

С 323.В + С 346.Б

3 Ю 1967

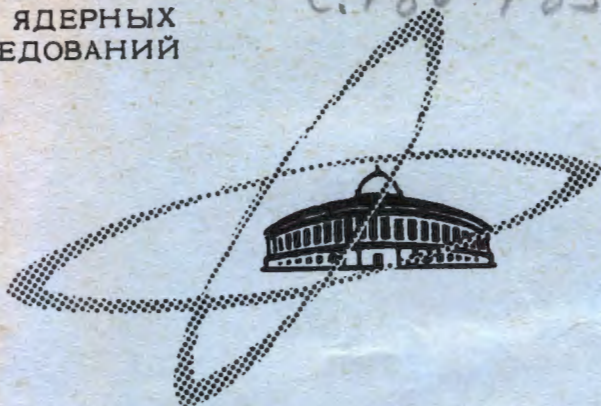
К-659

ЯФ, 1967, т.6, в.4
с.780-785

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P1-3164



Г.И. Копылов, М.С. Хвастунов

ОДИН СПОСОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ РЕЗОНАНСОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1967.

P1-3164

Г.И. Копылов, М.С. Хвастунов

ОДИН СПОСОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ РЕЗОНАНСОВ

Направлено в ЯФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

4880/1 мр.

Рассмотрим резонансы, распадающиеся на два фотона. Пусть на опыте измеряются независимо энергии этих фотонов E_1 и E_2 и угол ψ между ними. Тогда масса M_X резонанса определится по формуле

$$M_X = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} = \sqrt{2E_1 E_2 (1 - \cos \psi)} \quad (1)$$

Пусть угол ψ измеряется намного точнее, чем энергии, так что можно считать его измеренным абсолютно точно. Тогда точность определения массы будет определяться точностью измерения энергий фотонов

$$\left(\frac{\Delta M_X}{M_X} \right)^2 = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\Delta E_1}{E_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta E_2}{E_2} \right)^2 \right] \quad (2)$$

Например, при $E_1 \approx E_2$ и $\Delta E_1 \approx \Delta E_2$ имеем $\frac{\Delta M_X}{M_X} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Delta E}{E}$, то есть относительная точность измерения массы составит 0,7 относительной точности измерения энергий. Если $\Delta E/E$ велико, то велика будет и погрешность в определении массы, а в конечном счете и в идентификации резонанса.

Вычислим, однако, лоренц-фактор резонанса X :

$$\gamma = \frac{E_1 + E_2}{M_X} = \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \right) \frac{1}{\sqrt{2(1 - \cos \psi)}} \quad (3)$$

Пусть за счет погрешностей в измерении энергий $\sqrt{E_1/E_2}$ оказывается равным R с погрешностью ΔR . Тогда $\sqrt{E_2/E_1}$ окажется равным $1/R$ с погрешностью $-\Delta R/R^2$. Если $E_1 \approx E_2$, то $R \approx 1/R \approx 1$; и сумма двух радикалов окажется равной 2, а погрешности погасятся!

Если геометрия установки такова, что

в счетчики попадают фотоны с примерно одинаковыми энергиями, то лоренц-фактор частицы X определяется из измерений энергий с лучшей точностью, чем ее масса.

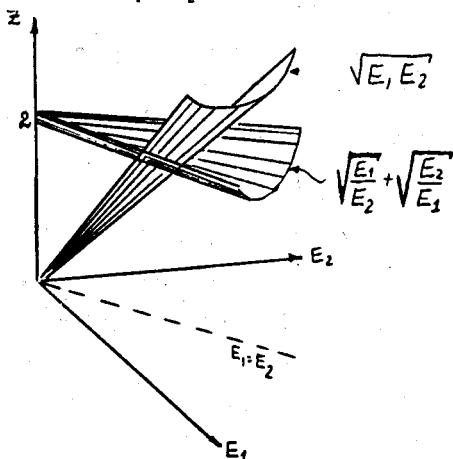
Конечно, это же можно показать и аналитически. Вычислим $\Delta\gamma/\gamma$:

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2 = \frac{1}{4} \frac{(R-R^{-1})^2}{(R+R^{-1})^2} \left[\left(\frac{\Delta E_1}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E_2}{E_2}\right)^2 \right]. \quad (4)$$

Как мы видим, в формулу вошел фактор $R-R^{-1}$, который при $E_1 \rightarrow E_2$ стремится к нулю, уменьшая погрешность определения лоренц-фактора

$$\frac{\Delta\gamma/\gamma}{\Delta M/M} = \frac{R-R^{-1}}{R+R^{-1}} \rightarrow 0 \quad \text{при } E_1 \rightarrow E_2. \quad (5)$$

Это странное и удивительное обстоятельство связано с тем, что функция $z = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$ над плоскостью физических значений E_1 и E_2 обладает минимумом (а функция $\sqrt{E_1 E_2}$ им не обладает), в области же минимума поверхность $z = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$ почти параллельна плоскости (E_1, E_2) , так что погрешности в измерении E_1, E_2 мало сказываются на величине z (рис. 1).



Р и с. 1

Чтобы использовать эту "даровую" точность для лучшей идентификации резонанса (например, для разрешения двух резонансов с близкими массами, не разрешаемыми формулой (1)), нужно, чтобы лоренц-фактор резонанса был по физическим условиям опыта неизменен. Этого можно добиться.

Пусть, например, резонанс X рождается в двухчастичной реакции



в которой направление и величина импульса π^- -мезона известны. Тогда известна эффективная масса системы $\pi^- p$

$$M_0^2 = M_\pi^2 + M_p^2 + 2 E_\pi M_p \quad (7)$$

и лоренц-фактор X-мезона в системе покоя $\pi^- p$ закреплён в той степени, в какой закреплён импульс π^- -мезона

$$\gamma^* = \frac{E_X^*}{M_X} = \frac{M_0^2 + M_X^2 - M_n^2}{2 M_X M_0} \quad (8)$$

Каждый сорт частиц X, рождаемый в реакции (6), характеризуется при данной энергии π^- -мезона своим значением лоренц-фактора, вычисляемым по формуле (8). Пики в спектре лоренц-факторов в системе покоя $\pi^- p$ будут означать появление в реакции (6) резонансов. В соответствии с утверждением теоремы на стр. 1, по спектру лоренц-факторов резонансы будут в принципе разрешаться лучше, чем по спектру эффективных масс.

Вычислив лоренц-фактор по формуле (8) и зная величину M_0 , можно восстановить и массу резонанса

$$M_X = M_0 \gamma^* - \sqrt{M_0^2 (\gamma^{*2} - 1) + M_n^2} \quad (9)$$

Зависимость M_X от γ^* почти линейна, так что $\frac{\Delta M_X}{M_X} \approx \frac{\Delta \gamma^*}{\gamma^*}$ при пользовании формулой (9). "Аппаратурное" расплывание массы бесконечно тонкого резонанса X при расчете по формуле (9) меньше, чем

при подсчете по формуле (1). Точно так же и резонанс конечной ширины будет при пользовании формулой (9) расплываться меньше, чем от применения стандартной формулы (1).

Чтобы пользоваться формулой (9), надо лоренц-фактор γ^* подсчитывать по формуле (3) в системе покоя π^-p . Выпишем для полноты эти формулы. Пусть в лабораторной системе отсчета измерены энергии E_1 и E_2 двух фотонов и их углы θ_1, θ_2 с направлением π^- -мезона ($\psi = \theta_1 + \theta_2$). Известны энергия $E_0 = E_\pi + M_p$, импульс $P_0 = P_\pi$ и скорость $v_0 = P_0 / E_0$ системы π^-p в лабораторной системе отсчета. Тогда в системе покоя π^-p имеем, например, для фотона № 1

$$E_1^* = E_1 \frac{E_0 - P_0 \cos \theta_1}{M_0}, \quad (10)$$

$$\cos \theta_1^* = \frac{\cos \theta_1 - v_0}{1 - v_0 \cos \theta_1}.$$

Подстановка в (3) позволяет выразить лоренц-фактор γ^* в системе покоя π^-p через величины, измеряемые в лабораторной системе

$$\gamma^* = \frac{(E_1 + E_2) E_0 - (E_1 \cos \theta_1 + E_2 \cos \theta_2) P_0}{M_0 \sqrt{2 E_1 E_2 (1 - \cos \psi)}}. \quad (11)$$

Все вышеприведенные доводы в пользу лоренц-фактора опираются на тот факт, что $E_1 \approx E_2$. Чтобы обеспечить это условие, надо поставить счетчики, регистрирующие γ -кванты, симметрично относительно пучка X-мезонов, причем примерно под таким углом α , под каким вылетают в лабораторной системе γ -кванты, которые в системе покоя частицы X вылетели поперек движения частицы X

$$\alpha = \arcsin \frac{M_X}{E_X^*}. \quad (12)$$

Так как сами частицы X вылетают относительно пучка π^- -мезонов преимущественно вперед (факт, хорошо известный из динамики рождения резонансов), то тем самым положение счетчиков относительно первичного пучка определит-

с довольно-таки однозначно. Чем больше в счетчики будет попадать фотонов с различными энергиями, тем меньше будет различие между результатами, даваемыми формулами (9) и (1).

Подытожим все сказанное в виде рецепта экспериментатору. Если известно, что можно ожидать рождения резонансов X в реакции типа (6) и если геометрия установки такова, что условие $E_1 \approx E_2$ будет выполняться достаточно часто, то вычисления по формулам (11) и затем по (9) дадут лучшее разрешение масс резонансов X, чем расчет по формуле (1).

Есть и другая возможность идентифицировать резонансы по лоренц-фактору. Энергия частицы X в системе покоя π^-p фиксирована. Но если известно, что частица X практически почти всегда вылетает вперед, по направлению π^- -мезона, то тем самым однозначно определена и энергия частицы X в лабораторной системе отсчета (например, при достаточно больших E_π имеем $E_X \approx E_\pi$). Таким образом, спектр лоренц-факторов в лабораторной системе отсчета тоже даст возможность отождествлять резонансы по пикам в спектре. Можно также пользоваться обратным лоренц-фактором γ^{-1} . Правда, так как в действительности не все частицы X летят вперед, то в лабораторной системе пики γ будут чуть более размыты, чем в системе покоя π^-p .

Подчеркнем, что эти два способа - отождествление резонанса по спектру γ и по спектру γ^* - не сводятся друг к другу. Это разные способы. В формуле (1) используется информация о том, что X распадается на два фотона; в формулах (11) и (9), кроме того, - добавочная информация о том, что X рождается в двухчастичной реакции; а если пустить в ход еще одну информацию - о том, что частица X в двухчастичной реакции вылетает преимущественно прямо вперед, - то можно написать новую цепочку формул:

$$\gamma = \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \right) \frac{1}{\sqrt{2(1 - \cos\psi)}}, \quad (3)$$

$$\gamma^* = \frac{E_0 \gamma - P_0 \sqrt{\gamma^2 - 1}}{M_0}, \quad (13)$$

$$M_X = M_0 \gamma^* - \sqrt{M_0^2 (\gamma^{*2} - 1) + M_\pi^2} \quad (9)$$

Используемая информация различна, значит, и способы разные.

До сих пор все время шла речь об идентификации резонансов, распадающихся на фотоны. Ясно, что это все применимо и к резонансам, распадающимся, например, на π -мезоны, если только π -мезоны получаются ультрарелятивистскими. Тогда в формулы для M_X войдут в качестве слагаемых квадраты масс π -мезонов и (3) обратится в

$$\gamma = \frac{E_1 + E_2}{\sqrt{2M_\pi^2 + 2(E_1 E_2 - p_1 p_2 \cos \psi)}} \quad (14)$$

Разлагая это по степеням M_π / E_1 , M_π / E_2 , имеем

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2(1 - \cos \psi)}} \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \right) \times \quad (15)$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{M_\pi^2}{4(1 - \cos \psi) E_1 E_2} \left[2 + \left(\frac{E_1}{E_2} + \frac{E_2}{E_1} \right) \cos \psi \right] \right\}.$$

Мы видим, что члены, нарушающие "минимальные" свойства комбинации

$$\sqrt{E_1 / E_2} + \sqrt{E_2 / E_1}, \quad \text{имеют малость } M_\pi^2 / E_1 E_2;$$

при достаточно больших E_1 , E_2 они не сыграют сколько-нибудь значительной роли. Лоренц-фактор предпочтительнее эффективной массы при идентификации реакции (6) и тогда, когда резонанс X распадается на частицы с массой покоя, лишь бы эта масса покоя была мала в сравнении с регистрируемыми в приборах энергиями.

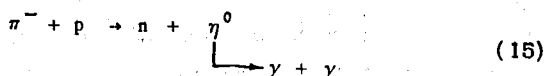
Заметим, что отношение $M_\pi^2 / E_1 E_2$ может быть мало в лабораторной системе отсчета, но сравнимо с единицей в системе покоя π^- . Если это так, то из двух разных способов идентификации резонансов - по лоренц-фактору в системе центра масс реакции и по лоренц-фактору в лабораторной системе -

может оказаться выгодным только второй (последовательность формул (3), (13), (9)).

Практически выбрать из трех способов наилучший очень просто: надо воспользоваться всеми тремя и остановиться на том, который дает самый узкий пик в M_x . Цель нашей статьи — обратить внимание на то, что при идентификации резонансов, кроме тривиальной возможности (1), не следует упускать из виду и других.

Можно возразить, что все сказанное до сих пор доказывает только принципиальную возможность улучшить идентификацию резонанса благодаря пользе лоренц-фактором. Насколько это улучшение практически существенно? Может быть, конечные размеры счетчиков, неточности в измерении углов (возрастающие к тому же при переводе в систему покоя π^-p), неопределенность импульса π^- -мезона и т.д. сводят его на нет?

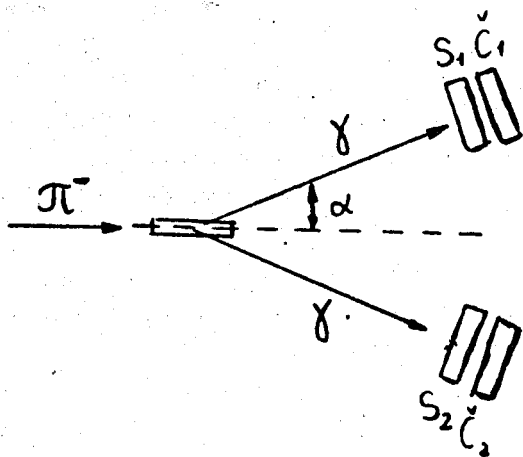
Чтобы проверить все это на практике, мы промоделировали реакцию



на геометрии установки, сооруженной в ОИЯИ для поисков радиационных распадов резонансов ^{/1/}. Программа случайных звезд ^{/2/} разыгрывала процесс (15) при импульсе $\pi^- 4$ Гэв/с, в предположении, что угловое распределение η^- -мезонов следует закону e^{4t} , где t — квадрат 4-импульса, переданного η^- -мезону. Разыгранные импульсы фотонов случайно искажались по закону

$$E_1 (1 + \sigma n_1),$$

где σ — погрешность, с какой установка определяла энергию фотонов, а n_1 — случайные нормально распределенные числа со средним 0 и дисперсией 1. Точно так же искажались и направления фотонов: вместо истинного направления фотонов бралось ложное так, что на сфере направлений точки, изображающие ложное направление, располагались вокруг истинного направления по нормальному закону с дисперсией k . С фотонами, попавшими в "установку" (рис. 2), проделывалась та же процедура, что и с реальными фотонами в реальной установке: они регистрировались только тогда, когда их энергии попадали в тот интервал, при котором срабатывала установка. Для фотонов, прошедших через все эти ограничения по углам и энергиям, вычислялась по их (искаженным)

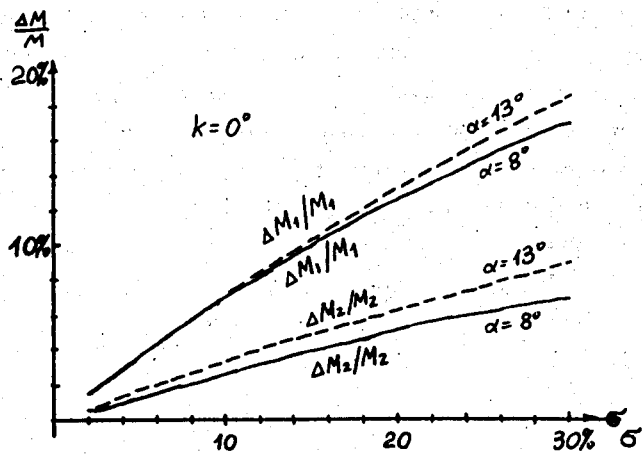


Р и с . 2

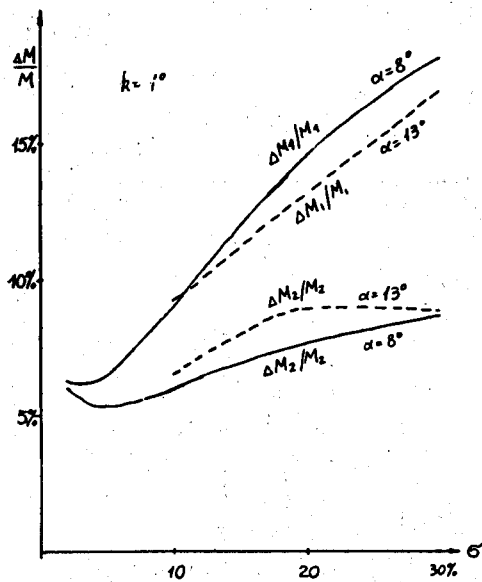
энергиям и углам эффективная масса по формулам (1) и (9), лоренц-фактор по формулам (11) и он же в лабораторной системе отсчета. Расчеты были проведены при разных комбинациях σ , k и α , т.е. при разных значениях относительной погрешности в энергиях, абсолютной погрешности в углах и угла, под которым стояли счетчики. Результаты расчетов даны на рис. 3-5.

На рис. 3 показано, как зависит среднеквадратичная погрешность в определении массы η -мезона по формуле (1) (M_1) и по формуле (9) (M_2) от относительной погрешности в энергиях при двух разных геометриях установки ($\alpha = 8^\circ$ и $\alpha = 13^\circ$) и при отсутствии погрешности в измерении углов ($k = 0$). По оси x отложена величина σ , по оси y - отношение $\frac{\Delta M}{M}$ в процентах. Мы видим, что $\Delta M_2/M_2$ вдвое-втрое меньше, чем $\Delta M_1/M_1$, причем разница тем сильнее, чем грубее измерялась энергия. Угол 8° отвечает наилучшему расположению счетчиков (по формуле (12)), угол 13° - реально осуществленному в опыте расположению. Мы видим, что и при значительных отклонениях от оптимальной геометрии улучшение остается.

На рис. 4 те же кривые зависимости показаны при одноградусной погрешности в измерении углов ($k = 1^\circ$). Погрешности сразу возрастают, и эффект улучшения пропадает при малых σ , когда $\Delta\psi/\psi \gg \Delta E/E$ (энергии измеряются столь точно, что на первый план выступают погрешности в углах, наш же способ гасит только энергетические погрешности). Зато при больших ошибках в энергиях опять формула (9) дает повышение точности в 1,5-2 раза.

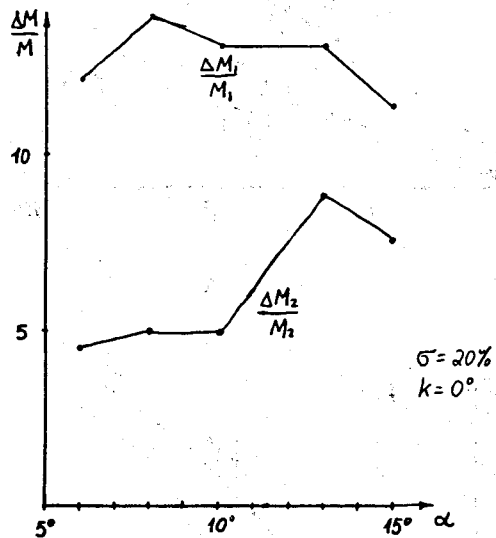


Р и с. 3



Р и с. 4

Мы попытались также учесть влияние разброса в импульсах первичных пионов: оно не скажется в обычном методе идентификации резонансов, но могло бы свести на нет преимущество нашего метода. Однако при 1,5%-ном разбросе в импульсах мы этого влияния обнаружить не смогли: оно, видимо, не превышает той точности, с какой моделирование показывало разброс в массах. Точно так же и изменение геометрии установки (угла α) в довольно широком диапазоне углов не оказало влияния на разрешение масс (рис. 5).



Р и с. 5

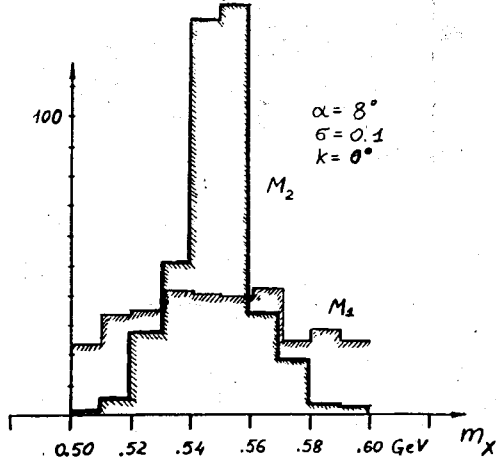


Рис. 6. Идентификация η -мезона по $\gamma\gamma$ -распаду обычным методом (кривая M_1) и через лоренц-фактор (кривая M_2). Гистограммы нормированы одинаково.

На рис. 6 показано, какой вид приобретает бесконечно тонкий η -резонанс при пользовании формулой (1) и формулой (9). Преимущество формулы (9) очевидно.

Мы промоделировали наш метод также на распадах на два π -мезона. Оказалось, что и здесь пользование лоренц-фактором (формулами (14) и (9)) предпочтительнее, если точность измерения энергий хуже 5%; например, при $\Delta E/E = 0,2$ и точном измерении углов разрешение улучшается в 1,7 раза.

На основании изложенного могло создаться впечатление, что лоренц-факторный метод идентификации резонансов полезен только в сочетании с электроникой, обеспечивающей условие $E_1 \approx E_2$. Но и при пользовании камерной методикой такой метод может сослужить службу. Пусть мы наблюдаем реакцию $\pi^- + p \rightarrow p + \eta \rightarrow 2\gamma$ или $\pi^- + p \rightarrow p + \rho \rightarrow 2\pi$ в камере. Здесь не будет в массе выполнено условие $E_1 \approx E_2$, но процент пар с $E_1 \approx E_2$ будет при высоких энергиях достаточно заметен, чтобы улучшить общее разрешение при пользовании лоренц-фактором. На рис. 7 показано, что и здесь возможны случаи, когда лоренц-фактор предпочтительнее прямого вычисления массы.

Мы благодарны М. Азимову, И. Граменицкому и М. Подгорецкому за плодотворные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. M.A. Azimov et al. Preprint, E13-2971, Dubna, 1966.
2. В.Е. Комолова, Г.И. Копылов. Препринт ОИЯИ, Р-2027, Дубна, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 февраля 1967 г.

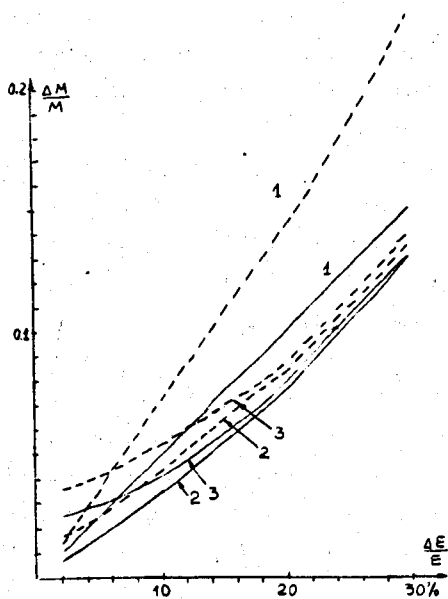


Рис. 7. Погрешность в определении массы резонанса по распаду в камере. 1-расчет обычным методом, 2-по формулам (3) и (8), 3-по формулам (3), (13), (8). Сплошные линии - распад на фотоны, штриховые - на пи-мезоны.