

3/4-71

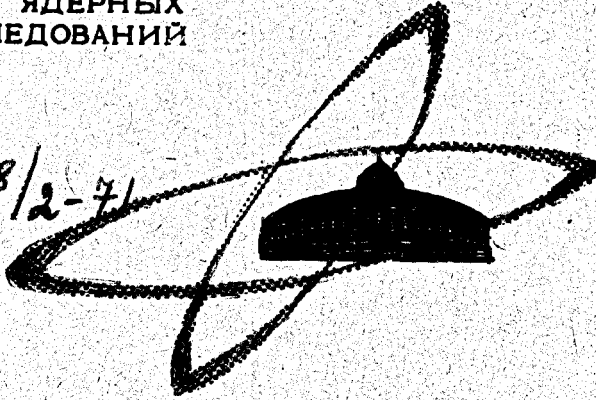
к-659

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

PI-5668

1408/2-71



Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ
В СИСТЕМЕ
ДВУХ РЕЗОНАНСОВ

1971

P1-5668

Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий

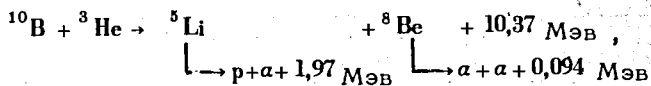
**ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ
В СИСТЕМЕ
ДВУХ РЕЗОНАНСОВ**

Направлено в ЯФ



В работах /1-3/ была рассмотрена интерференция тождественных частиц 1 и 2, из которых одна рождается совместно с каким-то резонансом, а другая появляется в результате распада этого резонанса. Здесь мы рассмотрим случай, когда обе тождественные частицы появляются от распада двух резонансов, R и g . Будет показано (§1), что в таких реакциях возникают интерференционные максимумы, сходные с теми, которые были изучены в работах /1-3/. Кроме того, имеют место интерференционные явления нового типа, непосредственно связанные с разностью времен жизни резонансов (§2). В случае, когда R и g - одинаковые и узкие резонансы, эти явления могут быть в принципе использованы для измерения величины Γ путем экспериментально контролируемого расширения резонансных пиков.

В §3 разобраны кинематические условия, в которых возможно наблюдение интерференционных эффектов. Хотя в работе идет речь о рождении пар резонансов, описываемые в ней эффекты относятся и к ядерным реакциям, например, к реакциям типа



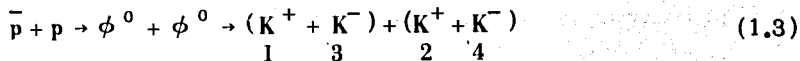
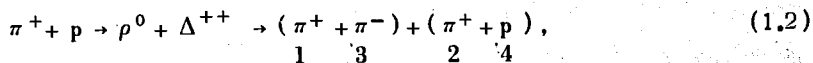
где ^5Li и ^8Be - возбужденные ядра /4/.

§1. Исходные соотношения

1. Нас интересует случай, когда две тождественные частицы, 1 и 2 (например, π^+ - мезоны), с близкими по величине и по направлению импульсами рождаются от распада двух резонансов, R и r. Обозначая пару R + r цифрой 0, мы должны будем тогда рассмотреть интерференцию двух процессов

$$\begin{array}{c} 0 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{R} \quad \text{r} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 3 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{c} 0 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{R} \quad \text{r} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 4 \end{array} \quad (1.1)$$

Примеры таких реакций:



или

$$\bar{p} + p \rightarrow \omega^0 + \phi^0 \rightarrow (\pi^+ + \underbrace{\pi^- + \pi^0}_3) + (\pi^+ + \underbrace{\pi^- + \pi^0}_4). \quad (1.4)$$

В последнем случае массы "частиц" 3 и 4 переменны.

2. Напишем амплитуду подобных процессов в виде суммы произведений резонансных амплитуд

$$A = f_R(m_{13}) f_r(m_{24}) + f_R(m_{23}) f_r(m_{14}), \quad (1.5)$$

считая для определенности частицы 3 и 4 нетождественными^{x/}.

В формуле (1.5)

$$f_j(m) = \frac{a_j}{m^2 - m_j^2 + i m_j \Gamma_j}, \quad j = R, r.$$

В дальнейшем, как и в /1-3/, величины a_j считаются постоянными, а импульсы \vec{p}_1 и \vec{p}_2 частиц 1 и 2 - близкими друг к другу. Эта оговорка предполагает, конечно, достаточную узость резонансов.

Состояние четырех бесспиновых частиц в системе их покоя может быть описано пятью независимыми параметрами (12 компонент импульсов минус 4 закона сохранения, минус 3 эйлеровых угла, задающих поворот четверки в пространстве). Мы выберем из них лишь четыре, не обращая на пятый внимания, т.е. усредняя по нему, и напишем распределение четверок этих параметров в виде

^{x/} Если бы они были тождественны и резонансы R и r - тоже, учёт этого лишь удвоил бы амплитуду. Случай $R \neq r$, $3 \equiv 4$ приводит к более сложным формулам.

$$d^4 W \approx \lambda |A|^2 dm_{13}^2 dm_{24}^2 dm_{23}^2 dm_{14}^2. \quad (1.6)$$

По аналогии с /1/ введем новые безразмерные переменные

$$2X = \frac{m_{13}^2 + m_{23}^2 - 2m_R^2}{m_R \Gamma_R}, \quad 2x = \frac{m_{14}^2 + m_{24}^2 - 2m_r^2}{m_r \Gamma_r},$$

$$2Y = \frac{m_{13}^2 - m_{23}^2}{m_R \Gamma_R}, \quad 2y = \frac{m_{14}^2 - m_{24}^2}{m_r \Gamma_r}.$$

В этих переменных распределение вероятностей есть

$$d^4 W \sim 4\lambda \left| \frac{1}{X+Y+i} \frac{1}{x-y+i} + \frac{1}{X-Y+i} \frac{1}{x+y+i} \right|^2 dX dY dx dy. \quad (1.7)$$

Мы считаем резонансы узкими. Это значит, что область $X, Y, x, y \sim 1$, дающая главный вклад в вероятность, очень мала в сравнении со всей областью изменений X, Y, x, y . Поэтому, желая найти распределение по

Y, y , мы не сделаем большой погрешности, интегрируя по X и x от $-\infty$ до $+\infty$ и полагая $\lambda = \text{Const}$:

$$w(Y, y) = \frac{d^2 W}{dy dY} \sim 1 + \frac{1+yY}{(1+y^2)(1+Y^2)}. \quad (1.8)$$

Интерференционный эффект в плоскости (Y, y) определяется членом

$$J = (1 + yY) / (1 + y^2)(1 + Y^2). \quad (1.9)$$

Линии уровня J показаны на рис. 3а в ^{/1/}.

Проинтегрируем (1.8) по Y в интервале ΔY , симметричном относительно $Y = 0$ и имеем такую длину, что на концах его можно положить $\text{arctg} \frac{\Delta Y}{2} = \frac{\pi}{2}$. Тогда

$$w(y) = \frac{dW}{dy} = \Delta Y + \frac{\pi}{1 + y^2}. \quad (1.10)$$

Следовательно, в распределении по y относительная роль интерференционного эффекта зависит от выбора интервала усреднения по Y . При очень больших интервалах она мала. Этим распределение по y в системе двух узких резонансов отличается от разобранного в ^{/1/} распределения в системе "резонанс+частица", где при достаточно широких интервалах усреднения такая зависимость отсутствует.

3. В другом же с рассматриваемой выше точки зрения интерференционные эффекты в системе "резонанс+резонанс" мало отличаются от эффектов в системе "резонанс+частица". В частности, при $\Gamma_R \gg \Gamma_r$ в формулах (1.7), (1.8) следует положить $X = Y = 0$, после чего они переходят в формулы (2.8) и (2.9) в ^{/1/}.

Чтобы обнаружить новые эффекты в системе "резонанс+резонанс", запишем (1.8) в виде

$$w(Y, y) \sim 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{y+i} \frac{1}{Y-i} + \frac{1}{2} \frac{1}{y-i} \frac{1}{Y+i} \quad (1.11)$$

и введем новые переменные

$$\zeta = \frac{1}{2} (Y - y) \equiv \frac{m_{13}^2 - m_{23}^2}{4 m_R \Gamma_R} - \frac{m_{14}^2 - m_{24}^2}{4 m_r \Gamma_r}, \quad (1.12)$$

$$\xi = \frac{1}{2} (Y + y).$$

Проинтегрируем по ξ в симметричном относительно $\xi = 0$ интервале $\Delta \xi$, достаточно широком для того, чтобы можно было положить на концах интервала $\operatorname{arctg} \frac{\Delta \xi}{2} = \frac{\pi}{2}$. Мы снова получим распределение Брейта-Вигнера с максимумом в $\zeta = 0$:

$$w(\zeta) = \frac{dW}{d\zeta} = \Delta \xi + \frac{\pi}{1 + \zeta^2}. \quad (1.13)$$

Ниже, в §2, формулы (1.12), (1.13) явятся основой метода прямого измерения разности времен жизни резонансов.

4. Сходный интерференционный эффект получается, когда вместо безразмерных переменных ζ , ξ вводятся размерные величины z и Z :

$$z = \frac{1}{2} (m_{13} - m_{23} - m_{14} + m_{24}), \quad Z = \frac{1}{2} (m_{13} - m_{23} + m_{14} - m_{24}). \quad (1.14)$$

Распределение по z , получаемое после отбора событий, в которых Z попадает в заранее выбранный интервал ΔZ , имеет вид

$$w(z) = \frac{dW}{dz} = \frac{\Delta Z}{\Gamma_R \Gamma_r} + \pi \frac{\Gamma}{z^2 + \Gamma^2}, \quad (1.15)$$

где $\Gamma = \frac{1}{2}(\Gamma_R + \Gamma_r)$. Оно позволяет измерить полусумму резонансных ширин.

§2. Определение разности времен жизни резонансов. Контролируемое расширение резонансных пиков

1. Покажем, как измерения спектра величины ζ позволяют определить разность времен жизни резонансов. Преобразуем выражение (1.12) для ζ в лабораторной системе отсчёта в предположении $\vec{p}_1 \approx \vec{p}_2$. Учтём, что при этом $\vec{p}_{13} \approx \vec{p}_{23}$, $\vec{p}_{14} \approx \vec{p}_{24}$. Введем в рассмотрение собственное время жизни резонансов $\tau_j = \Gamma_j^{-1}$ ($j = R, r$) и их время жизни t_j и пробег \vec{s}_j в л.с. Последние составляют в совокупности 4-векторы интервала u_j между рождением и распадом резонансов

$$u_j = \{t_j, \vec{s}_j\} = \left\{ \frac{\omega_j}{m_j} \tau_j, \frac{\vec{p}_j}{m_j} \tau_j \right\}, \quad u_j^2 = \tau_j^2. \quad (2.1)$$

Введем также 4-векторы p_R и p_r , равные средним арифметическим $\frac{1}{2}(p_{13} + p_{23})$ и $\frac{1}{2}(p_{14} + p_{24})$ соответственно. Тогда $m_{13}^2 - m_{23}^2 = (p_1 - p_2)(p_{13} + p_{23}) = 2p_R(p_1 - p_2)$ и аналогично $m_{14}^2 - m_{24}^2 = 2p_r(p_1 - p_2)$, так что

$$\zeta = \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \left(\frac{p_R}{m_R \Gamma_R} - \frac{p_r}{m_r \Gamma_r} \right) = \frac{1}{2}(p_1 - p_2)(u_R - u_r). \quad (2.2)$$

Следовательно, ζ выражается через разности времен жизни и пробегов резонансов в л.с.:

$$2\zeta = (\omega_1 - \omega_2)(t_R - t_r) - (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)(\vec{s}_R - \vec{s}_r). \quad (2.3)$$

Между компонентами 4-вектора $p_1 - p_2$ существует связь

$$(p_1 + p_2)(p_1 - p_2) = 0, \quad (2.4)$$

поэтому из четырех слагаемых в (2.3) независимы лишь три, например, разность энергий $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$ и Δp_{\perp} - две проекции $\vec{p}_1 - \vec{p}_2$ на плоскость, перпендикулярную к $\vec{p}_{12} \equiv \vec{p}_1 + \vec{p}_2$. Проекция $\vec{p}_1 - \vec{p}_2$ на импульс \vec{p}_{12} , обозначаемая Δp_{\parallel} , выражается через $\Delta\omega$:

$$\Delta p_{\parallel} = \Delta\omega / v_{12},$$

где v_{12} - скорость пары 1+2. Введем аналогично такие же проекции пробегов резонансов $s_{R\parallel}, s_{r\parallel}, s_{R\perp}, s_{r\perp}$; кроме того, введем единичный вектор \vec{N} , параллельный Δp_{\perp} , и угол ψ между \vec{p}_1 и \vec{p}_2 . Тогда

$$2\zeta = \Delta\omega [t_R - t_r - v_{12}^{-1}(s_{R\parallel} - s_{r\parallel})] - (\vec{s}_{R\perp} - \vec{s}_{r\perp}) \vec{N}_{p_{12}}(\psi/2), \quad (2.5)$$

где малый угол ψ равен

$$\psi = [m_{12}^2 - 4m_1^2 - m_{12}^2(\Delta\omega)^2/p_{12}^2]^{1/2} / p_{12}. \quad (2.6)$$

Отберем пары 1+2 с $\psi = 0$, либо такие, плоскость которых перпендикулярна плоскости (R, r) (рис. а, б). Тогда в (2.5) выпадет второй - "угловой" - член. Пусть, далее, импульсы \vec{p}_R и \vec{p}_r , равно как и \vec{p}_{12} , меняются в такой узкой области, что их можно считать постоянными; в то же время эта область должна быть настолько широка, чтобы происходило усреднение амплитуд $f_j(m)$ по x, X, ξ , необходимое для получения формулы (1.13). Когда резонансы R и r достаточно узки, эти требования друг другу не противоречат.

Для событий, удовлетворяющих этим требованиям, построим распределение по $\epsilon \equiv \frac{1}{2} \Delta \omega$. Ширина $\bar{\Gamma}$ этого распределения даст оценку коэффициента при ϵ в формуле (2.5):

$$\frac{dW}{d\epsilon} = \Delta \xi + \frac{\pi}{1 + (\epsilon/\bar{\Gamma})^2}, \quad (2.7)$$

где

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{|(1 - v_{R||}/v_{12})t_R - (1 - v_{r||}/v_{12})t_r|} = \frac{\Gamma_R \Gamma_r}{|k_R \Gamma_r - k_r \Gamma_R|}. \quad (2.8)$$

Здесь $v_{j||}$ - проекция скорости резонанса на \vec{p}_{12} , а коэффициенты k_j равны

$$k_j = \frac{\omega_j - p_{j||}/v_{12}}{m_j} \quad (j = R, r). \quad (2.9)$$

2. Дальнейшее сводится к конкретному применению соотношения (2.8). Оно открывает возможность измерять разность времен жизни резонансов. Эта разность в формулы (2.5), (2.8) непосредственно, без сопутствующих слагаемых, не входит, однако нетрудно представить себе такие условия опыта (расположение счётчиков и т.п.), когда в (2.5) или (2.8) останутся одни только $t_R - t_r$ или $\tau_R - \tau_r$, умноженные на заранее известные факторы.

Выберем, например, полярный угол, под которым счётчики 1 и 2 видны из мишени так, чтобы было выполнено равенство

$$v_R \parallel = v_r \parallel = v \parallel , \quad (2.10)$$

где $v \parallel$ - некоторое известное значение скорости. Тогда ширина пика в спектре ϵ будет равна

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{\parallel (1 - v \parallel / v_{12}) (t_R - t_r) \parallel} . \quad (2.11)$$

Или расположим счётчики так, чтобы при попадании в них частиц 1 и 2 выполнялось равенство

$$k_R = k_r = k , \quad (2.12)$$

где k тоже рассчитано заранее. Ширина пика в спектре для таких событий даст разность собственных времен жизни резонансов:

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{\parallel k (\tau_R - \tau_r) \parallel} . \quad (2.13)$$

Требуемые условиями (2.10) или (2.12) конфигурации можно отбирать, измеряя импульсы всех частиц; но если импульсы $\vec{p}_{12}, \vec{p}_0, \vec{p}_3$ компланарны, то возможные сочетания \vec{p}_{12} и \vec{p}_0 определяют каждый раз лишь одну такую конфигурацию; при этом определяется и другая лежащая в той же плоскости конфигурация ("примесная"), но для нее условия (2.10) или (2.12) уже не выполняются.

Чем ближе друг к другу времена жизни, тем шире спектр ϵ , т.е. тем легче измерить разность этих времен. Примесные конфигурации при этом не искажают существенно спектра ϵ , так как при $\tau_R \approx \tau_r$ ширина спектра ϵ равна $1/\tau_R |k_R - k_r|$ и на фоне пика такой ширины, образованного событиями с $k_R \approx k_r$, спектр событий с $k_R \neq k_r$ может оказаться очень узким.

3. Рассмотрим случай, когда различие во временах жизни велико: $\Gamma_R : \Gamma_r = \mu \neq 1$. Тогда можно настроить счётчики на наблюдение конфигураций, для которых

$$k_R = \nu k_r, \quad (2.14)$$

где ν выбрано по возможности близким к μ . В этих условиях ширина пика в спектре ϵ будет иметь вид

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma_R}{|k_R(\nu - \mu)|} \quad (2.15)$$

и может оказаться доступной измерению. Так, зная ширину Γ_R более широкого резонанса, можно измерить ширину Γ_r более узкого, даже если в спектре m_{14} она не поддается прямому измерению.

4. Особенно прост интерференционный эффект при распаде достаточно тяжелых возбужденных ядер. Их время жизни в л.с. есть их собственное время жизни. Поэтому

$$\zeta = \epsilon (r_R - r_r), \quad (2.16)$$

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{|r_R - r_r|} = \frac{\Gamma_R \Gamma_r}{|\Gamma_R - \Gamma_r|}, \quad (2.17)$$

если отбирать конфигурации с $\psi = 0$ либо с $(\vec{s}_{R\perp} - \vec{s}_{r\perp}) \vec{N} = 0$.

Мы получаем возможность непосредственно измерять разность времен жизни возбужденных ядер. При этом больше нет нужды точно фиксировать в опыте \vec{p}_R и \vec{p}_r .

5. Рассмотрим измерение Γ_R в том случае, когда в процессе (1.1) R и r - одинаковые резонансы. Из (2.8) следует, что пик в спектре ϵ будет обладать при этом шириной

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma_R}{|k_R - k_r|}. \quad (2.18)$$

Пусть в опыте отбираются лишь такие события, в которых коэффициенты k_R и k_r настолько близки, что $|k_R - k_r| \ll 1$. Тогда может оказаться, что, несмотря на малую ширину Γ_R , ширина спектра ϵ будет доступна измерению. Это, в свою очередь, дает возможность измерить Γ_R , если величина $k_R - k_r$ фиксирована условиями опыта^{x/}, поскольку $\Gamma_R = \tilde{\Gamma} |k_R - k_r|$. Особенно удобны конфигурации импульсов, близкие к "дважды предельным" - к таким, в которых

^{x/} Способ рассчитать нужное расположение счётчиков для комбинарных \vec{p}_{12} , \vec{p}_0 , \vec{p}_3 см. в §3.

обе частицы, 1 и 2, в распадах R и r одновременно вылетают под предельно возможными углами, $\theta_{R \max}$ и $\theta_{r \max}$ (см. §3 и рис. а). Тогда, как показано в ^{1/}, и k_R и k_r оба близки к нулю:

$$k_R \approx k_r \approx 0. \quad (2.18)$$

Пик в спектре ϵ может стать особенно широк.

6. Вернемся к формуле (2.5) и рассмотрим другой тип конфигураций - с $\omega_1 = \omega_2$. Для них в (2.5) останется лишь угловой член

$$2 \zeta = - (\vec{s}_{R \perp} - \vec{s}_{r \perp}) \vec{N}_{P_{12}} (\psi/2). \quad (2.20)$$

Измеряя в таких событиях распределение по косинусу угла ϕ между плоскостью пары 12 и плоскостью \vec{P}_R, \vec{P}_r , можно оценить разность пробегов резонансов $|\vec{s}_{R \perp} - \vec{s}_{r \perp}|$:

$$\frac{dW}{d(\frac{1}{2} P_{12} \psi \cos \phi)} = \Delta \xi + \frac{\pi}{1 + \left(\frac{\frac{1}{2} P_{12} \psi \cos \phi}{|\vec{s}_{R \perp} - \vec{s}_{r \perp}|} \right)^2}. \quad (2.21)$$

Если в опыте отбирать такие конфигурации, в которых соблюдается пропорциональность

$$\frac{P_{r \perp}}{m_r} = \frac{P_{R \perp}}{m_R}, \quad (2.22)$$

причём коэффициент пропорциональности во всех событиях один и тот же, то ширина этого распределения $\tilde{\Gamma}$ также позволит непосредственно измерить разность времен жизни

$$\| \tau_R - \tau_r \| = m_R / p_{R \perp} \Gamma. \quad (2.23)$$

Такая конфигурация показана на рис. в. Так как погрешность в величине $\frac{1}{2} p_{12} \psi \cos \phi$ определяется в основном ошибками измерения направлений частиц, эту разность можно измерить с повышенной точностью.

§3. Кинематика пары резонансов с $m_{12} = 2m_1$

Всюду в §2 мы говорили об отборе конфигураций, нужных для наблюдения эффектов, не интересуясь, возможны ли такие конфигурации (а если да, то как их рассчитать). Здесь мы наметим пути их расчёта.

1. Найдем интервал эффективных масс m_0 , в котором возможно выполнение тех условий $m_{13} = m_{23} = m_R$, $m_{14} = m_{24} = m_r$, $m_{12} = 2m_1$, при которых наблюдаются описанные выше интерференционные эффекты. Введем в рассмотрение систему отсчёта $*$, в которой $\vec{p}_{12} = 0$. Так как $m_{12} = 2m_1$, то в ней также $\vec{p}_1^* = \vec{p}_2^* = 0$. Это позволяет определить энергии и импульсы резонансов:

$$\omega_R^* = (m_R^2 + m_1^2 - m_3^2) / 2m_1, \quad \omega_r^* = (m_r^2 + m_2^2 - m_4^2) / 2m_2,$$

$$p_j^{*2} = \omega_j^{*2} - m_j^2, \quad j = R, r. \quad (3.1)$$

Возводя в квадрат 4-тождество $p_0 = p_R + p_r$, мы найдем границы искомого интервала:

$$m_0^2 \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} = m_R^2 + m_r^2 + 2\omega_R^* \omega_r^* \pm 2p_R^* p_r^*. \quad (3.2)$$

В частности, если $R \equiv \gamma$, то $2m_R \leq m_0 \leq 2\omega_R^*$. Так, в реакции $\bar{p} + p \rightarrow 0 \rightarrow 2\rho \rightarrow 4\pi$ интерференционный эффект у пар π -мезонов с $\vec{p}_1 \approx \vec{p}_2$ будет виден в интервале $2m_\rho \leq m_0 \leq m_\rho^2 / m_\pi$, в реакции (1.2) — это $1,6 \leq T_\pi \leq 8,7$ ГэВ, в реакции (1.3) — это $0,86 \leq p_{\bar{p}} \leq 1,06$ ГэВ/с, а в (1.4) — $0 \leq p_{\bar{p}} \leq 12,93$ ГэВ/с.

2. Очевидное тождество

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2 + m_{23}^2 + m_{24}^2 + m_{34}^2 = m_0^2 + 2 \sum_{i=1}^4 m_i^2 \quad (3.3)$$

приводит к тому, что задание m_0 и $m_{12} = 2m_1$ однозначно определяет m_{34} :

$$m_{34}^2 = m_0^2 + 2(m_3^2 + m_4^2 - m_R^2 - m_\Gamma^2). \quad (3.4)$$

Процесс (1.1) можно теперь рассматривать как распад 0 на две частицы с массами m_{12} и m_{34} , и, задавшись по своему желанию \vec{p}_0 и θ , можно определить импульс p_{12} под этим углом θ . Переведем одну из выбранных таким образом конфигураций в систему * (см. рисунок). В ней тождество $\vec{p}_R^* + \vec{p}_\Gamma^* = \vec{p}_0^*$, где $\omega_0^* = \frac{m_0^2 + m_{12}^2 - m_{34}^2}{2m_{12}} = \omega_R^* + \omega_\Gamma^*$, определит собою треугольник с известными сторонами

$$|\vec{p}_0^*|, |\vec{p}_\Gamma^*| = |\vec{p}_4^*| \quad \text{и} \quad |\vec{p}_R^*| = |\vec{p}_3^*|.$$

Плоскость этого треугольника произвольна. От значения θ его форма не зависит. Следовательно, в системе * задание \vec{p}_0^* определяет собою импульсы $\vec{p}_R^*, \vec{p}_\Gamma^*$ с точностью до поворота относительно \vec{p}_0^* .

Однако в л.с. импульсы \vec{p}_R, \vec{p}_r не определяются заданием \vec{p}_0 и \vec{p}_{12} , за исключением случаев, когда \vec{p}_R и \vec{p}_r коллинеарны (при $m_0 = m_{0 \max}$ или $m_{0 \min}$) или (с точностью до поворота относительно \vec{p}_0) когда коллинеарны \vec{p}_0 и \vec{p}_{12} . Ниже мы ограничимся плоскими конфигурациями. Для их отбора достаточно проверить, что $\vec{p}_0, \vec{p}_{12}, \vec{p}_3$ компланарны. В плоских конфигурациях задание \vec{p}_0 и \vec{p}_{12} определяет собою \vec{p}_R и \vec{p}_r с точностью до зеркального отражения \vec{p}_R^* и \vec{p}_r^* относительно \vec{p}_0^* .

3. Чтобы доказать, что любое из требований (2.10), (2.12), (2.14), (2.19), (2.22) выполнимо, мы просто укажем либо подходящую плоскую конфигурацию, либо способ ее отыскания. "Дважды предельная" конфигурация (2.19) показана на рис. а. При этом

$$m_0 = m_{0 \max}, \quad \omega_0 \geq \omega_R^* + \omega_r^*, \quad \sin \theta = (p_R^* - p_r^*) / p_0.$$

$$\omega_1 \approx \omega_2 = m_1 \omega_0 (\omega_R^* + \omega_r^*)^{-1}.$$

Другая возможность - это $m_0 = m_{0 \min}$, $\sin \theta = (p_R^* + p_r^*) / p_0$.

Требования (2.10), (2.12), (2.14), (2.22) могут быть выполнены и при других m_0 . Задание m_0 определяет угол $\bar{\theta}^*$ между \vec{p}_R^* и \vec{p}_r^* .

$$\cos \bar{\theta}^* = \frac{m_R^2 + m_r^2 + 2 \omega_R^* \omega_r^* - m_0^2}{2 p_R^* p_r^*}.$$

У плоских конфигураций он равен $\theta_R^* \pm \theta_r^*$. Второе уравнение для определения углов θ_R^*, θ_r^* дадут условия (2.10)-(2.22), переведенные в систему *. В случае (2.10)-это $v_{Rj}^* = v_{rj}^*$, то есть $v_R^* \cos \theta_R^* = v_r^* \cos \theta_r^*$ (рис. б); в случае (2.12) каждый член равенства (2.12) приобретает вид $k_{j||} = -m_{12} p_{j||}^* / p_{12} m_j$, так что (2.12) сводится к $\cos \theta_R^* / \cos \theta_r^* = \frac{p_r^* m_R}{p_R^* m_r}$. Условие (2.14) добавило бы сюда множитель ν . Наконец, требование (2.22) не меняется при переходе в систему *, что приводит к условию $\sin \theta_R^* / \sin \theta_r^* = p_r^* m_R / p_R^* m_r$. После того, как определятся θ_R^* и θ_r^* , легко определить проекции \vec{p}_0^* на \vec{p}_{12} и, задавшись по своему желанию значением ω_{12} или p_0 , пересчитать всю конфигурацию в л.с.

Литература

1. В.Г. Гришин, Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий. Сообщение ОИЯИ, P1-5315, Дубна, 1970.
2. В.Г. Гришин, Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий. Препринт ОИЯИ, P1-5648, Дубна, 1971.
3. Г.И. Копылов. Препринт ОИЯИ, P1-5666, Дубна, 1971.
4. J.E. Etter, M.A. Waggoner et al.. Rev.Mod.Phys., 37, N3, 358, 444 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел

4 марта 1971 года.