СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р1-5236

И.М. Граменицкий, Р. Ледницки, А.М. Моисеев,
А. Прокеш, Л.А. Тихонова, М.Д. Шафранов

АНАЛИЗ СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД В РЕАКЦИЯХ $\pi^+ p \to N^* \rho^\circ$ И $\pi^+ p \to N^* \omega$ ПРИ 2,34 ГЭВ/С

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1970

P1-5236

И.М. Граменицкий, Р. Ледницки, А.М. Моисеев,
А. Прокеш, Л.А. Тихонова, М.Д. Шафранов

АНАЛИЗ СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД В РЕАКЦИЯХ $\pi^+ p \to N^* \rho^\circ$ И $\pi^+ p \to N^* \omega$ ПРИ 2,34 ГЭВ/С

Изучение угловых распределений продуктов распада резонансов в квазидвухчастичных реакциях их совместного образования позволяет провести анализ спиновой структуры амплитуд этих реакций.

В работе рассматриваются реакции

$$\pi^+ p \to N^* \rho^0 \tag{1}$$

$$\pi^+ p \to N^* \omega , \tag{2}$$

выделенные при анализе 8000 4-лучевых $\pi^+ p$ - взаимодействий при импульсе 2,34 Гэв/с/1/. Для описания процессов (1) и (2), в которых участвуют резонансы со спинами 3/2 и 1, необходимо 12 независимых спиральных амплитуд (при этом используются следствия закона сохранения чётности при рождении резонансов):

$$\begin{array}{ll}
R_3 = \langle 3/2\ \ 1|\hat{R}|\ 1/2\rangle & T_- = \langle -1/2\ \ 1|\hat{R}|\ 1/2\rangle \\
-S_3 = \langle 3/2\ \ 0|\hat{R}|\ 1/2\rangle & -S^0 = \langle -1/2\ \ 0|\hat{R}|\ 1/2\rangle \\
T_3 = \langle 3/2\ -1|\hat{R}|\ 1/2\rangle & R_- = \langle -1/2\ -1|\hat{R}|\ 1/2\rangle \\
S_+^+ = \langle 1/2\ \ 1|\hat{R}|\ 1/2\rangle & U = \langle -3/2\ \ 1|\hat{R}|\ 1/2\rangle \\
-R_+ = \langle 1/2\ \ 0|\hat{R}|\ 1/2\rangle & -T^0 = \langle -3/2\ \ 0|\hat{R}|\ 1/2\rangle \\
S_+^- = \langle 1/2\ -1|\hat{R}|\ 1/2\rangle & S_{-3} = \langle -3/2\ -1|\hat{R}|\ 1/2\rangle .
\end{array} \tag{3}$$

Для того чтобы выяснить зависимость $\hat{R}$ от угла рождения резонанса в общей системе центра масс θ_s, воспользуемся разложением Якоба и Вика

$$\langle \lambda_{N^*} \lambda_b \,|\, \hat{R}(\theta_s) \,|\, 1/2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{J=0}^{\infty} (2J+1) \langle \lambda_{N^*} \lambda_b \,|\, R^J \,|\, 1/2 \rangle \, d^J_{1/2\,\lambda}(\theta_s), \tag{4}$$

где λ_{N^*} и λ_b – спиральности изобары и $\rho^0(\omega)$ – мезона, $\lambda = \lambda_{N^*} - \lambda_b$. Используя равенство

$$d^J_{1/2\lambda}(\theta) = (\sin\theta/2)^{|\lambda-1/2|} (\cos\theta/2)^{|\lambda+1/2|} \sum_{\nu=0}^{J-|\lambda|} a^J_\nu (\cos\theta)^\nu , \tag{5}$$

легко получить следующее выражение:

$$\langle \lambda_{N^*} \lambda_b \,|\, \hat{R}(\theta_s) \,|\, 1/2 \rangle = (\sin\theta_s/2)^{|\lambda-1/2|} (\cos\theta_s/2)^{|\lambda+1/2|} \sum_{\nu=0}^{J_M-|\lambda|} b_\nu(\lambda_{N^*} \lambda_b)(\cos\theta_s)^\nu , \tag{6}$$

где J_M – максимальный полный момент.

Поскольку максимальный суммарный спин системы $N^*\rho^0(\omega)$ равен 5/2, то $J_M = 5/2 + \ell_M$ (ℓ_M – максимальный орбитальный момент). Для оценки ℓ_M можно воспользоваться результатами работы/2/, в которой для минимально допустимого значения ℓ_M получено следующее неравенство

$$(\ell_M + 1)^2 \geq 4pq \, \frac{d\sigma_{N^*b}(t=0)}{dt} \Big/ \sigma_{N^*b}, \tag{7}$$

где p – импульс резонансов и q – импульс первичного π^+ –мезона в с.ц.и. Значения полного и дифференциального сечений для реакций (1) и (2) равны соответственно/1,3/:

$\sigma_{N^*\rho} = 2{,}0 \pm 0{,}1$ мб, $\qquad \frac{d\sigma_{N^*\rho}}{dt}\Big|_{t=0} = 10$ мб/(Гэв)^2 и

$\sigma_{N^*\omega} = 1{,}5 \pm 0{,}1$ мб, $\qquad \frac{d\sigma_{N^*\omega}}{dt}\Big|_{t=0} = 4$ мб/(Гэв)^2.

Подставляя эти значения в неравенство (7), получим $\ell_M^{N^*\rho} \geq 2{,}3$ и $\ell_M^{N^*\omega} \geq 1{,}3$ что дает минимальное допустимое значение J_M, равное 11/2 для (1 и 9/2 для (2). Аналогичное значение J_M можно получить на основе квазиклассических соображений.

Таким образом, в выражении (6) сумма $\sum_{\nu=0}^{J_M-|\lambda|} b_\nu(\lambda_{N^*}\lambda_b)(\cos\theta_s)^\nu$ содержит члены с невысокими степенями $(\cos\theta_s)^\nu$ ($\nu \leq 5$ для $J_M = \frac{11}{2}$ и при малых углах θ_s является медленно меняющейся функцией θ_s. Поэтому угловая зависимость амплитуд при малых углах θ_s определяется множителем $(\sin\theta_s/2)^n$, где $n = |\lambda - 1/2|$. Это позволяет разбить амплитуды (3) на группы с одинаковым n : для амплитуд $R - n = 0$, для амплитуд $S - n = 1$, для амплитуд $T - n = 2$ и для амплитуды $U - n = 3$

Естественно предположить, что при малых углах θ_s основной вкла в рассматриваемые реакции будут вносить амплитуды типа R . Поэтом в работе/4/ были рассмотрены только три амплитуды R_+ , R_3 и R_- анализ которых показал, что преобладающей является амплитуда R при $\theta_s \leq 11^0$. Однако условие нормировки, принятое в этой работе, $|R_+|^2 + |R_3|^2 + |R_-|^2 = 6$ не выполнялось, что могло свидетельствовать о вкладе амплитуд S, T и U. Для того, чтобы исследовать этот вопрос введем следующие величины:

$$\begin{aligned}
A &= |R_3|^2 + |T_3|^2 + |S_{-3}|^2 + |U|^2 \\
B &= |R_+|^2 + |S^0|^2 \\
C &= |R_-|^2 + |S_+^+|^2 + |S_+^-|^2 + |T_-|^2 \\
D &= |S_3|^2 + |T^0|^2
\end{aligned} \tag{8}$$

с условием нормировки $A + B + C + D = 6$. Эти величины связаны с коэффициентами a_1 , a_2 , a_3 , определяемыми из экспериментальных угловых распределений методом моментов (см. Приложение 1):

$$A = 2 + 2a_1 + 4a_2 + 2a_3$$

$$B = 1 - 2a_1 - 2a_2 + 2a_3$$

$$C = 2 + 2a_1 - 4a_2 - 2a_3 \qquad (8')$$

$$D = 1 - 2a_1 + 2a_2 - 2a_3 \ .$$

В обозначениях (8) предположения работы /4/ выражаются следующим образом: $A = |R_3|^2$, $B = |R_+|^2$, $C = |R_-|^2$ и $D = 0$ и условие нормировки, принятое в ней, записанное формально, имеет вид:

$$|R_3|^2 + |R_+|^2 + |R_-|^2 = 6 - 6D \ .$$

Отсюда видно, что даже небольшой вклад амплитуд S_3 или T^0 может привести к существенному нарушению условия нормировки.

Зависимость величин (8) для реакции (1) от θ_s приведена на рис. 1. При малых углах $\theta_s \leq 11^0$ наибольшее значение имеет величина $B = 3,8 \pm 0,7$. Если предположить, что амплитудой U при малых углах θ_s можно пренебречь, то из рассмотрения величин $a_{12} = 0,11 \pm 0,05$, $a_{13} = 0,11 \pm 0,05$ и $a_{19} = 0,08 \pm 0,04$ и ограничений, накладываемых значениями величин A, C и D, следует, что вклад амплитуды S^0 мал. Поэтому основной вклад в реакцию (1) при малых углах вносит амплитуда R_+, что совпадает с выводом работы /4/. Следует отметить, что наряду с процессом (1), составляющим 52% от сечения реакции $\pi^+ p \to \pi^+ p \pi^+ \pi^-$, 16% от этой реакции составляет процесс одиночного рождения изобары $\pi^+ p \to N^* \pi^+ \pi^-$. Проведенные оценки показывают, что этот фоновый по отношению к каналу (1) процесс не вносит существенных искажений в величину B. Зависимость величин (8) от θ_s для реакции (2) приведена на рис. 2. Полученные данные не позволяют выделить какую-либо одну амплитуду даже при малых θ_s. Интересно отметить резкое увеличение члена C в интервале $60^0 \leq \theta_s \leq 90^0$. В этом же интервале увеличиваются по абсолютной величине значения a_5 и a_9 (см. рис. 3), в ко-

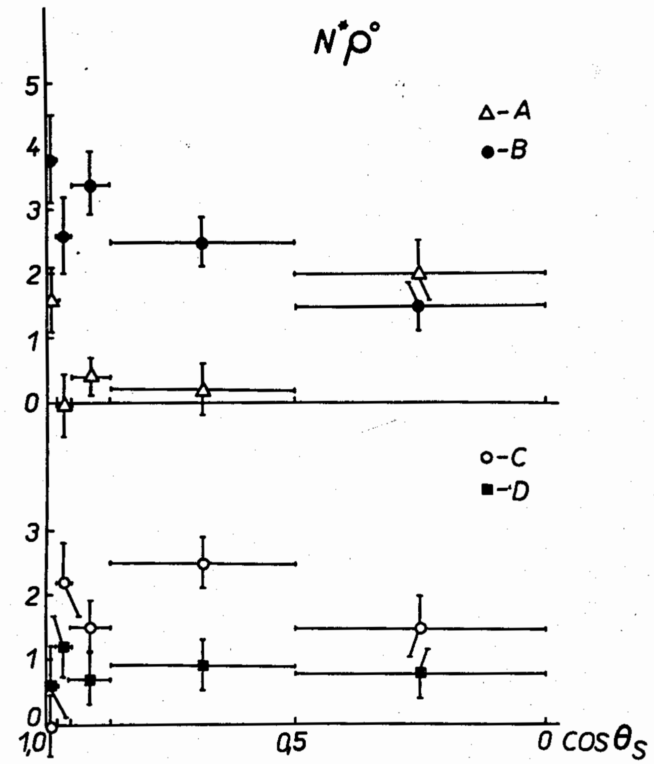

Рис. 1. Зависимость величин A, B, C и D от угла рождения θ_s для реакции $\pi^+ p \to N^* \rho^0$.

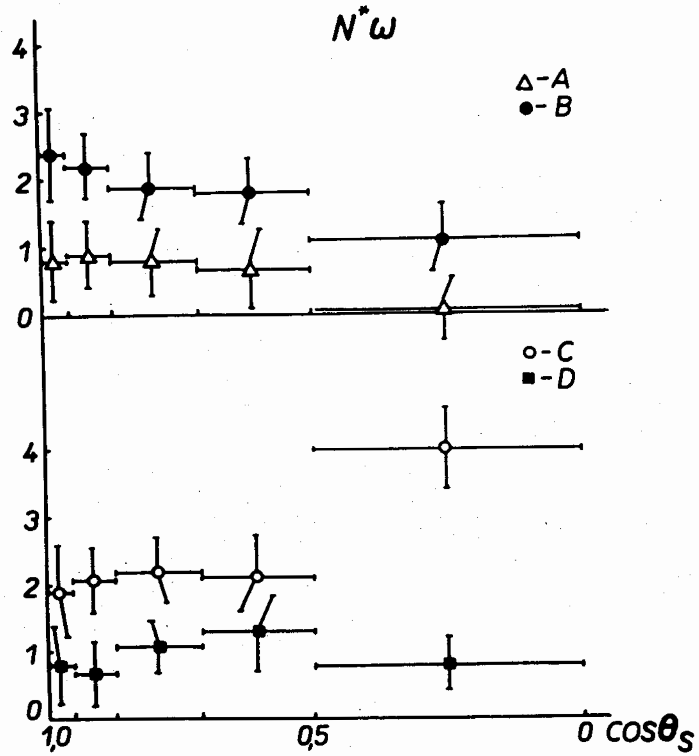

Рис. 2. Зависимость величин A , B , C и D от угла рождения θ_s для реакции $\pi^+ p \to N^*\omega$.

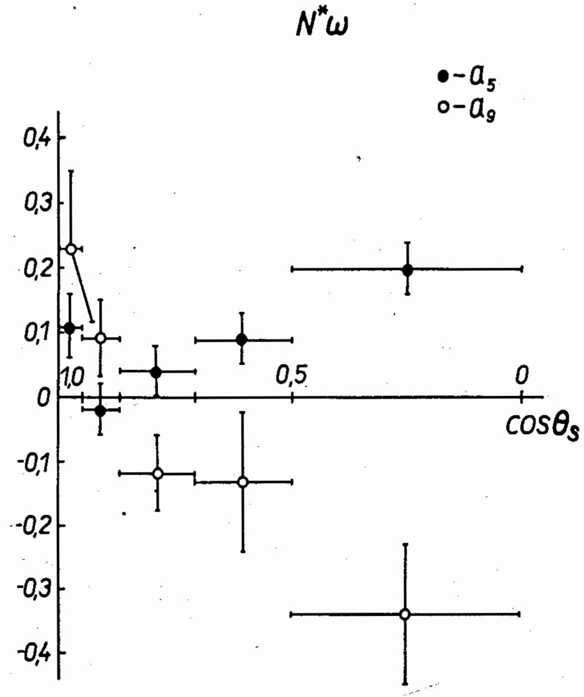

Рис. 3. Зависимость величин a_5 и a_9 от угла рождения θ_s для реакции $\pi^+ p \to N^*\omega$.

торые вносят вклад выражения $\frac{1}{6}\mathrm{Re}(R_- T_-^* + S_+^+ S_+^{-*})$ и $-\frac{1}{6}\mathrm{Re}(R_- T_-^* + S_+^+ S_+^{-*})$. Надо, однако, иметь в виду, что в этом интервале углов влияние нерезонансного фона может быть уже значительным.

В ряде работ (см., например,/5-8/) для описания квазидвухчастичных процессов применялась аддитивная кварковая модель/9,10/. Используя эту модель и предполагая выполнение закона сохранения чётности для кварковых амплитуд, легко получить следующие соотношения между амплитудами (3):

$$R_3 = \sqrt{3}\, R_-,\ T_3 = \sqrt{3}\, T_-,\quad S_3 = -\sqrt{3}\, S^0,\quad S_+^- = -S_+^+ \ \text{и}\ S_{-3} = T^0 = U = 0.$$

Таким образом, процессы (1) и (2) описываются пятью независимыми амплитудами, связанными с экспериментально определяемыми величинами следующим образом:

$$|R_+|^2 = \frac{2}{3}(1-2a_1-4a_2+4a_3) \qquad |S_+^+|_1^2 = \frac{2}{3}(1+a_1-4a_2-2a_3)$$

$$|S_3|^2 = D \qquad |S_+^+|_2^2 = 2(2a_9-a_5)$$

$$|R_3|^2 = 12\sqrt{3}\,a_{12} \qquad |T_3|^2 = 12\sqrt{3}\,a_{19}. \tag{9}$$

$$|R_3|^2 + |T_3|^2 = A$$

Для проверки применимости кварковой модели были использованы равенства:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= |S_+^+|_1^2 - |S_+^+|_2^2 = 0 \\ \alpha_2 &= A - 12\sqrt{3}\,(a_{12}+a_{19}) = 0 \\ \alpha_3 &= 4(a_7 - a_{11}) = \mathrm{Re}\,R_+T^{0*} = 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Значения величин α_i приведены в таблице 1. Из таблицы видно, что равенства (10) выполняются для реакции (1) при $\theta_s \le 11^0$, а для реакции (2) при $\theta_s \le 30^0$. Если предположить, что аддитивная кварковая модель справедлива в указанном интервале углов, то появляется возможность определить квадраты модулей амплитуд, необходимых для описания

ТАБЛИЦА I

РЕАКЦИЯ	θ_S	α_1	α_2	α_3	$\lvert R_+\rvert^2$	$\lvert S_3\rvert^2$	$\lvert S_+^+\rvert_1^2$	$\lvert S_+^+\rvert_2^2$	$\lvert R_3\rvert^2$	$\lvert T_3\rvert^2$
$N^*\rho^0$	11°	-0,8±0,6	-0,3±1,2	0,1±0,5	3,6±0,9	0,6±0,6	-0,4±0,5	0,3±0,4	0,2±0,6	1,7±0,8
	17°	1,7±0,7	-0,4±1,0	0,2±0,5	—	—	—	—	—	—
	30°	1,5±0,5	-0,1±0,7	-0,2±0,3	—	—	—	—	—	—
$N^*\omega$	17°	0,5±0,8	0,8±1,2	-0,9±0,6	2,1±0,8	0,9±0,6	1,2±0,6	0,7±0,5	-0,3±0,8	1,0±0,8
	30°	1,0±0,6	-1,1±1,0	0,2±0,4	1,9±0,6	0,8±0,5	1,4±0,5	0,4±0,4	1,0±0,6	1,5±0,6

процессов (1) и (2) в рамках этой модели. Их значения также приведены в таблице 1. Дополнительное условие $S_+^+ = S_+^- = S_3 = S^0 = 0$ получается при предположении, что кварковые амплитуды инвариантны относительно инверсии времени. Отметим, что это условие приводит к равенству нулю члена D, т.е. предположение о T -инвариантности кварковых амплитуд противоречит изложенному выше объяснению нарушения условия нормировки в работе/4/.

Приложение 1

В таблице II приводится связь величин $a_1 \dots a_{19}$ со спиральными амплитудами и их выражения через углы распада резонансов в спиральных системах координат изобары и $\rho^0(\omega)$ – мезона. Углы Θ, Φ – относятся к изобаре, θ, ϕ –к $\rho^0(\omega)$–к мезону.

ТАБЛИЦА II

$$\begin{aligned}
a_1 &= \tfrac{1}{12}[A-2B+C-2D] = \tfrac{5}{4}\langle 1-3\cos^2\vartheta\rangle \\
a_2 &= \tfrac{1}{12}[A-B-C+D] = \tfrac{5}{4}\langle 1-3\cos^2\theta\rangle \\
a_3 &= \tfrac{1}{12}[A+2B-C-2D] = \tfrac{25}{8}\langle (1-3\cos^2\vartheta)(1-3\cos^2\theta)\rangle \\
a_4 &= -\tfrac{1}{12\sqrt{3}}\mathrm{Re}\{S_3T_3^*+T^*(S_3-U)^*-R_3S_3^*+\sqrt{3}[R_-(S_--S_+^*)+S^*(R_--T_-)]\} = -\tfrac{5}{4\sqrt{2}}\langle \sin 2\vartheta\cdot\cos\Psi\rangle \\
a_5 &= \tfrac{1}{6}\mathrm{Re}[R_3T_3^*+S_3U^*+(R_-T_-^*+S_+S_+^*)] = -\tfrac{5}{4}\langle \sin^2\vartheta\cdot\cos 2\Psi\rangle \\
a_6 &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3S_+^*+S_+T_3^*-R_-S_3^*-T_-U^*+R_-S_3^*-ST^*] = -\tfrac{15}{8\sqrt{3}}\langle \sin 2\theta\cdot\cos\Phi\rangle \\
a_7 &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3T_-^*+R_-T_3^*+2S_3S^{**}+R_+T^{**}] = -\tfrac{15}{8\sqrt{3}}\langle \sin^2\theta\ \cos 2\Phi\rangle \\
a_8 &= -\tfrac{1}{12\sqrt{3}}\mathrm{Re}\{S_3T_3^*+T^*(S_3-U)^*-R_3S_3^*-\sqrt{3}[R_+(S_--S_+^*)+S^*(R_--T_-)]\} = -\tfrac{25}{8\sqrt{2}}\langle (1-3\cos^2\theta)\cdot\sin 2\vartheta\cdot\cos\Psi\rangle \\
a_9 &= \tfrac{1}{6}\mathrm{Re}[R_3T_3^*+S_3U^*-(R_-T_-^*+S_+S_+^*)] = -\tfrac{25}{8}\langle (1-3\cos^2\theta)\cdot\sin^2\vartheta\cdot\cos 2\Psi\rangle \\
a_{10} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3S_+^*-S_+T_3^*+R_-S_3^*-T_-U^*-2(R_+S_3^*-ST^*)] = -\tfrac{75}{16\sqrt{3}}\langle (1-3\cos^2\vartheta)\cdot\sin 2\theta\cdot\cos\Phi\rangle \\
a_{11} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3T_-^*+R_-T_3^*+2S_3S^{**}-2R_+T^{**}] = -\tfrac{75}{16\sqrt{3}}\langle (1-3\cos^2\vartheta)\sin^2\theta\cdot\cos 2\Phi\rangle \\
a_{12} &= \tfrac{1}{12\sqrt{2}}\mathrm{Re}[R_3R_+^*-S_3S_+^*+S_3S^{**}-T_-^*T] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin 2\vartheta\cdot\sin 2\theta\cdot\cos(\Psi+\Phi)\rangle \\
a_{13} &= \tfrac{1}{12\sqrt{2}}\mathrm{Re}[S_+S_3^*-R_+T_3^*+R_-T^{**}-S^*U] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin 2\vartheta\cdot\sin 2\theta\cdot\cos(\Psi-\Phi)\rangle \\
a_{14} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3S_+^*-S_3T_-^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin^2\vartheta\cdot\sin 2\theta\cdot\cos(2\Psi+\Phi)\rangle \\
a_{15} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[S_+T_3^*-R_-U^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin^2\vartheta\cdot\sin 2\theta\cdot\cos(2\Psi-\Phi)\rangle \\
a_{16} &= \tfrac{1}{12\sqrt{2}}\mathrm{Re}[R_3S^{**}-S_3R_-^*+S_+T^{**}-R_+S_3^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin 2\vartheta\cdot\sin^2\theta\cdot\cos(\Psi+2\Phi)\rangle \\
a_{17} &= \tfrac{1}{12\sqrt{2}}\mathrm{Re}[S_3T_-^*-S^*T_3^*+R_+U^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin 2\vartheta\cdot\sin^2\theta\cdot\cos(\Psi-2\Phi)\rangle \\
a_{18} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[R_3R_-^*+S_3S_+^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin^2\vartheta\cdot\sin^2\theta\cdot\cos 2(\Psi+\Phi)\rangle \\
a_{19} &= \tfrac{1}{12}\mathrm{Re}[T_3T_-^*+S_+U^*] = \tfrac{75}{32\sqrt{3}}\langle \sin^2\vartheta\cdot\sin^2\theta\cdot\cos 2(\Psi-\Phi)\rangle
\end{aligned}$$

Литература

1. Н. Ангелов и др. Препринт ОИЯИ Р1-4611, Дубна, 1969.
2. V. Grishin, V. Ogievetsky. Nucl. Phys., 18, 516 (1960).
3. Н. Ангелов и др. Препринт ОИЯИ Р1-4657, Дубна, 1969.
4. Н. Ангелов и др. Препринт ОИЯИ Р1-4668, Дубна, 1969.
5. C. Itzykson, M. Jacob, Nuovo Cim., 48A, 909 (1967).
6. J. Friar, J. Trefil. Nuovo Cim., 49A, 642 (1967).
7. A. Bialas, A. Gula, B. Muryn, Acta Physica Polonica 32, 443 (1967).
8. A. Bialas, H. Zalewski. Nucl. Phys., B6, 465 (1968).
9. Е.М. Левин, Л.Л. Франкфурт. Письма ЖЭТФ 2, 105 (1965).
10. H. Lipkin, F. Schek. Phys. Rev. Lett., 16, 71 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июля 1970 года.