СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

P1 - 4668

Н.Ангелов, И.М.Граменицкий, Х.Каназирски,
П.Керачев, Р.Ледницки, А.М.Моисеев, А.Прокеш,
Л.А.Тихонова, А.Б.Фенюк, М.Христов, М.Д.Шафранов

АНАЛИЗ СПИРАЛЬНЫХ И СПИНОВЫХ АМПЛИТУД В РЕАКЦИИ $\pi^+ p \to N^{*++} \rho^0$

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1969

P1 - 4668

Н.Ангелов, И.М.Граменицкий, Х.Каназирски,
П.Керачев, Р.Ледницки, А.М.Моисеев, А.Прокеш,
Л.А.Тихонова, А.Б.Фенюк, М.Христов, М.Д.Шафранов

АНАЛИЗ СПИРАЛЬНЫХ И СПИНОВЫХ АМПЛИТУД В РЕАКЦИИ $\pi^+ p \to N^{*++} \rho^0$

В настоящей работе проводится анализ спиновой структуры амплитуды квазидвухчастичной реакции

$$\pi^+ p \to N^{*++} \rho^0 , \qquad \qquad (1)$$
$$N^{*++} \to p\pi^+, \quad \rho^0 \to \pi^+\pi^-$$

выделенной при анализе 8000 4-лучевых $\pi^+ p$ -взаимодействий при импульсе 2,34±0,06 Гэв/с /1/.

Обычно процессы такого рода исследуются с помощью совместной матрицы плотности, при этом физический смысл отдельных элементов этой матрицы не очень ясен. Мы хотим обратить внимание на тот факт, что нестабильность резонансов и быстрое убывание дифференциального сечения с увеличением угла θ_s рождения резонансов позволяет приближенно определить отдельные спиральные и спиновые амплитуды, имеющие вполне ясный смысл.

В процессе/1/ участвуют резонансы со спинами 3/2 и 1, для его описания необходимо участие 12 независимых спиральных или спиновых амплитуд (аналогично тому, как в упругом πp – рассеянии участвуют две независимые спиновые амплитуды a и b, $F = a + b(\vec{\sigma}\vec{n})$). При малых углах θ_s "выживает" небольшое число спиральных амплитуд, что сильно упрощает анализ. Так, оказывается, что реакцию/1/ при малых θ_s можно удовлетворительно описать тремя амплитудами, определению которых и посвящена данная работа.

Рассмотрим процесс совместного рождения резонансов

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} \to \underset{\textstyle\llcorner\!\!\to 1+2}{a} + \underset{\textstyle\llcorner\!\!\to 3+4}{b} \tag{2}$$

Предположим, что частицы I, II, 1,2,3,4 не тождественны. Тогда дифференциальное сечение процесса (2) можно записать:

$$d\sigma_{ab}^{\alpha\beta} = \frac{\pi^2}{v\,\omega_{\mathrm{I}}\,\omega_{\mathrm{II}}}\,\frac{1}{(2j_{\mathrm{I}}+1)(2j_{\mathrm{II}}+1)} \sum_{\substack{\lambda_{\mathrm{I}}\lambda_{\mathrm{II}}\lambda_1\\ \lambda_2\lambda_3\lambda_4}} |\langle \lambda_1 p_1\, \lambda_2 p_2\, \lambda_3 p_3\, \lambda_4 p_4 | \hat{F} | \lambda_{\mathrm{I}} p_{\mathrm{I}} \lambda_{\mathrm{II}} p_{\mathrm{II}} \rangle|^2 \cdot$$

$$\cdot\, d_4(p_0\, p_1\, p_2\, p_3\, p_4),$$

где m_i, $p_i(\omega_i \vec{p}_i)$, λ_i, j_i – масса, 4-импульс, спиральность и спин i -той частицы, v – относительная скорость I и II, индексы α и β относятся к различным каналам распада резонансов a и b, и

$$d_4(p_0\, p_1\, p_2\, p_3\, p_4) = \frac{d\vec{p}_1}{2\omega_1}\,\frac{d\vec{p}_2}{2\omega_2}\,\frac{d\vec{p}_3}{2\omega_3}\,\frac{d\vec{p}_4}{2\omega_4}\,\delta^4(p_0 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4).$$

$$p_0 = p_{\mathrm{I}} + p_{\mathrm{II}}$$

Амплитуда процесса (2) выражается через амплитуду рождения резонансов a, b и амплитуды их распада

$$F = \sum_{\lambda_a \lambda_b} \langle \lambda_1 p_1\, \lambda_2 p_2 | \hat{A} | \lambda_a\, p_a \rangle \langle \lambda_3 p_3 \lambda_4 p_4 | \hat{A} | \lambda_b\, p_b \rangle\, f_a(m_{12}) f_b(m_{34}) \cdot$$

$$\cdot \langle \lambda_a p_a\, \lambda_b p_b | \hat{R} | \lambda_{\mathrm{I}} p_{\mathrm{I}} \lambda_{\mathrm{II}} p_{\mathrm{II}} \rangle, \tag{3}$$

где $\quad m_{ik}^2 = (p_i + p_k)^2, \quad f_a(m_{12}) = [-m_{12}^2 + m_a^2 - i m_a \Gamma_a]^{-1},$

$$f_b(m_{34}) = [-m_{34}^2 + m_b^2 - i m_b \Gamma_b]^{-1}.$$

Методом, изложенным в работе [2], преобразуем ее в удобный для углового анализа вид:

$$F=\sum_{\substack{\lambda_a\lambda_b\\ M_aM_b}}(-1)^{j_b-\lambda_b}\, d^{j_a}_{M_a\lambda_a}(\psi_a)\, d^{j_b}_{M_b\lambda_b}(\psi_b)\, D^{j_a^*}_{M_a\lambda_{12}}(\phi^{12},\theta^{12},0)\, D^{j_b^*}_{M_b\lambda_{34}}(\phi^{34},\theta^{34},0)\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{2j_a+1}{4\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{2j_b+1}{4\pi}\right)^{1/2} A^{\alpha}_a(\lambda_1\lambda_2)A^{\beta}_b(\lambda_3\lambda_4)\, f_a(m_{12})f_b(m_{34})\cdot$$

$$\cdot\langle\lambda_a\lambda_b\,|\,\hat{R}(x)\,|\,\lambda_I\,\lambda_{II}\rangle, \qquad x=\cos\theta_s\ ,$$

где $\lambda_{12}=\lambda_1-\lambda_2$ и $\lambda_{34}=\lambda_3-\lambda_4$, θ^{ik} , ϕ^{ik} – полярный и азимутальный углы i –той частицы в с.ц.и. частиц (ik). При этом за ось z_{12} выбрано направление частицы I в с.ц.и. частиц (1,2), а за ось z_{34} – направление частицы II в с.ц.и. частиц (3,4), согласно работе Готтфрида-Джексона/3/. Углы ψ_a,ψ_b являются углами между осями z_{12} и z_{34} и векторами импульсов резонансов a и b в соответствующих системах координат.

Величины $A^{\alpha}_a(\lambda_1\lambda_2)$ и $A^{\beta}_b(\lambda_3\lambda_4)$ не зависят от проекций момента M_a и M_b и от угловых переменных. Вся информация о процессе рождения резонансов a и b содержится в амплитудах $\langle\lambda_a\lambda_b\,|\,\hat{R}(x)\,|\,\lambda_I\,\lambda_{II}\rangle$. С помощью этих амплитуд может быть выражена совместная матрица плотности

$$\hat{\rho}=\frac{\pi^2}{v\,\omega_I\,\omega_{II}}\,\frac{1}{(2j_I+1)(2j_{II}+1)}\sum_{\lambda_I\lambda_{II}}\hat{R}(x)\,|\,\lambda_I\,\lambda_{II}\rangle\langle\lambda_I\,\lambda_{II}\,|\,\hat{R}^+(x)\ .$$

В случае, если резонанс a имеет спин 1, а резонанс b – спин 3/2, для описания процесса (2) необходимы 24 независимых амплитуды, число которых уменьшается до 12 при учёте свойств амплитуд, вытекающих из закона сохранения чётности в распадах/4/:

$$A^{\alpha}_a(\lambda_1\lambda_2)=\eta_a\,\eta_1\,\eta_2\,(-1)^{j_a-j_1-j_2}\qquad A^{\alpha}_a(-\lambda_1,-\lambda_2)$$

$$A^{\beta}_b(\lambda_1\lambda_2)=\eta_b\,\eta_3\,\eta_4\,(-1)^{j_b-j_3-j_4}\qquad A_b(-\lambda_3,-\lambda_4)$$

$$\langle\lambda_a\lambda_b\,|\,\hat{R}(x)\,|\,\lambda_I\,\lambda_{II}\rangle=$$

$$=(-1)^{\lambda-\mu}\,\eta_t\,\langle-\lambda_a,-\lambda_b\,|\,R(x)\,|\,-\lambda_I,-\lambda_{II}\rangle,$$

где $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\mu = \lambda_I - \lambda_{II}$, $\eta_t = \eta_I \, \eta_{II} \, \eta_a \, \eta_b \, (-1)^{j_a + j_b - j_I - j_{II}}$
и η_i – внутренняя чётность i -той частицы.

При рассмотрении процесса (1) следует учитывать тождественность π^+ -мезонов, которые для определенности назовем частицами 2 и 3. В этом случае амплитуда процесса (1) будет равна сумме двух амплитуд, отличающихся только перестановкой частиц 2 и 3:

$$F = F(I\, II \to a_{\to 12} \; b_{\to 34}) + F(I\, II \to a_{\to 13} \; b_{\to 24}) .$$

При выделении канала (1) в реакции $\pi^+ p \to p\pi^+\pi^+\pi^-$ события, в которых обе комбинации эффективных масс, т.е. M_{12}, M_{34} и M_{13}, M_{24} удовлетворяли условиям отбора этого канала, составляют около 10% /5/ x/. Доля таких событий резко уменьшается для узкого интервала углов θ_s вблизи $\theta_s = 0$, который рассматривается в дальнейшем. Поэтому можно предположить, что процесс (1) будет описываться амплитудой (4). Следует отметить, что для канала (1) $A_a^{\alpha} A_b^{\beta} = A(\lambda_p) = A(-\lambda_p) = A$. При $\theta_s = 0$ углы $\psi_a = \psi_b = 0$, и амплитуда (4) будет иметь вид:

$$F(x=1) = \sum_{\lambda_a \lambda_b} (-1)^{j_b - \lambda_b} D^{j_a *}_{\lambda_a \lambda_{12}}(\phi^{12}, \theta^{12}, 0) D^{j_b *}_{\lambda_b \lambda_{34}}(\phi^{34}, \theta^{34}, 0) \cdot A \cdot \tag{4'}$$
$$\cdot \left(\frac{2j_a + 1}{4\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{2j_b + 1}{4\pi}\right)^{1/2} f_4(m_{12}) f_b(m_{34}) \langle \lambda_a \lambda_b | R(1) | \lambda_I \lambda_{II} \rangle .$$

Рассмотрим поведение амплитуд $\langle \lambda_a \lambda_b | \hat{R}(1) | \lambda_I \lambda_{II} \rangle$ при $\theta_s \to 0$. Для этого используем разложение Якоба и Вика /4/

$$\langle \lambda_a \lambda_b | \hat{R}(x) | \lambda_I \lambda_{II} \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) \langle \lambda_a \lambda_b | R^J | \lambda_I \lambda_{II} \rangle \, d^J_{\mu\lambda}(\theta_s)$$

x/ События включались в статистику канала (1), если эффективные массы удовлетворяли следующим условиям: $(1{,}14 \le M_{\pi^+ p} \le 1{,}30)$ Гэв и $(0{,}66 \le M_{\pi^+\pi^-} \le 0{,}86)$ Гэв.

и равенство $d^J_{\mu\lambda} = a^J_{\mu\lambda}(\theta_s)(\sin\frac{\theta_s}{2})^{|\mu-\lambda|}$, которое доказывается на основе рекуррентной формулы для d-функций, где $a^J_{\mu\lambda}(0) \neq 0$ ($a^J_{\mu\lambda}(\theta)$ медленно меняется в зависимости от θ). Отсюда видно, что из 12 независимых амплитуд 3 пропорциональны $(\sin\frac{\theta_s}{2})^0$, 5 – $(\sin\frac{\theta_s}{2})^1$, 3 амплитуды – $(\sin\frac{\theta_s}{2})^2$ и 1 амплитуда – $(\sin\frac{\theta_s}{2})^3$, а именно:

$$R_3^1 \equiv R_3^1 = <\frac{3}{2}1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^0 \qquad R^1_{-1} = <-\frac{1}{2}1|R|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^2$$

$$R_3^0 = <\frac{3}{2}0|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^1 \qquad R^0_{-1} = <-\frac{1}{2}0|R|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^1$$

$$R_3^{-1} = <\frac{3}{2}-1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^2 \qquad R_- \equiv R^{-1}_{-1} = <-\frac{1}{2}-1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^0$$

$$R_1^1 = <\frac{1}{2}1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^1 \qquad R^1_{-3} = <-\frac{3}{2}+1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^3$$

$$-R_+ \equiv R_1^0 = <\frac{1}{2}0|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^0 \qquad R^0_{-3} = <-\frac{3}{2}0|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^2$$

$$R_1^{-1} = <\frac{1}{2}-1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^1 \qquad R^{-1}_{-3} = <-\frac{3}{2}-1|\hat{R}|\frac{1}{2}> \propto (\sin\frac{\theta_s}{2})^1.$$

Используя выражения (4') и амплитуды R, не пропорциональные $\sin\frac{\theta_s}{2}$, получим угловое распределение распада резонансов при $\theta_s \to 0$.

$$P'(x=1) = 1 + a_1(1-3\cos^2\theta) + a_2(1-3\cos^2\Theta) + a_3\frac{1}{2}(1-3\cos^2\theta)(1-3\cos^2\Theta) +$$

$$+ 3\sqrt{3}\,a_{12}\cos(\phi+\Phi)\sin 2\theta\sin 2\Theta + 3\sqrt{3}\,a_{18}\cos(\phi+\Phi)\sin^2\theta\sin^2\Theta,$$

где $\Theta = \theta^{12}$, $\Phi = \phi^{12}$, $\theta = \theta^{34}$, $\phi = \phi^{34}$

$$a_1 = \frac{1}{12}(|R_3|^2 - 2|R_+|^2 + |R_-|^2) \qquad a_{12} = \frac{1}{12\sqrt{2}}\mathrm{Re}R_3^* R_+$$

$$a_2 = \frac{1}{12}(|R_3|^2 - |R_+|^2 - |R_-|^2) \qquad a_{18} = \frac{1}{12}\mathrm{Re}R_3^* R_-$$

$$a_3 = \frac{1}{12}(|R_3|^2 + 2|R_+|^2 - |R_-|^2)$$

Нормировка выбрана так, что сумма квадратов амплитуд равна 6. Величины a_i можно выразить через элементы совместной спиновой матрицы плотности и определить методом моментов/5/:

$$a_1 = (\rho^{11} - \rho^{00}) = \frac{5}{4} < (1-3\cos^2\theta) >$$

$$a_2 = (\rho_{33} - \rho_{11}) = \frac{5}{4} < (1-3\cos^2\Theta) >$$

$$a_3 = (\rho^{-}_{33} - \rho^{-}_{11}) = \frac{25}{8} < (1-3\cos^2\theta)(1-3\cos^2\Theta) >$$

$$a_{12} = \mathrm{Re}(\rho^{10}_{31} - \rho^{0-1}_{31}) = \frac{75}{32\sqrt{3}} < \sin 2\theta \sin 2\Theta \cos(\phi+\Phi) >$$

$$a_{18} = \mathrm{Re}\,\rho^{1-1}_{3-1} = \frac{75}{32\sqrt{3}} < \sin^2\theta \sin^2\Theta \cos 2(\phi+\Phi) > .$$

Таким образом, после вычисления a_i легко определить амплитуды R при $\theta_s \to 0$

$$|R_3|^2 = 6(a_1 + a_3) \qquad \mathrm{Re}\, R_3^* R_+ = 12\sqrt{2}\, a_{12}$$

$$|R_+|^2 = 4(a_3 - a_2) \qquad \mathrm{Re}\, R_3^* R_- = 12 a_{18}$$

$$|R_-|^2 = 6a_1 + 2a_3 - 8a_2$$

Учёт влияния нерезонансного фона оценивался методом, описанным в работе/5/. Для этого определялись величины $a_{i\phi}$ для событий, лежащих на двумерной диаграмме M_{π^+p} vs $M_{\pi^+\pi^-}$ в области эффективных масс, соседней с областью совместного рождения резонансов $N^{*++}\rho^0$, и использовались данные о доле фоновых событий в этой последней области. Тогда

$$|\bar{R}|^2 = \alpha\{ |R|^2_{N^*\rho} - |R|^2_{\Phi} \} + |R|^2_{\Phi} ,$$

где $(1-\frac{1}{\alpha})$ – доля фоновых событий.

Проведенный анализ показал, что в рассматриваемом интервале углов θ_s фон составляет около 10%, и его влияние на величины a_i несущественно. Поэтому в дальнейшем он не принимался во внимание. В таблице 1 приведены полученные для двух интервалов углов θ_s значения a_i и квадратов амплитуд $|R|^2$. В этой же таблице для сравнения приведены результаты, вычисленные по данным работы[6] при импульсе π^+ -мезонов 5 Гэв/с.

Таблица 1

	P_{π^+} = 2,34 Гэв/с		P_{π^+} = 5 Гэв/с [6]
	$\theta_s \leq 11^0$ (144 соб.)	$\theta_s \leq 25^0$ (489 соб.) $\lvert t-t_{min} \rvert \leq 0{,}1$ (Гэв)^2	$\theta_s \leq 13^0$ $\lvert t-t_{min} \rvert \leq 0{,}1$ (Гэв)^2
a_1	$-0{,}612 \pm 0{,}091$	$-0{,}635 \pm 0{,}052$	$-0{,}659 \pm 0{,}036$
a_2	$-0{,}123 \pm 0{,}099$	$-0{,}276 \pm 0{,}052$	$-0{,}286 \pm 0{,}037$
a_3	$0{,}676 \pm 0{,}246$	$0{,}360 \pm 0{,}135$	$0{,}637 \pm 0{,}099$
a_{12}	$-0{,}104 \pm 0{,}052$	$-0{,}092 \pm 0{,}027$	$-0{,}107 \pm 0{,}027$
a_{18}	$0{,}098 \pm 0{,}038$	$0{,}065 \pm 0{,}017$	$0{,}029 \pm 0{,}012$
$\lvert R_3 \rvert^2$	$0{,}39 \pm 1{,}48$	$1{,}65 \pm 0{,}44$	$-0{,}13 \pm 0{,}31$
$\lvert R_+ \rvert^2$	$3{,}20 \pm 1{,}25$	$2{,}54 \pm 0{,}58$	$3{,}69 \pm 0{,}43$
$\lvert R_- \rvert^2$	$-1{,}34 \pm 1{,}15$	$-0{,}88 \pm 0{,}52$	$-0{,}39 \pm 0{,}42$

Из данных таблицы 1 видно, что при малых значениях θ_s ($\theta_s \leq 11^0$) основной вклад в процесс (1) вносит амплитуда $R_+ = \langle \frac{1}{2} 0 \,|\, \hat{R} \,|\, \frac{1}{2} \rangle$. Остальные две амплитуды в пределах ошибок практически равны 0. Это означает, что образование резонансов N^{*++} и ρ^0 в рассматриваемом интервале θ_s происходит без изменения спиральности как при 2,34 Гэв/с, так и при 5 Гэв/с.

На основании полученных результатов можно оценить и величины спиновых амплитуд для процесса (1). Если обозначить спин системы частиц N^{*++} и ρ^0 через s и его проекцию через s_z x/, то спиновые и спиральные амплитуды будут связаны соотношением:

x/ Ось z направлена по пучку первичных π^+ -мезонов.

$$F_{2s}^{\mathrm{sign}\,F_z} = \langle \dot{s}, s_z \mid \hat{R}(1) \mid \tfrac{1}{2}, -\lambda_p \rangle =$$

$$= \sum_{\lambda_{N^*}\lambda_\rho} \langle s, s_z \mid \tfrac{3}{2}, -\lambda_{N^*}, 1, \lambda_\rho \rangle \langle \lambda_{N^*} \lambda_\rho \mid \hat{R}(1) \mid \lambda_p \rangle ,$$

где λ_p – спиральность первичного протона.

Отсюда

$$F_5^- = \frac{1}{\sqrt{10}} R_3^1 + \sqrt{\frac{3}{5}}\, R_1^0 + \sqrt{\frac{3}{10}}\, R_{-1}^{-1}$$

$$F_3^- = -\sqrt{\frac{2}{5}}\, R_3^1 - \frac{1}{15} R_1^0 + \sqrt{\frac{8}{15}}\, R_{-1}^{-1}$$

$$F_1^- = \sqrt{\frac{1}{2}}\, R_3^1 - \sqrt{\frac{1}{3}}\, R_1^0 + \sqrt{\frac{1}{6}}\, R_{-1}^{-1}$$

и $F_5^+ = F_5^-$, $F_3^+ = -F_3^-$, $F_1^+ = F_1^-$, что следует из закона сохранения чётности.

Поскольку при $\theta_s \to 0$ отличной от нуля является только амплитуда R_+, то между спиновыми амплитудами выполняется соотношение:

$$|F_5|^2 : |F_3|^2 : |F_1|^2 = 9:1:5 .$$

Таким образом, основной вклад в процесс (1) дает амплитуда F_5, т.е. рождение N^* и ρ^0 происходит в спиновом состоянии 5/2.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.И.Огиевецкому за полезные обсуждения и большую помощь в работе.

Литература

1. *Н. Ангелов и др. Препринт ОИЯИ Р1-4611, Дубна 1969.*
2. *H.Pilkun, B.Svensson. Nuovo Cim., v.38, p.518, 1965.*
3. *K.Gottfried, J.Jackson. Nuovo Cim., v.33, p.309, 1964.*
4. *M.Jacob, G.Wick. Ann. Phus. v.7, p.404, 1959.*
5. *Н.Ангелов и др. Препринт ОИЯИ Р1-4657, Дубна 1968.*
6. *Bohn- Durham-Nijmegen -Paris-Strasbourg-Turin-Collaboration Nucl. Phys., v.B7, p.681, 1968.*

Рукопись поступила в издательский отдел

21 августа 1969 года.