

М-748

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P1 - 3313



А.М. Моисеев, В.А. Ярба

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ РЕАКЦИЙ $K^+ p \rightarrow K N \pi$
ПРИ ИМПУЛЬСЕ 3,5 ГЭВ/С В 81 СМ
ЖИДКОВОДОРОДНОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ
ЦЕРН'a

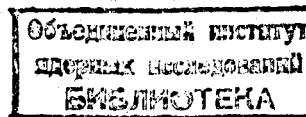
1967.

P1 - 3313

А.М. Моисеев, В.А. Ярба

5039/ np.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ РЕАКЦИЙ $K^+ p \rightarrow K N \pi$
ПРИ ИМПУЛЬСЕ 3,5 ГЭВ/С В 81 СМ
ЖИДКОВОДОРОДНОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ
ЦЕРН'а



В настоящее время значение любой работы в области физики высоких энергий, выполненной методикой пузырьковых камер, в значительной мере определяется тщательностью анализа экспериментального материала. Необходимость такого анализа требует создания хорошо разработанной системы обработки и хранения информации с пузырьковых камер, основанной на широком использовании на всех этапах обработки быстродействующих ЭВМ. Примером успешного решения этой проблемы может служить система обработки данных с пузырьковых камер, функционирующая в настоящем времени в ЦЕРН'е.

Ниже дается краткое описание первновской системы обработки, и на примере проведенного авторами анализа двухлучевых $K^+ p$ -взаимодействий при $3,5 \text{ Гэв}/c^2$ ^{x)} излагаются некоторые из используемых в ЦЕРН'е методов анализа данных с пузырьковых камер.

1. Процедура обработки данных.

Исследование двухлучевых $K^+ p$ -взаимодействий проведено на 40 000 стереофотографий с 81 см жидколоводородной пузырьковой камеры, облученной в сепарированном K^+ -мезонном пучке $M_2^{+3/2}$ синхротрона ЦЕРН'а.

Пленки были просмотрены на проекторах отдела трековых камер ЦЕРН'а. Часть пленок просмотрена дважды. Все события, лежащие в определенной эффективной области, обмерены на измерительных проекторах типа "IEP"^{/4/}.

Информация с IEP'ов перфорировалась на бумажную ленту в виде пар чисел (x , y -координат точек) и дополнительных "сопровождающих меток", заносимых с помощью подсоединеных к IEP'ам печатающих машинок. Данные

x) Полное изложение физических результатов этого эксперимента дано в работах ^{1,2/}.

с бумажной ленты переписывались на вычислительной машине IBM -1401 на магнитную ленту, с которой они вводились в IBM -7090 для обсчета по программам "REAP - THRESH".

Программа "REAP" /5,6/ осуществляла расшифровку и формальную проверку правильности информации, поступающей с IEP'ов и подготавлия ее для ввода в программу "THRESH" /6,7/. Программа "THRESH" производила геометрическую реконструкцию треков в пространстве камеры и определяла методом наименьших квадратов параметры треков (кривизны и пространственные углы) и их ошибки.

Для этого все измерения сначала переводились в одну систему координат и проецировались на поверхность стекло-водород. На этой стадии проводилась также проверка правильности измерений реперных точек, вводились поправки на дисторсии, усадку пленки и т.д.

Для восстановления в пространстве камеры отдельных точек через входные зрачки объективов и проекций измеренных точек на плоскость водород - стекло проводились "световые" лучи

$$X_1 = A_{x1} Z_1 + B_{x1} \quad (1)$$

$$Y_1 = A_{y1} Z_1 + B_{y1},$$

для которых коэффициенты A_1 , B_1 находились обычным образом в приближении геометрической оптики /7/.

Пространственные координаты точек, которые имели "соответственные" измерения на нескольких стереокадрах (реперные точки, вершины взаимодействий и т.п.), находились из пересечения "световых" лучей (1) методом наименьших квадратов. Для точек, измеренных на одном кадре вдоль трека, "методом хорд" находились псевдосоответствующие точки на других кадрах.

В пространстве камеры трек аппроксимировался спиралью

$$X_1 = \rho (\cos \theta_1 - 1) \quad (2)$$

$$Y_1 = \rho \sin \theta_1$$

$$Z_1 = \rho \theta_1 \cos \lambda$$

с началом координат в вершинной точке А , В , С . В первом приближении значения ρ_0 , λ_0 и θ_0 находились при подгонке окружности к проекциям восстановленных в пространстве камеры точек на плоскость X, Y и прямой линии к их проекциям на плоскость X, Z . Следующее приближение состояло в определении параметров спирали (2), проходящей на наименьшем расстоянии от световых лучей (1). Решение находилось в линейном приближении методом итераций.

В использованном варианте программы "THRESH" параметры спирали и их ошибки находились в приближении, не учитывающем их зависимости от массы частицы, оставившей трек ^{x)} (только для электронов бралась сворачивающаяся спираль).

Программа "THRESH" имеет несколько вариантов выдачи данных на печать. Обычно на печать выдавались только статистические данные о количестве обсчитанных событий, а результаты обсчетов записывались на библиотечную магнитную ленту.

Эта информация совместно с дополнительно вводимыми данными о магнитном поле камеры, первичном пучке, зависимостью пробег-импульс и т.д. использовалась программой "GRIND" для кинематического анализа событий.

Программа "GRIND" //8,10,11/ формировалась для каждого события все возможные гипотезы о каналах реакций, через которые может образоваться событие данного вида, вводила для различных гипотез поправки на массу частиц и проверяла статистическую вероятность каждой гипотезы, минимизируя функционал вида

$$X^2 = \vec{C}^T G^{-1} \vec{C} + C^{*T} G^{*-1} \vec{C}^* + 2 \vec{a}^T \vec{f}, \quad (3)$$

где $C[C^*]$ - вектор поправок к хорошо / плохо/ измеренным переменным (в качестве переменных были взяты $K = \frac{300H}{r \cos \lambda}$, $\operatorname{tg} \lambda$, ϕ); $G^{-1}[G^{*-1}]$ - матрица ошибок хорошо /плохо/ измеренных переменных; \vec{f} - вектор законов сохранения; \vec{a} - вектор множителей Лагранжа.

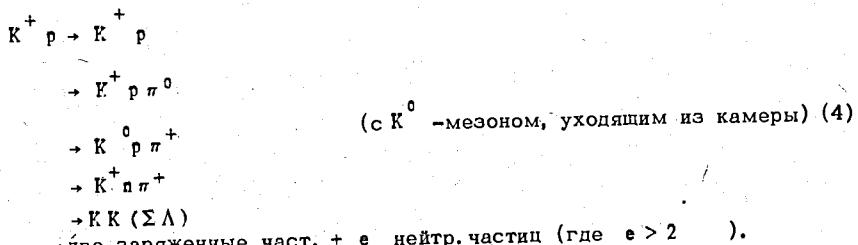
^{x)} В настоящее время в ЦЕРН'е эксплуатируется вариант "THRESH", в котором учитываются потери энергии частиц^{/8/}. Параметры трека определяются в этом случае путем минимизации квадратов отклонений измеренных точек от проекции трека на плоскость кадра, подобно тому, как это сделано в программе^{/9/}.

Минимум выражения (3) отыскивался итеративным путем только для тех гипотез, квадрат недостающей массы которых отличался от массы соответствующей нейтральной частицы не более, чем на 5 стандартных отклонений. Критериями сходимости были выбраны условия $|\Delta f_1| < 0,005$ (ГэВ), $|\Delta C_1| < 0,001$.

Результаты расчетов "GRIND" выдавались на печать (для сошедшихся гипотез) и записывались на магнитную ленту.

После обсчета событий по "цепи" программ "REAP" - "THRESH" - "GRIND" выдача программы "GRIND" анализировалась физиками и для каждого события отбирался один наиболее вероятный канал реакции (или два канала, если событие не удавалось интерпретировать однозначно).

В описываемом эксперименте анализировались двухлучевые $K^+ p$ -взаимодействия. События с двумя вторичными заряженными частицами могли образоваться в $K^+ p$ -взаимодействиях через следующие каналы реакций:



Поскольку образец событий $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ с K^0 -мезоном, уходящим из камеры, представлял только выборку из всех событий такого вида (примерно $1/3$ K^0 -мезонов распадалась в эффективном объеме камеры), эти события включались во все распределения с весом

$$W(L) = 1 / [1 - \gamma(1 - C)^{-\frac{L_m}{r c p}}],$$

где m — масса K^0 -мезона;

p — его импульс;

r — $2,97/c$ время жизни K^0 -мезона;

γ — доля распадов K^0 - мезонов на заряженные частицы;

L — расстояние от вершины $K^+ p$ взаимодействия до ближайшего края эффективного объема. Этот вес рассчитывался для каждого $K^0 p \pi^+$ события при статистическом анализе событий, записанных на специальную магнитную ленту DST, с помощью нестандартной подпрограммы "CHARM".

Специфической трудностью исследования двухлучевых взаимодействий при достаточно высоком импульсе первичной частицы является наличие большого процента событий с испусканием одной или более нейтральных частиц.

Поскольку для идентификации событий с одной нейтральной частицей в "GRIND" имеется только одно уравнение связи, а при испускании двух и более нейтральных частиц событие кинематически вообще не определено, то для однозначного определения канала реакции событий, кроме результатов расчетов "GRIND", было необходимо использовать данные о плотности ионизации треков.

Дополнительная трудность изучения взаимодействий К-мезонов в пузырьковых камерах заключается в том, что К-мезонный трек можно отличить на основании его плотности от треков π -мезонов и протонов только в сравнительно узком интервале импульсов (см. рис. 1).

На пленке с 81-сантиметровой водородной камеры визуально можно было надежно различить треки с плотностями ионизации, отличными в 1,5 раза, поэтому ионизационных измерений в данном эксперименте не делалось, а лишь производилось визуальное сравнение плотности ионизации трека, рассчитанной "GRIND" для данного предписания массы, с реальной плотностью изображения трека на просмотром столе.

События интерпретировались как однозначно относящиеся к одному из трехчастичных конечных состояний в том случае, если для данной гипотезы процесс минимизации функционала (3) сходился, причем вероятность $W(\chi^2 > \chi^2_1) =$

$$= 1 - \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_{\chi^2_1}^{\infty} t^{-n/2} e^{-t/2} dt \quad (\text{где } n - \text{число степеней свободы})$$

была не менее 0,005 (что соответствует уровню значимости 0,5%) и

а) плотности треков заряженных частиц позволяли однозначно установить массы оставивших их частиц, или

б) для одной из гипотез вероятность $W(\chi^2 > \chi^2_1)$ не менее чем в 10 раз превышала вероятности всех других гипотез (с таким же числом степеней свободы).

Если массы частиц могли быть найдены по плотностям треков, но соответствующая гипотеза для трехчастичного состояния не сошлась или $W(\chi^2 > \chi^2_1)$ была $< 0,005$, считалось, что в этом взаимодействии испущена более чем одна нейтральная частица. В дальнейшем к таким событиям были отнесены и те события, квадраты недостающей массы ($M^2_{\text{нед.}}$) которых оказались вне допустимых интервалов.

Во всех других случаях событие считалось интерпретированным неоднозначно и для него оставлялись две или более возможные гипотезы. Среди отобранных таким образом событий с одной нейтральной частицей присутствовал определенный процент событий с двумя нейтральными частицами. Количество оценка такой примеси была проделана в работе по изучению $K^+ p^-$ -взаимодействий при 3 Гэв/с^{/12/}, в которой для некоторого количества четырехлучевых событий по программе "GRIND" были просчитаны гипотезы, соответствующие трехчастичным конечным состояниям. При этом было найдено, что для конечных состояний $K^+ \pi^0$ и $K^0 \bar{p} \pi^+$ примесь состояний $K^0 \pi^0 \bar{p} (\epsilon \pi^0)$, $\epsilon \geq 1$ будет составлять не более 3%, и для конечного состояния $K^+ \pi^+ \bar{p}$ примесь состояния $K^+ \pi^+ \bar{p} (\epsilon \pi^0)$, $\epsilon \geq 1$ будет составлять не более 10%. Поскольку работа была выполнена также на пленках с 81 см камеры с использованием той же системы программ, можно считать, что и в данном эксперименте образец событий с одной нейтральной частицей содержал примерно такую же примесь событий с двумя нейтральными частицами. Дальнейшее уменьшение примеси событий с двумя нейтральными частицами было произведено за счет отбора событий по величине (M^2 нед.).

После разделения всех событий по каналам реакций номера выбранных гипотез были занесены на управляющие перфокарты программы "SLICE"^{/6/}, которая на основе дополнительной информации, имеющейся на этих перфокартах, выбирала с магнитной ленты с расчетами программы "GRIND" данные, относящиеся только к отобранной гипотезе (или двум гипотезам). Для этой гипотезы "SLICE" производила расчет всех кинематических переменных, представляющих интерес в выполняемом эксперименте (таких как углы и импульсы для всех треков в С.П.М., эффективные массы для различных комбинаций частиц конечного состояния, углы частиц "распада" таких комбинаций в системе их покоя, квадраты переданных импульсов и т.д.). Результаты этих расчетов были записаны в определенном порядке на специальной магнитной ленте, называемой DST (Data Summary Tape) в виде отдельных зон для каждого события.

DST, содержащая все данные по двухлучевым $K^+ p^-$ -взаимодействиям (полная статистика составляла около 5 000 упругих и неупругих взаимодействий), являлась в дальнейшем единственным источником информации для статистического анализа результатов эксперимента, который был осуществлен с помощью программы "SUMX"^{/6,13/}.

Программа "SUMX" является универсальной программой статистического анализа данных, записанных на магнитной ленте. С ее помощью можно проверять, удовлетворяет ли данное событие определенным критериям отбора ("тестам"), указанным на информационных перфокартах подпрограммы "Select"; строить гистограммы и идеограммы любой физической величины, записанной на DST ("Block 6"); поканально складывать, умножать, делить (с весами) эти распределения; осуществлять отражение и инверсию номеров их каналов и т.д. ("Block 4"); а также строить диаграммы (в том числе Далитца, Чу-Лоу и др.) ("Block 7"); и т.д., причем в каждое такое распределение заносятся величины только из событий, проходящих тесты, номера которых указаны на информационных перфокартах для этого распределения.

Программа "SUMX" выдает результаты непосредственно в виде графиков и таблиц, отпечатанных на широкой бумажной ленте. На рис. 2 приведен пример выдачи программы "SUMX".

При работе с программой "SUMX" физик приготовляет для каждого эксперимента свою "колоду" информационных карт и ряд нестандартных подпрограмм ("Champs"). Для полного анализа эксперимента требуется неоднократное использование программы "SUMX", что занимает существенную часть времени выполнения эксперимента. Например, анализ, произведенный в данном эксперименте, потребовал использования программы "SUMX" более 10 раз.

2. Анализ неоднозначно интерпретированных событий

Изучение событий, которые не удалось интерпретировать однозначно, показало, что к ним относятся те события, у которых плотность ионизации трека быстрой заряженной частицы не позволяет однозначно установить массу частицы, оставившей этот трек, а вероятности $W(\chi^2 > \chi^2_1)$ для обеих гипотез превышают 0,006 и имеют близкие значения. Все неоднозначно интерпретированные события разделялись на следующие виды.

Возможные интерпретации

число событий

$K^+ p \pi^0 - \pi^+ p K^0$	336
$K^0 p \pi^+ - \pi^- p K^+$	152
$K^+ n \pi^+ - \pi^+ n K^+$	97
$K^+ p \pi^0 - p K^+ \pi^0$	11
$K^+ p \pi^0 - K^+ \pi^+ n$	10

Поскольку, как это показано, например, в работе А.А. Тяпкина /14/, в случае двух конкурирующих гипотез (с одинаковым числом степеней свободы) их относительная вероятность должна определяться не по значениям $W(x^2 > x_i^2)$, а через функции правдоподобия и в рассматриваемом случае выражаться через x^2 как

$$p(I, II) = \left(\frac{R_I}{R_{II}} \right) \frac{1 + \exp [-1/2(x_{II}^2 - x_I^2)]}{1 + \exp [-1/2(x_I^2 - x_{II}^2)]},$$

где R_I и R_{II} – некоторые априорные вероятности частот рассматриваемых процессов, для всех неоднозначно интерпретированных событий была дополнительно рассчитана вероятность $p(I, II)$ в предположении, что $\frac{R_I}{R_{II}} = 1$, т.е. что вклад в различные виды неоднозначно интерпретированных событий от соответствующих конкурирующих каналов примерно равен. При этом было найдено, что для большинства неоднозначно интерпретированных событий $p(I, II) \approx 1$, т.е. статистическая вероятность обеих гипотез почти одинакова.

Заметное уменьшение числа неоднозначно интерпретированных событий произошло после дополнительного отбора событий по квадрату недостающей массы:

$$(M_{\text{нед}})^2 = (E_0 + F_p + \sqrt{p_{\text{зар.}}^2 + \pi^2}) - (\vec{p}_0 + \vec{p}_p + \vec{p}_{\text{зар.}}). \quad (5)$$

Отбор по $(M_{\text{нед}}^2)$ в этом случае тесно связан с отбором по x^2 , однако, допустимые значения x^2 имеют все события, параметры которых хотя и определены очень неточно, но не отклоняются от истинных значений более, чем на величину полученных оценок стандартного отклонения; отбор же по недостающей

массе помогает выделить те события, оценки параметров которых достаточно близки к истинным значениям.

Распределения недостающих масс для однозначно идентифицированных событий (обрезанные в пределах $-0,08 < \frac{m^2}{\pi^0} < 0,09$ (Гэв²); $0,125 < \frac{m^2}{K} < 0,39$; $0,60 < \frac{m^2}{\pi} < 1,18$) приведены на рис. 3.

На рис. 4, 5, 6 приведены распределения по χ^2 каждой из реакций (4) для событий, у которых квадраты недостающих масс лежат в допустимых интервалах и вне их. Как видно из рисунков, распределения по χ^2 в первом случае близки к теоретическим, а во втором существенно от них отличаются.

В результате дополнительного отбора по недостающей массе осталось следующее количество событий, у которых не удалось однозначно определить канал реакции

Возм. конечные сост.	число соб.
$K^+ p \pi^0 \rightarrow K^0 p \pi^+$	177
$K^0 p \pi^+ \rightarrow K^+ \pi^+$	58
$K^+ p \pi^0 \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^-$	6

при следующем числе однозначно идентифицированных событий

$K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$	653
$K^0 p \pi^+$	735
$K^+ \pi^+ \pi^-$	687

Распределения неоднозначно идентифицированных событий вида $K^+ p \pi^0 - K^0 p \pi^+$ на диаграммах Далитца представлены на рис. 7, 8. Из рисунков видно, что для обеих интерпретаций эти распределения весьма неравномерны, в частности, события заметно группируются в области масс K^{*890} -мезона и поэтому их нельзя исключить из дальнейшего анализа, так как это могло бы существенно повлиять на физические результаты.

Для учета влияния неоднозначно идентифицированных событий на физические результаты нужно было хотя бы приблизительно знать, в каком отношении их можно разделить между "конкурирующими" каналами реакций.

Рассмотрим подробнее зависимость числа событий с неоднозначной интерпретацией от импульсов (в л.с.) неидентифицированной заряженной частицы и нейтральной частицы.

Для примера возьмем наиболее часто встречающийся класс неоднозначно интерпретированных событий, когда конечное состояние $K^+ p \pi^0$ нельзя отличить от состояния $K^0 p \pi^+$. На рис. 9, представляющем распределение числа неоднозначно разделенных событий этого вида по $D = p_{\text{нейтр.}} / p_{\text{зар.}}$ (где $p_{\text{нейтр.}}$ - импульс нейтральной частицы, "подогнанный" "GRIND", $p_{\text{зар.}}$ - "подогнанный" импульс неоднозначно идентифицированного трека), события заметно группируются в области $D \approx 1$ (область I) и в области $D \ll 1$ (область II).

Плохое кинематическое разделение событий в области I связано с тем, что для событий с одной нейтральной частицей единственное уравнение связи - уравнение баланса энергии в случае равенства (в пределах ошибок) импульсов $p_{\text{нейтр.}}$ и $p_{\text{зар.}}$ инвариантно относительно перестановки масс частиц и поэтому после "GRIND" гипотезы, отличающиеся только перестановкой масс для $p_{\text{нейтр.}}$ и $p_{\text{зар.}}$, будут иметь близкие значения χ^2 .

Вследствие этого в области I будут неоднозначно интерпретированы почти все события с быстрой заряженной частицей, и их можно разделить между конкурирующими каналами реакции пропорционально сечениям каналов в этой области.

У событий, лежащих на рис. 9 в области II, нейтральная частица имеет малый импульс, а неидентифицированная заряженная частица - быстрая ($p_{\text{зар.}} \geq 2 \text{ Гэв/с}$). Неоднозначность интерпретации на основе $W(\chi^2 > \chi^2_1)$ связана в этом случае с большими ошибками в измерении импульса быстрой заряженной частицы.

Согласно процедуре, используемой в "GRIND", начальное значение импульса нейтральной частицы определяется из закона сохранения импульса, и проверка правильности приписания трекам соответствующих масс частиц сводится, фактически к проверке выполнения баланса энергии при условии сохранения баланса импульсов.

При этом может оказаться, что при больших ошибках в определении импульса быстрой частицы для некоторых видов событий неправильное приписание масс частиц может дать столь же малый разбаланс энергии, что и правильное, т.е.

большая часть таких событий будет интерпретирована неоднозначно. Другие же события могут быть более устойчивыми (с точки зрения баланса энергии) по отношению к неправильной интерпретации, и среди таких событий будет меньший процент неоднозначно интерпретированных.

Рассмотрим с этой точки зрения вопрос, какой из каналов мог дать в области Π^- больший вклад в события, которые можно интерпретировать как $K^+ p \pi^0 - K^0 p \pi^+$.

Для проверки возможности того, что событие $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$ может быть ошибочно интерпретировано как $K^+ p \rightarrow \pi^+ p K^0$, запишем функцию W , равную отношению квадратов разбалансов энергии ΔE , вносимых ошибкой Δp в определении импульса быстрой частицы при ошибочном и правильном приписании масс быстрой и нейтральной частицам (в предположении, что импульс протона известен точно)

$$W(p_2^0, p_3^0, \Delta p) = \left[\frac{(E_{K^0}^{(3)} - E_{\pi^0}^{(3)}) + (E_{\pi^+}^{(2)} - E_{K^+}^{(2)})}{(E_{\pi^0}^{(3)} - E_{\pi^0}^{(3)}) + (E_{K^+}^{(2)} - E_{K^+}^{(2)})} \right]^2, \quad (6)$$

где $E_{K^0}^{(2,3)}$ — энергия быстрой заряженной частицы (2), или нейтральной частицы (3) для масс $(\pi^0 K^0)$, соответствующая истинным значениям импульсов p_2^0 , p_3^0 .

$E_{\pi^0 K^0}^{(2,3)}$ — энергия частицы (2) и (3) при ошибочном значении импульсов $(p_{2,3}^0 = p_{2,3}^0 \pm \Delta p)$.

Расчеты этой функции, произведенные при различных значениях и ориентациях импульса нейтральной частицы и различных положительных значениях Δp показали (см. рис. 10-а), что для событий, у которых π^0 -мезон летит в переднюю полусферу (в л.с.) функция W всегда $\gg 1$, т.е. для событий $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$ такой конфигурации вероятность быть интерпретированными как события $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ очень мала, однако, для событий, у которых π^0 летит в заднюю полусферу при $\Delta p > 0,1$ Гэв/с функция W становится близкой к 1, т.е. такие события возможно интерпретировать также как $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$.

Расчеты подобной же функции для событий $K^+ p \rightarrow \pi^+ p K^0$ (рис. 10б) показали, что если K^0 -мезон летит в переднюю полусферу, то $W < 5$, а если

он летит назад, то $W \ll 1$, следовательно, события $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ с быстрым π^+ -мезоном, у которого импульс определен с ошибкой $\Delta p \geq 0.1$ Гэв/с, всегда могут быть интерпретированы как события $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$. В случае отрицательных значений Δp функция $W(p_2^0, p_3^0, \Delta p)$ для обоих типов событий примерно равна.

Подобный несложный анализ показывает, что канал $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ при этих условиях может иметь больший процент неоднозначно интерпретированных событий, чем канал $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$, поэтому события, имеющие две интерпретации $K^+ p \pi^0$ или $K^0 p \pi^+$ и лежащие на рис.9 в области II, вообще говоря, нельзя делить в отношении сечений этих каналов. Такой же анализ был проделан для неоднозначно интерпретированных событий других типов.

Рассмотрим теперь подробнее распределение неоднозначно интерпретированных событий вида $K^+ p \pi^0 - K^0 p \pi^+$ на диаграммах Далитца. События из области I рис. 9 группируются на диаграммах Далитца в области $\cos \theta^* = 0$, где

$$\cos \theta^* = \left(\frac{\vec{K}^* \cdot \vec{K}}{|\vec{K}^*| |\vec{K}|} \right), \quad (7)$$

\vec{K}^* - импульс ($K\pi$) системы в с.п.м.,

\vec{K} - импульс K -мезона в системе покоя ($K\pi$),

так как направление вылета ($K\pi$) системы близко к направлению первичного пучка, и в случае $\cos \theta^* = 0$ при переходе в л.с. систему K - и π^- -мезоны будут иметь близкие импульсы.

События, лежащие на рис. 9 в области II, на диаграмме Далитца для конечного состояния $K^+ p \pi^0$ группируются в области $\cos \theta^* > 0$, т.е. при малых значениях $M_{p\pi}^2$, а на диаграмме для конечного состояния $K^0 p \pi^+$ - в области $\cos \theta^* \leq 0$, т.е. при больших значениях $M_{p\pi}^2$. Поэтому неоднозначно интерпретированные события из области I будут существенно влиять на исследование K^* , а в области II - на исследование изобары N^{1238}_{890} .

При количественном анализе плотности распределения на диаграмме Далитца событий, относящихся к определенному конечному состоянию, в статистику были включены как все однозначно идентифицированные события, так и все события с двумя интерпретациями, для которых данный канал рекации был одной из возможных гипотез. Поскольку часть из включенных в статистику

неоднозначно интерпретированных событий фактически образовалась через другие каналы, для исключения их влияния из распределения были вычтены в нужных пропорциях соответствующие "фоновые" события.

"Фоновые" события были получены из однозначно идентифицированных событий, относящихся к тем гипотезам, которые являлись второй интерпретацией неоднозначно интерпретированных событий, включенных в статистику для данного конечного состояния.

Рассмотрим для примера конечное состояние $K^+ p \pi^0$. Большая часть неоднозначно интерпретированных событий, которые могут относиться к этому конечному состоянию, в качестве второй интерпретации имеет реакцию $K^+ p \rightarrow \pi^+ p K^0$. Поэтому основная часть "фоновых" событий, вычтенных из распределения на диаграмме Далитца для событий $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^0$, была получена из однозначно идентифицированных событий $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ с импульсом π^+ -мезона $> 1 \text{ Гэв/с}$, для которых были рассчитаны $M_{K^+ p \pi^0}^2$, $M_{p \pi^0}^2$ после замены π^+ -мезона на K^+ -мезон и K^0 -мезона на π^0 -мезон. Поскольку для неоднозначно разделенных событий, лежащих в области II (рис.9), установить точный вклад каждого канала реакций затруднительно, было произведено вычитание нескольких различных выборок "фоновых" событий, размеры которых ограничены некоторым интервалом. Как оказалось, процентное содержание резонансов и их параметры при этом практически не менялись.

На рис. 11 показано влияние "фона" от неоднозначно идентифицированных событий на распределение $M_{K^+ p \pi^0}^2$.

Подобным же образом производился учет неоднозначно идентифицированных событий в распределениях по другим физическим величинам, как то: по квадратам переданных импульсов, углам частиц от распада резонансов и т.д.

3. Изучение угловых распределений распадов резонансов

Согласно работе /15/, угловые распределения частиц от распадов резонансов с известным спином и четностью можно описать выражениями, включающими элементы матрицы плотности спиновых состояний /16/. Например, угловое распределение частиц от распада резонанса со спином и четностью 1^- описывается выражением:

$$W(\theta, \phi) = \frac{3}{4\pi} \left\{ \rho_{0,0} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} (1 - \rho_{0,0}) \sin^2 \theta \right.$$

$$\left. - \rho_{1,-1} \sin^2 \theta \cos^2 \phi - 2\sqrt{2} \operatorname{Re} \rho_{1,0} \sin \theta \cos \phi \right\}, \quad (8)$$

где θ — и ϕ — полярный и азимутальный углы одной из частиц распада в системе покоя резонанса (см. рис. 12).

Для определения элементов матрицы спиновой плотности резонансов K^{*}_{890} и N^{*}_{1238} было произведено исследование распределений частиц от их распада по углам ϕ и θ . Угловые распределения для распадов K^{*}_{890} -мезона на $K^0\pi^+$ и $K^+\pi^0$ были изучены отдельно, так как в аналогичном эксперименте при $3 \text{ ГэВ/с}^{12/}$ в угловых распределениях для этих двух видов распада наблюдалось существенное различие.

Для правильного определения элементов матрицы спиновой плотности при анализе угловых распределений резонансов необходимо исключить искажения, которые могут быть вызваны:

- a) влиянием других резонансов;
- b) фоном от неправильно интерпретированных событий;
- c) нерезонансным фоном.

Как видно на схематическом изображении диаграммы Далитца (рис. 13), для конечных состояний $K^0\pi^+ p$ и $K^+\pi^0 p$ резонансы K^{*}_{890} и N^{*}_{1238} перекрывают-
ся в области С. Поскольку эффективная масса M_{pp}^2 связана с $\cos \theta^*$ (см. выражение (7)) линейным соотношением

$$M_{pp}^2 = 2\gamma q (\beta E_p + p_p) \cos \theta_K^* + m_p^2 + m_\pi^2 + 2\gamma E_\pi^* (E_p + \beta p_p), \quad (9)$$

где

$$\gamma = \frac{E_{K\pi}}{M_{K\pi}}, \quad \beta = \frac{P_{K\pi}}{E_{K\pi}}$$

E^* , q — полная энергия и импульс π -мезона в системе покоя ($K\pi$),
 $E_{i,j}$, p_i — полная энергия системы частиц (i,j) и импульс частицы i в с.п.м.;
 то все события из области С будут лежать в определенном интервале распределения по $\cos \theta_K^*$ и, следовательно, в силу периферичности рождения K^{*}_{890} -
 мезона, будут также группироваться в определенной области распределения по $\cos \theta_K^*$. Поэтому включение в распределение по $\cos \theta_K^*$ для K^{*}_{890} всех

событий, лежащих в области С, где кроме событий $K^+ p \rightarrow K_{890}^* p$ дополнитель-
но находится значительное количество событий $K^+ p \rightarrow N_{1238}^* K$, приведет к завы-
шению числа событий в одном из интервалов этого распределения, что может
существенно исказить его форму. С другой стороны, исключение всей области
перекрытия резонансов из рассмотрения также приведет к искажению распределе-
ния по $\cos \theta_K$.

Для устранения влияния области С при анализе распадов резонансов бы-
ла применена процедура "переселения", предложенная Эберхардом и Приштей-
ном¹⁷. В данном эксперименте процедура "переселения" была выполнена не-
сколько по другому, чем это рекомендовано в работе¹⁷, а именно, для обла-
сти С ($0,67 < M_{K\pi}^2 < 0,97$ (Гэв)²; $1,25 < M_{p\pi}^2 < 1,69$ (Гэв)²) на диаграмме Далит-
ца была найдена область, отраженная относительно линии $\cos \theta_K^* = 0$
(область D на рис. 12), верхняя и нижняя границы которой, как легко видеть,
задаются выражением:

$$\frac{M_{p_1}^2}{M_{p_2}^2} = F_+ \left(\frac{M_{K\pi}^2}{M_{K\pi}^2} \right) + F_- \left(\frac{M_{K\pi}^2}{M_{K\pi}^2} \right) - M_{p_2}^2,$$

где $F_+(-)$ — функция, описывающая верхний (нижний) контур диаграммы Далитца;
 $M_{p_1}^2$ — верхняя (нижняя) граница области С.

Во время статистического анализа событий, записанных на DST, произ-
веденного с помощью программы "SUMX", для каждого события из области
масс K_{890}^* -мезона находилась "отраженная" масса

$$\frac{M_{p_1}^2}{M_{p_2}^2} = F_+ \left(\frac{M_{K\pi}^2}{M_{K\pi}^2} \right) + F_- \left(\frac{M_{K\pi}^2}{M_{K\pi}^2} \right) - M_{p_1}^2$$

(нестандартная подпрограмма "Cham2" "SUMX") и для тех событий, у кото-
рых $M_{p_1}^2$ попадала в интервал от $M_{p_1}^2$ до $M_{p_2}^2$, строилось дополнительное
"отраженное" событие, полученное при обмене местом К- и π -мезонов в сис-
теме покоя (πK), т.е. событие, имеющее $\cos \theta' = -\cos \theta$, $\cos \theta'^* = -\cos \theta^*$,
 $\phi^* = \phi \pm \pi$ и т.д. ("Cham 3" "SUMX").

На рис. 14 приведены распределения по $\cos \theta_K$ и $\cos \theta_K^*$ "переселенных"
событий для конечного состояния $p(K_{890}^* \rightarrow K_{1400}^0 \pi^+)$.

Подобная же процедура "переселения" была проделана и для событий, лежа-
щих на диаграмме Далитца в области масс K_{1400}^* -мезона, и в области изобары
 N_{1238}^* .

При анализе угловых распределений K^*_{890} -мезона очень важно правильно учесть вклад неоднозначно идентифицированных событий, потому что, как этой уже отмечалось выше, такие события заметно группируются на диаграмме Далитца в области масс K^*_{890} -мезона (см. рис. 7,8). Это объясняется тем обстоятельством, что распределение по θ_K для K^*_{890} -мезона следует зависимости $I(\theta_K) \approx a + b \sin^2 \theta_K$, т.е. имеет максимум при $\cos \theta_K = 0$, и, следовательно, на диаграмме Далитца события с образованием K^*_{890} будут группироваться в области $\cos \theta_K^* = 0$, т.е. в области, где для большинства событий нельзя дать однозначной интерпретации.

Неоднозначно интерпретированные события вида $K^+ \pi^0 p - K^0 \pi^+ p$, $M_{K\pi}$ которых попадает в область масс K^*_{890} , изображены на рис. 9 заштрихованной областью. Все эти события, как и следовало ожидать, лежат в области I. Неоднозначно интерпретированные события других видов, у которых $M_{K\pi}$ попадает в область масс K^*_{890} , также лежат преимущественно в этой области.

Учет вклада неоднозначно интерпретированных событий в распределение по $\cos \theta_K$ и ϕ частиц от распада K^*_{890} был проделан для контроля двумя различными способами.

В одном случае в каждое угловое распределение для различных видов распада K^*_{890} были включены все неоднозначно интерпретированные события, имеющие в качестве одной из гипотез данный канал реакции, с весом, соответствующим вкладу этого канала в неоднозначно интерпретированные события (распределения (a) на рис. 15, 16).

Другой способ состоял в том, что подобные неоднозначно идентифицированные события были включены в угловые распределения по $\cos \theta_K$ и ϕ с весом 1, но из этих распределений был вычен фон, созданный теми неоднозначно идентифицированными событиями, которые фактически образовались через другой канал. Этот фон опять был "сгенерирован" из однозначно интерпретированных событий, относящихся к "конкурирующим" гипотезам, путем соответствующих замен масс частиц (например, фон, создаваемый в распределении по $\cos \theta_K$ для распадов $K^*_{890} \rightarrow K^+ \pi^0$ неоднозначно интерпретированными событиями типа $K^+ p \pi^0 - \pi^+ p K^0$, был получен отражением распределения по $\cos \theta_K$ для распадов $K^*_{890} \rightarrow K^0 \pi^+$ относительно $\cos \theta_K = 0$).

Распределение по $\cos \theta_K$ для распадов $K^* \rightarrow K^+ \pi^0$ и $K^* \rightarrow K^0 \pi^+$, полученное таким же путем; приведено на рис. 15, 16 (б).

При учете искажений, вносимых в элементы матрицы спиновой плотности нерезонансным фоном, было сделано предположение, что угловые распределения K -мезонов по $\cos \theta_K$ и ϕ в системе покоя ($K\pi$) для нерезонансных событий не зависят от $M_{K\pi}$ и что значения элементов ρ_{ij} в области резонансов можно представить в виде линейной комбинации

$$(\rho_{ij})_{\text{полн.}} = \rho_{ij\text{рез.}} (1-R) + \rho_{ij\text{фон.}} R,$$

где $R = \frac{\text{число фоновых событий}}{\text{полное число событий}}$.

Значения ρ_{ij} были получены при анализе всех событий с $\Delta^2 < 1 \text{ Гэв}^2/c^2$ в области K_{890}^* -мезона ($0,84 < M_{K^*} < 0,93$), а $\rho_{ij\text{фон.}}$ — при анализе таких же событий в примыкающих областях ($0,71 < M_{K\pi} < 0,80$ и $0,97 < M_{K\pi} < 1,06$). Процентное содержание нерезонансного фона в интервале масс K_{890}^* было найдено методом максимального правдоподобия при аппроксимации плотности событий на диаграмме Далитца выражением $P(M_{K\pi}^2, M_{p\pi}^2)$ работы ^{1/1}, и равнялось 16,4% для конечного состояния $K^+ \pi^0 p$ и 5% для конечного состояния $K^0 \pi^+ p$.

Численные значения элементов матрицы плотности ρ_{ij} для K_{890}^* были найдены из средних значений сферических функций Y_j^l , которые связаны с ρ_{ij} следующим образом:

$$\rho_{0,0} = 1/3 + \frac{\sqrt{5}}{3} \langle Y_2^0 \rangle$$

$$\rho_{1,-1} = -\sqrt{\frac{5}{24}} \langle Y_2^2 \rangle$$

$$\operatorname{Re} \rho_{1,0} = -\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} \langle Y_2^1 \rangle.$$

Ниже приведены значения ρ_{ij} полн., ρ_{ij} фон. и ρ_{ij} рез для двух видов распада K_{890}^* -мезона.

	$K^* + \text{фон}$	фон	K^*
$K^* \rightarrow K^+ \pi^0$	$\rho_{0,0}$	$0,215 \pm 0,058$	$0,30 \pm 0,09$
	$\rho_{1,-1}$	$0,165 \pm 0,024$	$0,12 \pm 0,04$
	$\text{Re } \rho_{1,0}$	$0,033 \pm 0,016$	$-0,006 \pm 0,024$
$K^* \rightarrow K^0 \pi^+$	$\rho_{0,0}$	$0,164 \pm 0,043$	$0,21 \pm 0,07$
	$\rho_{1,-1}$	$0,172 \pm 0,02$	$0,006 \pm 0,040$
	$\text{Re } \rho_{1,0}$	$0,044 \pm 0,013$	$-0,05 \pm 0,03$

Как видно из таблицы, учет нерезонансного фона существенно сказывается на значениях $\rho_{1,j}$ для конечного состояния $K^+ \pi^0 p$ и менее – для конечного состояния $K^0 \pi^+ p$.

Простая модель одномезонного обмена предсказывает $\rho_{0,0} = 1$ и $\rho_{1,-1} = \rho_{1,0} = 0$ для случая псевдоскалярного обмена и $\rho_{1,-1} = 1/2$, $\rho_{0,0} = \rho_{1,0} = 0$ для векторного обмена. Полученные значения элементов матрицы плотности свидетельствуют об участии в реакции $K^+ p \rightarrow K^* p$ обоих видов обменных частиц.

Распределения частиц от распада изобары в системе ее покоя по углам θ и ϕ (см. рис. 12) также могут быть выражены через элементы матрицы спиновой плотности $\rho_{1,j}$ (при выборе за ось квантования направления первичного пучка).

Для определения матричных элементов $\rho_{1,j}$ было проведено исследование распределений протонов от распада изобары по $\cos \theta_N$ и ϕ . Для устранения влияния области "С" для изобары также была проделана процедура "переселения". Неоднозначно интерпретированные события были включены в статистику таким же образом, как это было сделано при изучении резонанса K^* .

Элементы матрицы плотности $\rho_{1,j}$ для изобары N_{1238}^* выражаются через средние значения сферических функций, как

$$\rho_{3,3} = 1/4 - \sqrt{5}/4 \langle Y_2^0 \rangle$$

$$\overline{\text{Re } \rho_{3,1}} = -1/4 \sqrt{\frac{5}{2}} \langle Y_2^1 \rangle$$

$$\overline{\text{Re } \rho_{3,-1}} = -1/4 \sqrt{\frac{5}{2}} \langle Y_2^2 \rangle .$$

В результате проведенного анализа были получены следующие значения элементов матрицы спиновой плотности для изобары: $\rho_{3,3} = 0,31 \pm 0,033$; $\text{Re } \rho_{3,1} = -0,004 \pm 0,016$; $\text{Re } \rho_{3,-1} = 0,097 \pm 0,016$, которые удовлетворительно согласуются с предсказаниями, полученными на основе модели Стодольского-Сакураи.

Для получения распределения по $\cos \theta_K$ резонанса K_{1400}^* , свободного от нерезонансного фона, был использован следующий метод. Из распределения по $\cos \theta_K$ для событий, лежащих в интервале масс K_{1400}^* ($1,320 < M_{K\pi} < 1,48$ Гэв), были вычтены распределения событий, лежащих в соседних областях ($1,14 < M_{K\pi} < 1,30$ Гэв; $1,50 < M_{K\pi} < 1,66$ Гэв), отнормированные на число фоновых событий в интервале K_{1400}^* (для всех трех областей предварительно было проделано "переселение").

На рис. 17 сплошной линией показано распределение по $\cos \theta_K$ всех событий в области K_{1400}^* , а штриховой – распределение "резонансных" событий, оставшихся после "переселения" и вычитания нерезонансного фона.

Исследование угловых распределений для распадов $K_{1400}^*/18/$, произведенное в работе $/18/$, показало, что для этого резонанса наиболее предпочтительным значением спина и четности является 2^+ .

Результаты, полученные при аппроксимации методом наименьших квадратов распределения $\cos \theta_K$ для K_{1400}^* аналитическими выражениями для распадов частиц со спинами 1 и $2^{18}/$, не противоречат этому заключению, хотя статистика в распределении $\cos \theta_K$ недостаточна для однозначного ответа.

Авторы приняли участие в описанном выше эксперименте во время их пребывания в отделе трековых камер ЦЕРН'a. Оба автора весьма признательны начальнику отдела трековых камер профессору Ш. Перу за оказанное гостеприимство и благодарят профессора Ф. Мюллера и доктора И. Гольдшмидт – Клермонта за постоянное внимание, а также всех сотрудников их группы за помощь в работе.

Л и т е р а т у р а

1. W. De Baere et al, CERN/D. PH II /Physics 67 - 5
2. Y. Goldschmidt — Clermont et al., Nuovo Cim., 46, 539 (1966)
3. J. Goldberg, J.M. Perreau, CERN 63 - 12 (1963)
4. Y. Goldschmidt — Clermont, "Proc. of the Intern. Confer. on High-Energy Accelr. and Instrum." p. 523 - 32, CERN, 1959.
5. G.R. Macleod, CERN 60 - 11 (1960)
6. CERN, TC Program library, v.1,2.
7. W.G. Moorhead, CERN 60 - 33 (1960)
8. J.M. Howie, W.G. Moorhead, CERN, DD/DP/65/9.
9. J.W. Burren, J. Sparrow, NIRL/R/14 (1963)
10. R. Bock, CERN 60 - 30 (1960)
11. E. Fett, "Ecole internationale de la physique des particles elementaires", Herceg Novi (1965)
12. P. Sallstrom, G. Otter, G. Ekspong, Nuovo Cim. (в печати).
13. E. Malamud, "SUMX," Post GRIND Manual CERN, 1963
14. А.А. Тяпкин. Препринт ОИЯИ, Е-2353, Дубна 1965.
15. K. Gottfried, J.D. Jackson, Nuovo Cim., 33, 309 (1964)
16. W. Koch, CERN 64 - 13 (1964)
17. P. Eberhard , M. Pripstein, Phys. Rev. Lett., 10, 351 (1963)
18. N. Haque et al, Phys. Lett., 14 , 338 (1967)
19. J.D. Jackson, Nuovo Cim., 314, 1645 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая 1967 г.

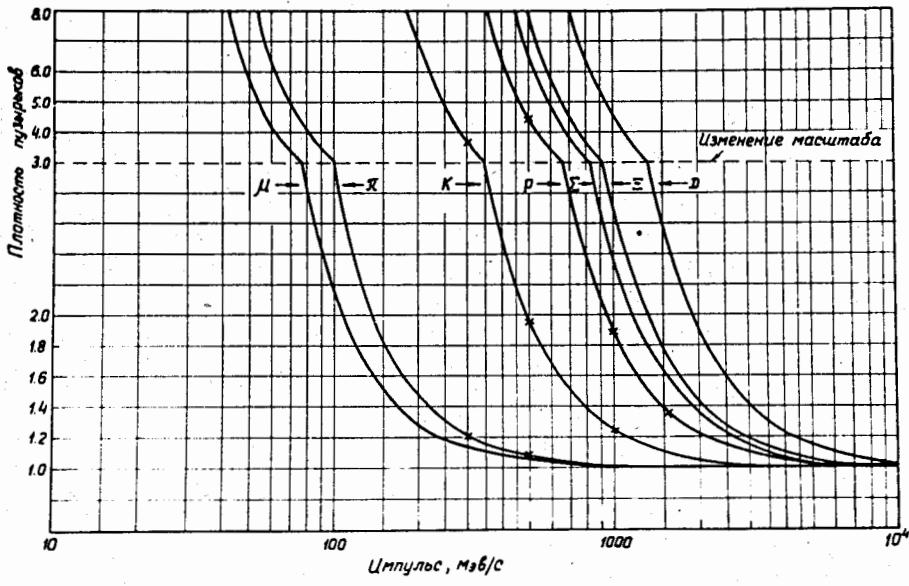


Рис. 1. Графики зависимости плотности ионизации треков частиц различной массы от их импульсов.

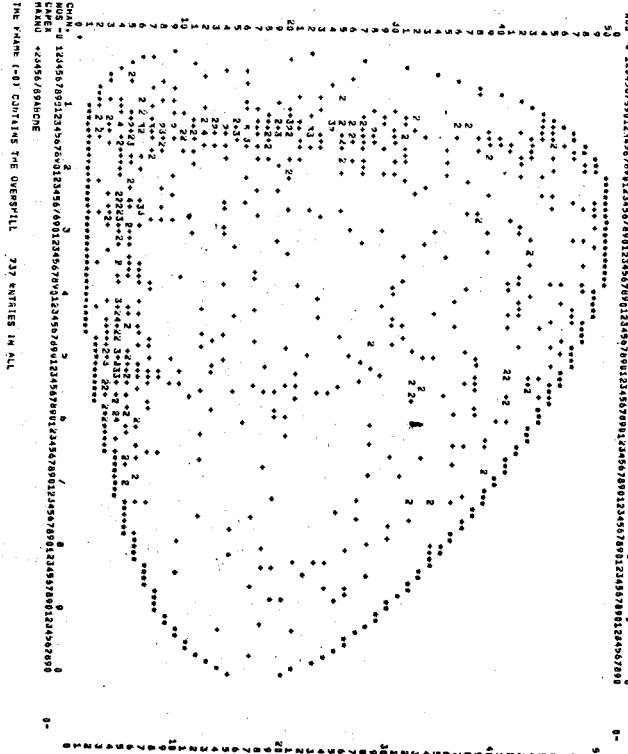


Рис. 3. Гистограммы ($M_{\text{нед}}^{\text{нек}} / M_{\text{нед}}^{\text{эксп}}$)² для реакций $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$, $K^+ p \rightarrow K^0 p \pi^+$ и $K^+ p \rightarrow K^+ n \pi^+$.



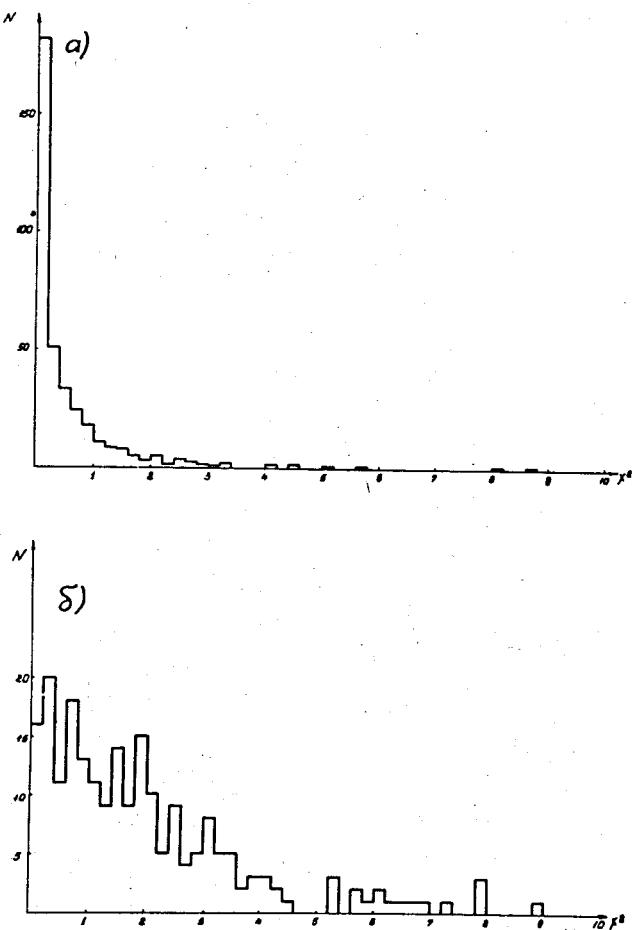


Рис. 4. Распределение по χ^2 для событий $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$
а) лежащих в допустимом интервале $(M_{\text{нед}})^2$;
б) лежащих вне его.

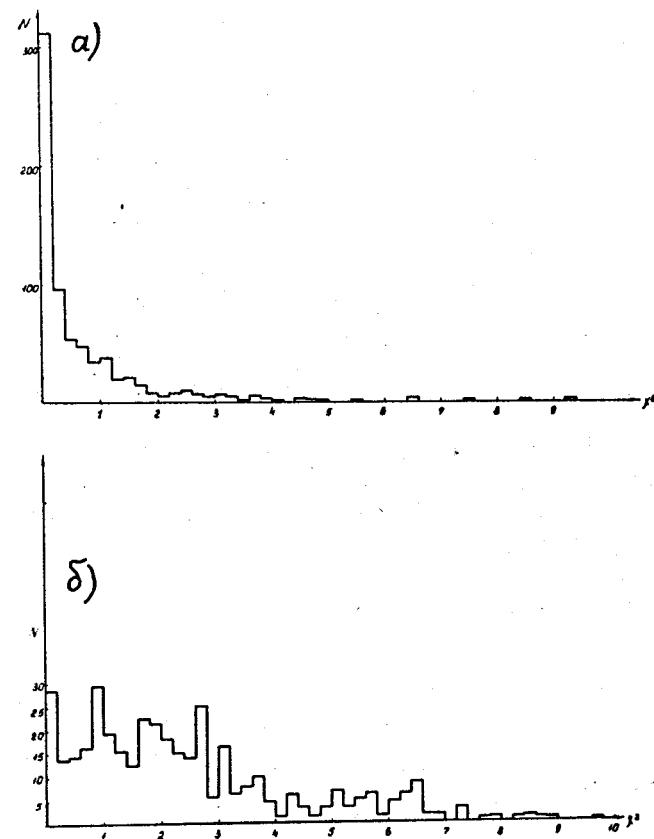


Рис. 5. Распределение по χ^2 для событий $K^+ p \rightarrow K^0 p \gamma^+$
а) лежащих в допустимом интервале $(M_{\text{нед}})^2$;
б) лежащих вне его.

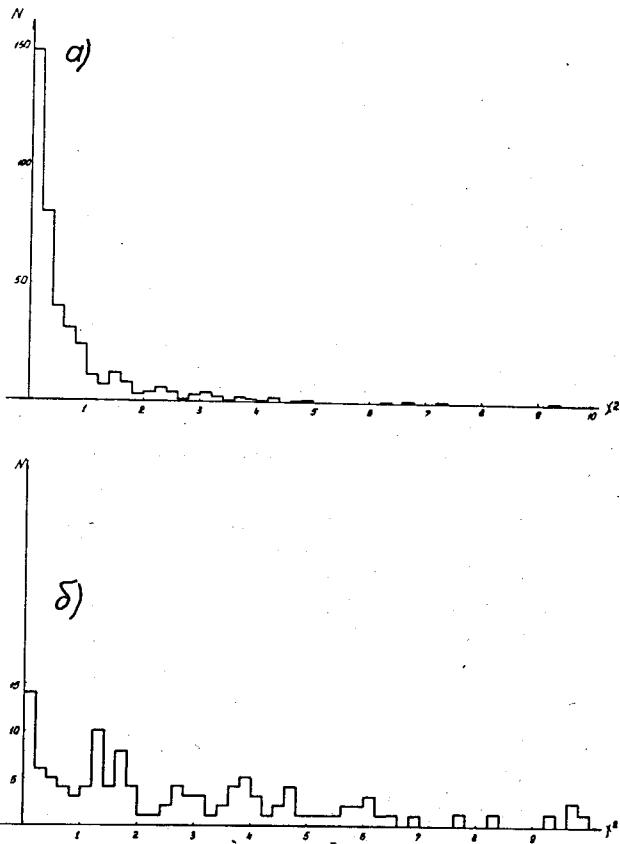


Рис. 6. Распределение по χ^2 для событий $K^+ p \rightarrow K^+ \pi^0 \pi^+$
а) лежащих в допустимом интервале ($M_{\text{нед}}$);
б) лежащих вне его.

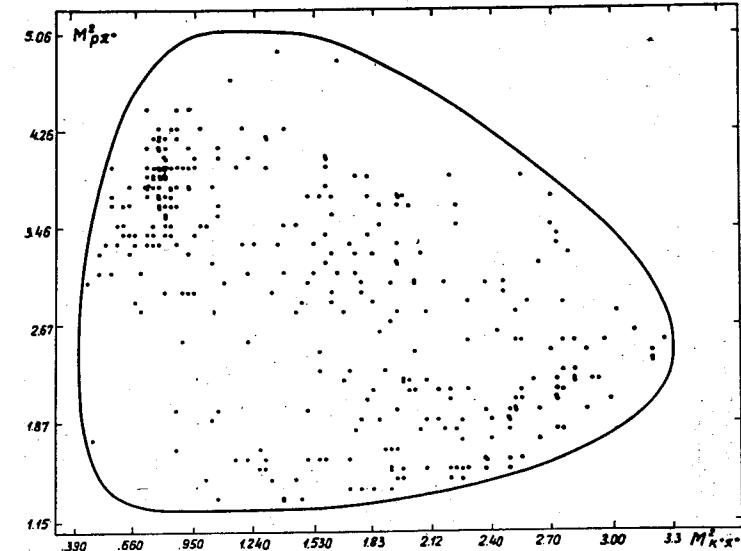


Рис. 7. Диаграмма Далитца для конечного состояния $K^+ p \pi^0$ неоднозначно интерпретированных событий вида $K^+ p \pi^0 - K^0 p \pi^+$.

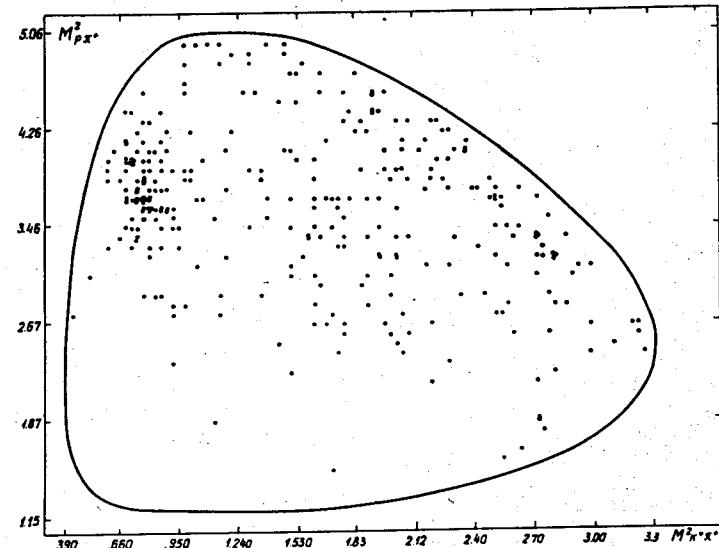


Рис. 8. Диаграмма Далитца для конечного состояния $K^0 p \pi^+$ неоднозначно интерпретированных событий вида $K^+ p \pi^0 - K^0 p \pi^+$.

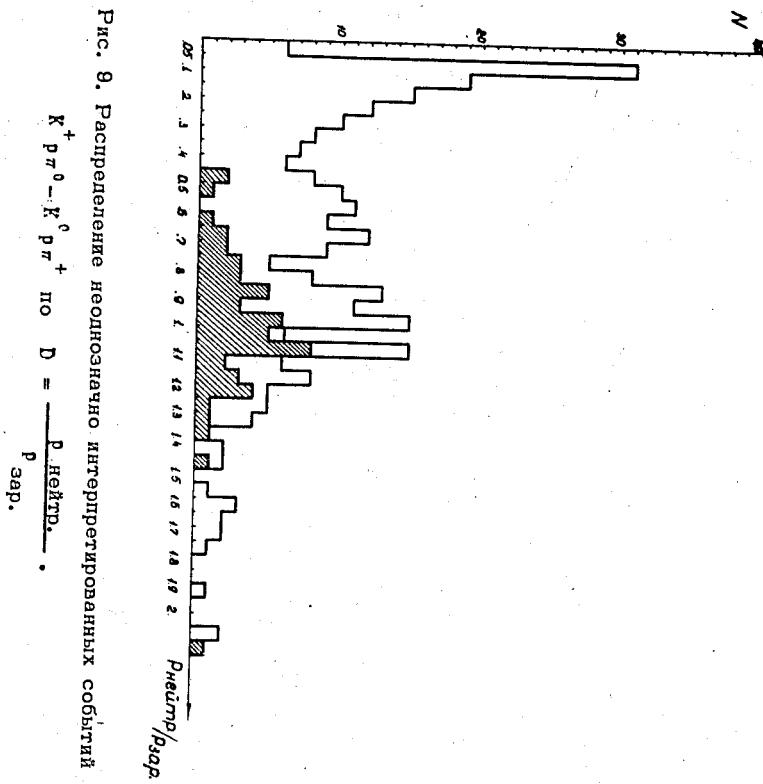
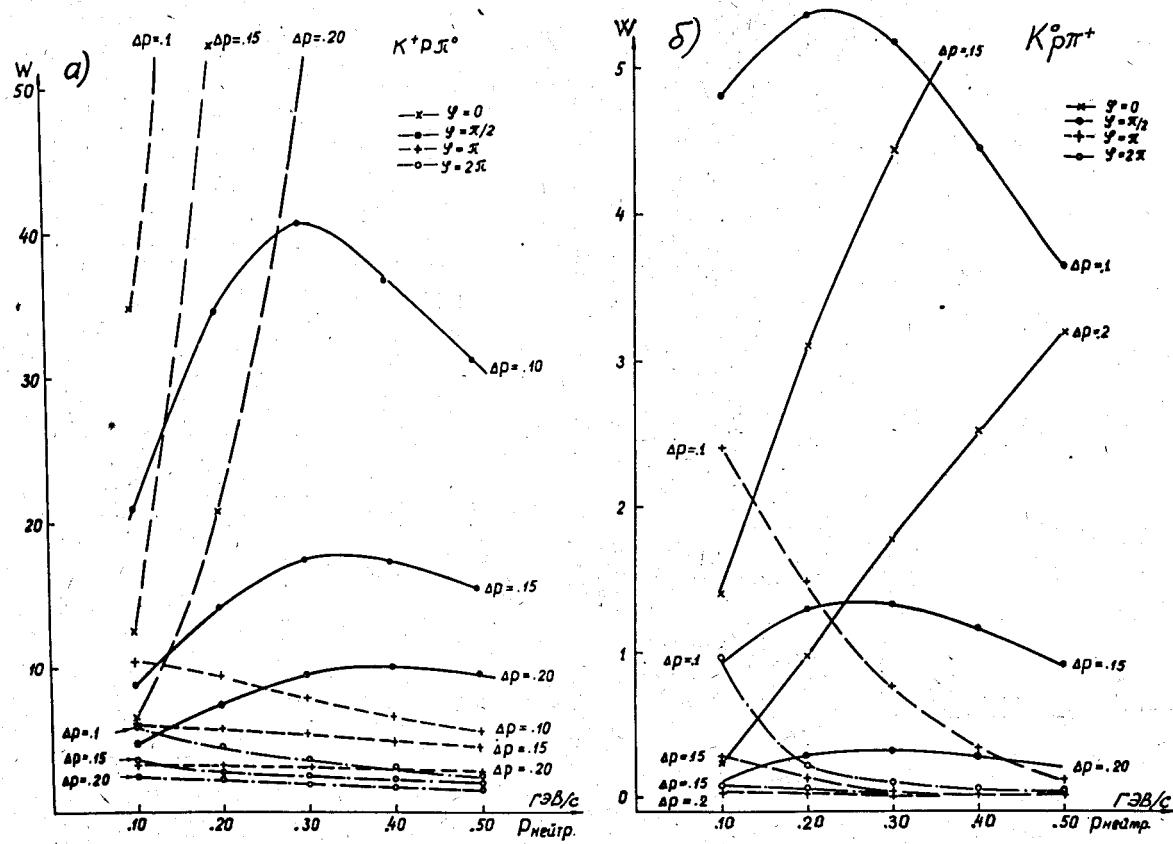


Рис. 9. Распределение неопределенного интерпретированных событий

Рис. 10. Графики $W(p^0, \Delta p, \phi)$ для а) событий $K^+ p \rightarrow K^+ p \pi^0$, б) событий $K^0 p \rightarrow K^0 p \pi^+$.

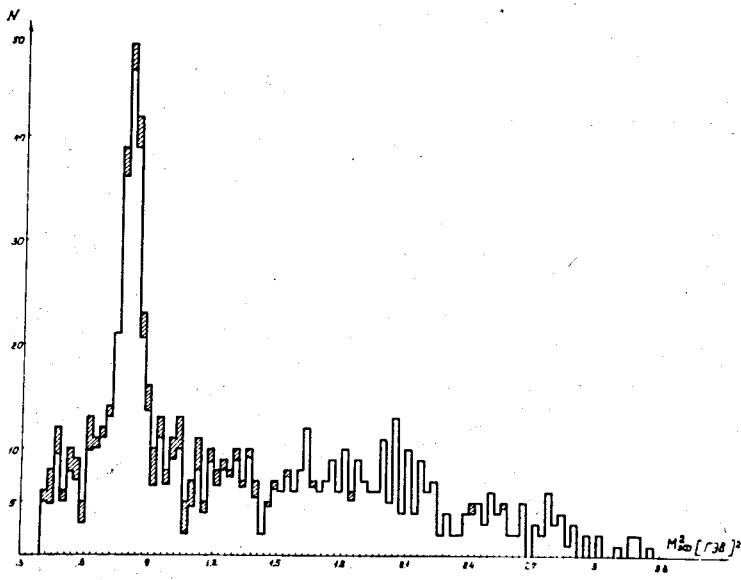


Рис. 11. Распределение событий по $M_{K^+ \pi^0}^2$ (заштрихованная область обозначает "фон" от неоднозначно интерпретированных событий).

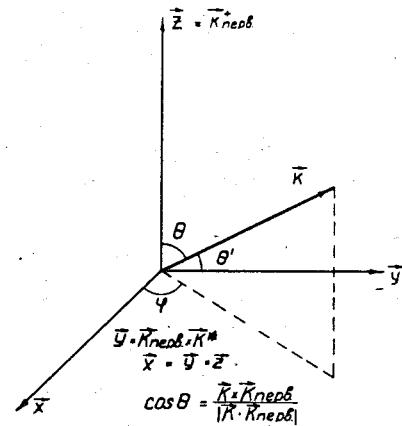


Рис. 12. Определение углов θ_K и ϕ .

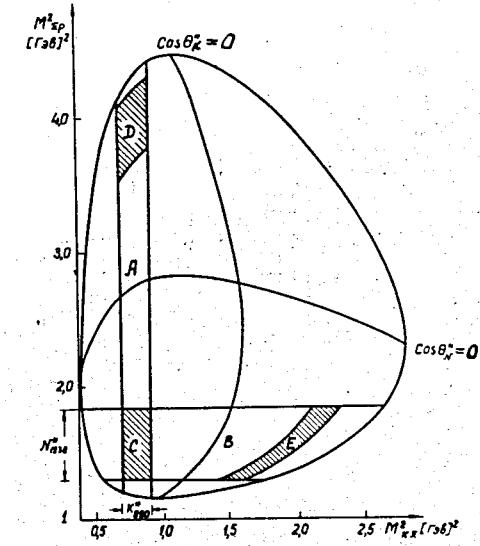


Рис. 13. Схема диаграммы Далитца для случая двух перекрывающихся резонансов.

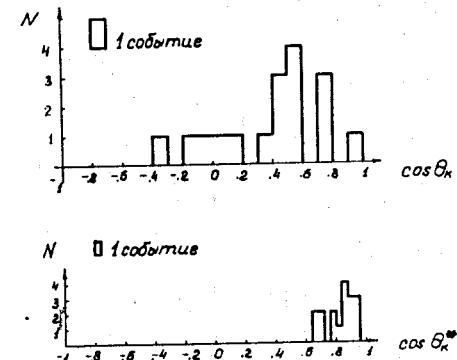


Рис. 14. Распределение "переселенных" событий $\bar{p} K^{*0}$ по $\cos \theta_K$ и $\cos \theta_K^*$.

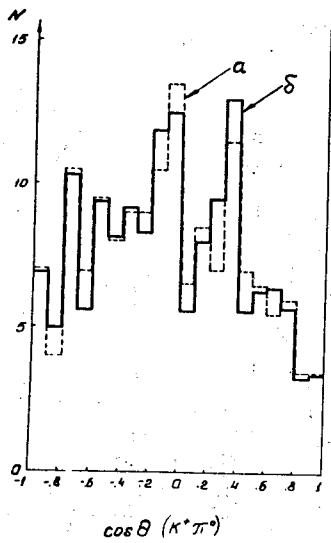


Рис. 15. Распределение по $\cos \theta_K$ для распада $K_{890}^* \rightarrow K^+ \pi^0$.

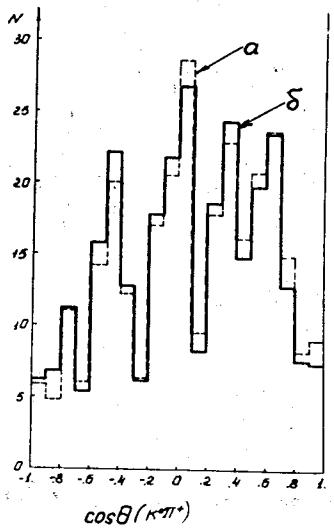


Рис. 16. Распределение по $\cos \theta_K$ для распада $K_{890}^* \rightarrow K^0 \pi^+$.

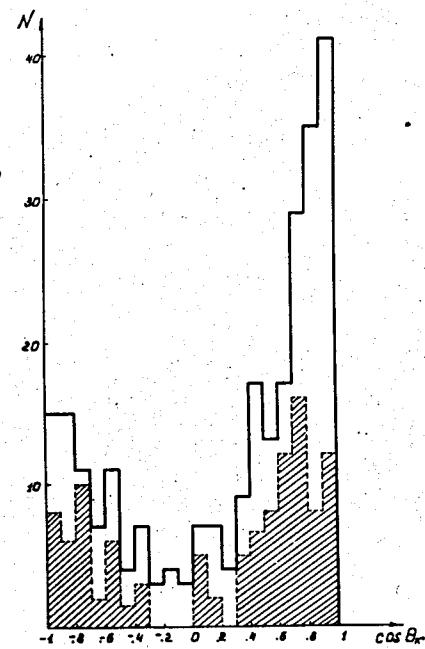


Рис. 17. Распределение по $\cos \theta_K$ для резонанса K_{1400}^* (см. текст).