpha 3} - I \Delta^2} .$$

$(\alpha, \beta = 1, 2; \alpha \neq \beta).$

Кроме того в P_{11} состоянии учитывалось S -рождение в конечном состоянии всех трех частиц

$$A_{P_{11}}^S = G_{P_{11}}^S (\vec{\sigma} \vec{k}),$$

P_{13} -состояние описывается P -рождением изобары. Соответствующая амплитуда имеет вид:

$$A_{P_{13}} = G_{P_{13}} \{ -i 5 k [\vec{k}_{\alpha 3} \vec{k}_{\beta}] - \vec{\sigma} \vec{k} (k_{\beta} k_{\alpha 3}) - (\vec{\sigma} \vec{k}_{\alpha 3}) (k_{\beta} k_{\beta}) +$$

$$+ 4 (\vec{\sigma} \vec{k}_{\beta}) (k_{\alpha 3} k_{\beta}) \} \frac{1}{s_{\alpha 3} - I \Delta^2}$$

$\alpha = 1, 2$
 $\beta = 1, 2$

$\alpha \neq \beta,$

P_{31} - состояние описывается S -рождением $\pi\pi N$ -системы в S -состоянии

$$A_{P_{31}} = G_{P_{31}} (\vec{\sigma} \vec{k}).$$

S_{11} - состояние описывается P - рождением σ - мезона

$$A_{s_{11}}^{\sigma} = G_{s_{11}}^{\sigma} (\vec{k}_3 \vec{\sigma}) \Gamma_{\sigma} / (s_{12} - I_{\sigma}^2).$$

S_{31} - S рождением $\pi\pi$ - системы в P - состоянии

$$A_{s_{31}}^{\pi\pi} = G_{s_{31}}^{\pi\pi} (\vec{k}_{12} \vec{\sigma})$$

относительные импульсы частиц 1,3; 2,3; 1,2 в их системе центра масс:

$$\vec{k}_{13} = \vec{k}_1 + \kappa_1 \vec{k}_2; \quad \vec{k}_{23} = \vec{k}_2 + \kappa_2 \vec{k}_1; \quad \vec{k}_{12} = \vec{k}_1 + \kappa_3 \vec{k}_3.$$

Здесь

$$\kappa_1 = \frac{s + I - s_{23} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{s_{13}}} (s_{13} + I - M^2)}{(\sqrt{s} + \sqrt{s_{23}})^2 - I}$$

$$\kappa_2 = \frac{s + I - s_{13} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{s_{23}}} (s_{13} + I - M^2)}{(\sqrt{s} + \sqrt{s_{13}})^2 - I}$$

$$\kappa_3 = \frac{s + I - s_{23} + \sqrt{s_{12} \cdot s}}{(\sqrt{s} + \sqrt{s_{12}})^2 - M^2}$$

Вклад в амплитуду членов с логарифмической особенностью обсуждался ранее в работе /1/ и мы проводим окончательный результат без подробного вывода.

Вклад в D_{13} - волновую часть амплитуды имеет следующий вид:

$$T_D(12) = G_{D13}^{\Delta} [k^2(\vec{\sigma}\vec{k}_3) - 3(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{k}\vec{k}_3)] i a_0 h_D \cdot [\ln \frac{\alpha + \sqrt{s_{12} - 4}}{|\alpha|} + J] / 2\beta$$

Вклад в P_{11} -волновую часть:

$$T_{P_{11}}(12) = G_{P_{11}}^{\Delta} (\vec{\sigma}\vec{k}) i a_0 h_p [\ln \frac{\alpha + \sqrt{s_{12} - 4}}{|\alpha|} + J] / 2\beta$$

и в P_{13} волну:

$$T_{P_{13}}(12) = G_{P_{13}}^{\Delta} [3(\vec{\sigma}\vec{k}_3)(\vec{k}_3\vec{k}) - (\vec{\sigma}\vec{k})k_3^2] i a_0 \cdot \\ \cdot h_p [\ln \frac{\alpha + \sqrt{s_{12} - 4}}{|\alpha|} + J] \frac{1}{2\beta} \frac{M+2}{4M(W-M-2)}$$

Здесь a_0 -длина $\pi\pi$ -рассеяния. Величина J , вычислена в работе /1/:

$$\alpha\beta = \frac{s + M^2 - 1}{2} - l_{\Delta}^2; \beta = \frac{1}{4} \sqrt{[(W+M)^2 - 4][(W-M)^2 - 4]}$$

$$h_p = \frac{2M(W-M-2)}{M+1} + \frac{\alpha}{M+1} \sqrt{\frac{4M(W-M-2)}{M+2}}$$

$$h_D = -\frac{M+2}{2(M+1)} + \frac{M\alpha}{4(M+1)} \sqrt{\frac{M+2}{M(W-M-2)}}$$

где $W^2 = s$. Таким образом, модель в описанном варианте содержит 17 неизвестных параметров (12 параметров для описания состояний с изотопическим спином $T = \frac{1}{2}$ и 5 параметров с $T = \frac{3}{2}$), из них девять - модули вершин амплитуд переходов в рассмотренных состояниях, семь - фазы, соответствующие этим амплитудам, и один - длина $\pi\pi$ -рассеяния a_0 .

Литература

1. В.В. Анисович, Е.М. Левин, А.К. Лиходед, Ю.Г. Строганов. ЯФ, 8, 583 (1968).
2. В.В. Анисович, Л.Г. Дахно. ЖЭТФ, 46, 1152 (1964);
Б.Н. Валуев. ЖЭТФ, 47, 649 (1964).
3. M. De Beer, D. Deler, J. Dolbeau, M. Neveu, Nguyen Thuc Diem, G. Smadja, G. Valladas. Nucl. Phys., B12, 599 (1969).
4. R. M. Sternheimer, S. J. Lindenbaum. Phys. Rev., 109, 1723 (1958).
5. M. Olsson, G. B. Yodh. Phys. Rev., 145, 1309 (1966).
6. B. Deler, G. Valladas. Nuovo Cim., 45, 559 (1966).
7. J. M. Namyslowski, M. S. Razmi, R. G. Roberts. Phys. Rev., 157, 1328 (1967).
8. G. Wick. Ann. Phys., 18, 65 (1962).
9. D. H. Saxon, J. H. Mulvey, W. Chinowsky. Phys. Rev., 2D, 1790 (1970).
10. J. C. Botke. Nucl. Phys., B23, 253 (1970).
11. M. G. Bowler, R. J. Cashmore. Nucl. Phys., B17, 331 (1970).
12. А.В. Кравцов. ЯФ, 12, 1068 (1970).
13. М.М. Макаров, Н.С. Гасилова, В.В. Нелюбин, В.В. Саранцев, Л.Н. Ткач. ЯФ, 13, 891 (1971).

14. W. Deinet, A. Menzione, H. Muller, H.M.Staudenmaier,
B. Bunyatov, D. Schmitt. Phys. Lett., 30B, 359 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июня 1972 года.