ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P1 - 3049

Г.И. Копылов

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ДИАГРАММЫ ДАЛИЦА ДЛЯ КАСКАДНЫХ РАСПАДОВ НА ЧЕТЫРЕ ЧАСТИЦЫ

1966

Р1 - 3049

Г.И. Копылов

ДИАГРАММЫ ДАЛИЦА ДЛЯ КАСКАДНЫХ РАСПАДОВ НА ЧЕТЫРЕ ЧАСТИЦЫ

G.I.Kopylov

DALITZ PLOT FOR FOUR-PARTICLE CASCADE DECAYS

Abstract

For four-particle cascade production the variables are found, which assure the equal probability for every four- particle state assuming Lorentz phase space hypothesis. The diagrams give us the possibility of visual separation of the dynamic interactions from the kinematical features of the decays. The variables are listed in the following table

Cascade	Variables	Formulae
$7 \to 5 + 6 \to (1+2) + (3+4)$	Φ_{58} , m^2_{28}	(1.7), (1.4)
$7 \to 1 + 6 \to 1 + (5+4) \to 1 + ((2+3) + 4)$	Φ_{15} , m^2_{12}	(1.16), (1.15)
$6 \to 1 + 5 \to 1 + (2+3+4)$	Φ_{34} , m^2_{12}	(2.5), (2.4)
$6 \to 1 + 5 + 4 \to 1 + (2+3) + 4$	$\tilde{\Phi}_{15}$, m^2_{12}	(2.14), (2.13)

The width of these plots in variable Φ as a function of m^2_{ij} enables us to calculate the m^2_{ij} -spectrum in cascade decays.

Диаграмма Далица широко применяется для того, чтобы наглядно изображать состояния тройки частиц с фиксированной эффективной массой и неподвижным центром тяжести. Главное ее достоинство – однородность представляемого ею фазового пространства: в отсутствие взаимодействия между частицами все состояния в переменных ω_1, ω_2 (энергии любых двух частиц) или m^2_{12}, m^2_{23} (квадраты масс любых двух пар частиц) равновероятны; всякое сгущение или разрежение точек на диаграмме означает взаимодействие. Другое важное свойство диаграммы – ее двумерность, без чего трудно было бы говорить о наглядности.

Для четырех и более частиц аналоги диаграмм Далица не придуманы, можно назвать только их эрзацы: для четверки частиц – неоднородное пространство переменных m_{12} и m_{34} , имеющее вид прямоугольного треугольника и впервые упомянутое в работе /1/, а для произвольного числа частиц автор ввел "минимально неоднородное" или "нивелированное" пространство переменных, обладающее тем свойством, что вариации плотности состояний в этих переменных в определенном смысле и при определенных условиях минимальны (см., например, /2/).

В данное работе для каскадов распадов, заканчивающихся образованием четырех частиц, вводится аналог диаграммы Далица – пространство переменных, в котором все состояния при выполнении обычной гипотезы фазового объема равновероятны. Пространство двумерно, но не имеет такого наглядного смысла, как в обычной диаграмме Далица. Однако, как и в обычной диаграмме Далица, отсутствие взаимодействия должно приводить к равномерной заселенности пространства; неравномерность означает взаимодействие, добавочное к тому, которое разрешилось каскадом. Дальнейшие плюсы и минусы представления станут ясны из изложения.

Подчеркнем, что для некаскадного распада на 4 частицы указать однородное двумерное пространство не удается.

§ 1. Каскады типа

$$
\begin{array}{ccc}
7 \to 5 + 6 & \text{и} & 7 \to 1 + 6 \\
\swarrow\searrow\ \swarrow\searrow & & \quad\ \ \llcorner\!\to 5 + 4 \\
1\ \ 2\ \ 3\ \ 4 & & \qquad\quad \llcorner\!\to 2 + 3
\end{array}
$$

Данная работа является продолжением работы /3/, поэтому мы воспользуемся без долгих объяснений обозначениями и результатами этой работы. В работе /3/ было показано, что первый из указанных в заголовке параграфа каскадов в отсутствие каких-либо взаимодействий и при учете одного только сохранения энергии и импульса (гипотеза фазового объема) приводит к следующему виду интеграла по состояниям (см., формулу (3.12) из (3))

$$S_4 = \frac{2\pi^3}{(4m_7)^2} \int \frac{dm_{53}^2}{2p_3\, m_{53}} \int dm_{23}^2\,, \tag{1.1}$$

где

$$2p_3\, m_{53} = \sqrt{m_{53}^2 - (m_5 + m_3)^2}\,\sqrt{m_{53}^2 - (m_5 - m_3)^2}\,, \tag{1.2}$$

а пределы изменения переменных интегрирования таковы:

$$m_{53}^2 \in F^{\pm}(5,3,4,6,7) \tag{1.3}$$

$$m_{23}^2 \in F^{\pm}(3,2,1,5,53). \tag{1.4}$$

Здесь функция $F^{\pm}$ означает следующее

$$F^{\pm}(1,2,3,4,5) \equiv F^{\pm}(m_1^2, m_2^2, m_3^2, m_4^2, m_5^2) \equiv$$

$$\equiv m_5^2 + m_3^2 - 2\omega_5\omega_3 \pm 2p_5 p_3\,, \tag{1.5}$$

а ω_5 и ω_3 (p_5 и p_3) – энергии (импульсы) частиц 5 и 3 в системе покоя частицы 4

$$\omega_5 = \frac{m_5^2 + m_4^2 - m_1^2}{2m_4}, \quad \omega_3 = \frac{m_4^2 + m_3^2 - m_2^2}{2m_4}, \; p_i^2 = \omega_i^2 - m_i^2. \tag{1,6}$$

Поясним еще обозначение (1.4). Оно означает

$$F^{\pm}(m_3^2, m_2^2, m_1^2, m_5^2, m_{53}^2).$$

Введем переменную Φ_{53} согласно формуле

$$m_{53}^2 = m_5^2 + m_3^2 + 2m_5 m_3 \,\mathrm{ch}\, \Phi_{53}\,, \tag{1.7}$$

или, что то же самое,

$$\Phi_{53} = \ln \frac{\sqrt{m_{53}^2 - (m_5 - m_3)^2} + \sqrt{m_{53}^2 - (m_5 + m_3)^2}}{\sqrt{m_{53}^2 - (m_5 - m_3)^2} - \sqrt{m_{53}^2 - (m_5 + m_3)^2}} \qquad (1.7)$$

Тогда

$$2p_3 m_{53} = 2 m_5 m_3 \operatorname{sh} \Phi_{53}$$

и фазовый интеграл (1.1) обратится в

$$S_4 = \frac{2\pi^3}{(4 m_7)^2} \int d\Phi_{53} \, dm_{23}^2 \, . \qquad (1.8)$$

Если в переменных m_{53}^2, m_{23}^2 состояния системы четырех частиц имели плотность $(2p_3 m_{53})^{-1}$ (см. (1.1)), то в переменных Φ_{53}, m_{23}^2 плотность состояний, как это следует из (1.8), равна единице. Интеграл (1.8) говорит об однородности фазового пространства переменных Φ_{53}, m_{23}^2. Переменная Φ_{53} есть монотонная функция m_{53}^2, и пределы изменения Φ_{53} в интеграле получаются из уравнения (1.3), куда подставлено (1.7). Пространство переменных Φ_{53}, m_{23}^2 ограничено пределами

$$\operatorname{arch} \frac{F^-(5,3,4,6,7) - m_5^2 - m_3^2}{2 m_5 m_3} \le \Phi_{53} \le \operatorname{arch} \frac{F^+(5,3,4,6,7) - m_5^2 - m_3^2}{2 m_5 m_3} \qquad (1.9)$$

$$F^-(3,2,1,5,53) \le m_{23}^2 \le F^+(3,2,1,5,53). \qquad (1.10)$$

Если $m_3 = 0$, то вместо функции (1.7) введем Φ_{53} иначе

$$m_{53}^2 = m_5^2 + \lambda \, e^{\Phi_{53}}, \qquad (1.11)$$

где λ – любая константа размерности m^2, например, m_5^2; тогда опять оказывается справедливой формула (1.8), а (1.9) обращается в

$$\ln \frac{F^-(5,3,4,6,7) - m_5^2}{m_5^2} \le \Phi_{53} \le \ln \frac{F^+(5,3,4,6,7) - m_5^2}{m_5^2} \, . \qquad (1.12)$$

При выводе уравнения (1.8) были учтены только законы сохранения энергии импульса и тот факт, что распад на частицы 1, 2, 3, 4 произошел каскадом, т.е. что масса пар 1+2 и 3+4 фиксирована и известна. Стало быть, всякое добавочное взаимодействие между частицами 1,2,3,4, всякое обстоятельство, не учтенное при выводе (1.8), должно сказаться на населенности диаграммы (Φ_{53}, m_{23}^2) : взаимодействие спинов частиц 5 и 6, неизотропность распадов, взаимодействие частиц 1,2,3,4 в конечном состоянии. При пользовании диаграммой (Φ, m^2) надо себе ясно представлять, какие из этих обстоятельств известны и могут быть теоретически учтены, а какие подлежат определению из диаграммы. В обычной диаграмме Далица оговорок, при которых реализовалась однородность пространства, было меньше, чем у нас, но это не есть недостаток самой диаграммы (Φ, m^2) – это объясняется тем, что частиц стало четыре, а не три, и количество мыслимых взаимодействий увеличилось; любым способом четыре частицы изучать трудней, чем три.

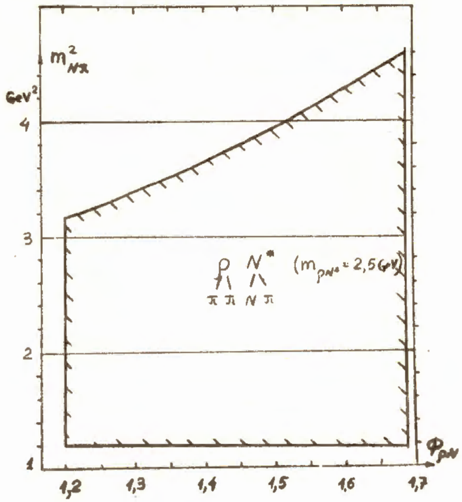
Есть и другая трудность, которая была присуща диаграмме Далица, а здесь только усугубится. Система трех частиц описывается пятью переменными, а диаграмма Далица оставляла из них только две, зависимость от остальных пропадала, "заинтегрировалась". Система четырех частиц описывается восемью параметрами, а наша диаграмма оставляет из них опять только пару: бумага имеет два измерения. По остальным автоматически производится интегрирование, и может оказаться, что после интегрирования добавочное взаимодействие, скажем, между частицами 1 и 4 станет незаметным, "заинтегрируется" – диаграмма (Φ_{53}, m^2_{23}) останется равнозаселенной. Но на помощь приходит то обстоятельство, что для каждого распада $7 \to 5+6 \to (1+2)+(3+4)$ можно построить восемь диаграмм (Φ, m^2) – в переменных (Φ_{53}, m^2_{23}), (Φ_{53}, m^2_{13}), (Φ_{54}, m^2_{24}) (Φ_{54}, m^2_{14}), (Φ_{61}, m^2_{13}), (Φ_{61}, m^2_{14}), (Φ_{62}, m^2_{23}), (Φ_{62}, m^2_{24}). Переменная Φ_{ik} однозначно связана с массой системы ik, поэтому из этих восьми диаграмм можно выбрать ту, на которой взаимодействие между интересующими нас частицами ik при различных массах другой пары частиц lm не окажется заинтегрированным. Например, если в опыте выделены пары $\underset{\hookrightarrow \Lambda^0 \pi}{Y(1385)}$ и $\underset{\hookrightarrow p\pi}{N^*(1238)}$ с определенной эффективной массой и вас интересует взаимодействие Λ^0 от распада Y с пи-мезоном от распада N^*, вы должны воспользоваться диаграммой в переменных (Φ_{54}, m^2_{14}) или (Φ_{61}, m^2_{14}).

Подытожим эту часть рассуждений. Если наблюдается процесс $7 \to 5+6 \to (1+2)+(3+4)$ и вас интересует взаимодействие внутри пары $2+3$ и внутри пары $5+3$ (скажем, распределение по $dm^2_{23}\, dm^2_{53}$ в различных предположениях рассчитано теоретически), то предлагается для каждого наблюдавшегося в опыте события рассчитать m^2_{23} и m^2_{53}, затем вычислить Φ_{53} и нанести точки в координатах Φ_{53}, m^2_{23} на плоскость. В отсутствие каких-либо взаимодействий точки на диаграмме распределятся равномерно, а все неравномерности в распределении выделятся сгущениями или разрежениями. С помощью подобных диаграмм можно изучать взаимодействие в конечном состоянии частиц, появляющихся от распада пар $\rho\rho$, ρN^* и т.д., при разных массах пар.

На рис. 1 показана диаграмма (Φ, m^2) для процесса $\pi p \to \rho N^* \to (\pi\pi)(\pi N)$ в переменных $\Phi_{\rho N}, m^2_{N\pi}$ при $m_{\pi p} = 2{,}5$ Гэв.

Обратимся к каскаду $7 \to 1+6 \to 1+(5+4) \to 1+((2+3)+4)$. Хотя он не похож на первый каскад, но выкладки приводят к близкому представлению интеграла состояний (см. формулу (4.3) из (3))

$$S_4 = \frac{2\pi^3}{(4m_7)^2} \int \frac{dm^2_{15}}{2p_1 m_{15}} \int dm^2_{12}, \tag{1.13}$$



Р и с. 1.

где

$$2p_1 m_{15} = \sqrt{m^2_{15} - (m_1 + m_5)^2}\sqrt{m^2_{15} - (m_1 - m_5)^2} \qquad (1.14)$$

$$m^2_{15} \in F^{\pm}(1,5,4,6,7) \qquad (1.15)$$

$$m^2_{12} \in F^{\pm}(1,2,3,5,15).$$

И здесь та же замена

$$m^2_{15} = m^2_1 + m^2_5 + 2m_1 m_5 \operatorname{ch} \Phi_{15} \qquad (1.16)$$

приведет к

$$S_4 = \frac{2\pi^3}{(4m_7)^2} \int d\Phi_{15}\, dm^2_{12}, \qquad (1.17)$$

то есть в переменных Φ_{15}, m^2_{12} при учете одних только законов сохранения энергии и импульса область

$$\Phi^-_{15} \leq \Phi_{15} \leq \Phi^+_{15}, \qquad (1.18)$$

$$m^2_{12\,min}(\Phi_{15}) \leq m^2_{12} \leq m^2_{12\,max}(\Phi_{15}) \qquad (1.19)$$

должна быть равнозаселена. Мыслима еще другая такая диаграмма, в переменных Φ_{15}, m^2_{13}.

С помощью подобных диаграмм можно, например, изучать конечные взаимодействия частиц в каскадах типа

$$\begin{array}{l} \pi + \Xi^{**}(1810) \\ \quad \hookrightarrow \Xi^{*}(1530) + \pi \\ \qquad \hookrightarrow \Xi\,(1321) + \pi \end{array}$$

при разных массах системы $\pi\Xi^{**}$.

§ 2. Распады типа

$$\begin{array}{l} 6 \to 1 + 5 \\ \qquad \hookrightarrow 2 + 3 + 4 \end{array} \qquad \text{и} \qquad \begin{array}{l} 6 \to 1 + 5 + 4 \\ \qquad \hookrightarrow 2 + 3 \end{array}$$

Когда наблюдается каскад $6 \to (1+5) \to 1 + (2+3+4)$, то интеграл состояний может быть представлен в виде (см. формулу (2.8) из /3/)

$$S_4 = \frac{2\pi^3}{(4m_6)^2} \int dm_{34}^2 \, \frac{2p_3\, m_{34}}{m_{34}^2} \int dm_{12}^2 , \qquad (2.1)$$

где

$$2p_3\, m_{34} = \sqrt{m_{34}^2 - (m_3 + m_4)^2}\sqrt{m_{34}^2 - (m_3 - m_4)^2}, \qquad (2.2)$$

а пределы изменения переменных m_{34}^2, m_{12}^2 таковы

$$(m_3 + m_4)^2 \le m_{34}^2 \le (m_5 - m_2)^2 , \qquad (2.3)$$

$$m_{12}^2 \in F^{\pm}(1, 2, 34, 5, 6). \qquad (2.4)$$

Введем функцию Φ следующим образом

$$\Phi(x,a,b) = \sqrt{(x-a)(x-b)} + \frac{a+b}{2}\,\mathrm{arsh}\,\frac{2\sqrt{(x-a)(x-b)}}{a-b} -$$

$$- \sqrt{ab}\;\mathrm{arsh}\,\frac{2\sqrt{ab}\sqrt{(x-a)(x-b)}}{(a-b)x}. \qquad (2.5)$$

Первый arsh также тождественно равен $\mathrm{arch}\,\frac{2x-a-b}{a-b}$ или $\ln\frac{1+\sqrt{(x-a)/(x-b)}}{1-\sqrt{(x-a)/(x-b)}}$, второй – $\mathrm{arsh}\,\frac{2\sqrt{(a^{-1}-x^{-1})(b^{-1}-x^{-1})}}{b^{-1}-a^{-1}}$ или $\ln\frac{\sqrt{a/b}+\sqrt{(x-a)/(x-b)}}{\sqrt{a/b}-\sqrt{(x-a)/(x-b)}}$

Функция Φ обладает следующими свойствами:

1) $$\Phi(a, a, b) = 0,$$

2) она монотонно растет с ростом x ,

3) $$d\Phi = \frac{dx\sqrt{(x-a)(x-b)}}{x}$$

Выраженный в переменных $\Phi(m_{34}^2,(m_3+m_4)^2,(m_3-m_4)^2)$, m_{12}^2 интеграл (2.1) обращается в

$$S_4 = \frac{(\pi/2)^3}{m_6^2}\int d\Phi_{34}\, dm_{12}^2 \qquad (2.6)$$

внутри области

$$0 \le \Phi_{34} \le \Phi((m_5-m_2)^2,(m_3+m_4)^2,(m_3-m_4)^2) \qquad (2.7)$$

$$F^-(1,2,34,5,6) \le m_{12}^2 \le F^+(1,2,34,5,6). \qquad (2.8)$$

Если $a = b$ (т.е. если m_3 или m_4 равны нулю), то функцию Φ можно определить так

$$\Phi(x,a,a) = x - a - \ln(x/a), \qquad (2.9)$$

и тогда опять верны формулы (2.6) - (2.8).

Итак, наличие в каскаде $6 \to 1+5 \to 1+(2+3+4)$ взаимодействия в конечном состоянии может быть обнаружено, если воспользоваться парой переменных Φ_{34} и m_{12}^2(либо Φ_{23} , m_{14}^2 либо Φ_{24} ,m_{13}^2 в зависимости от того, взаимодействие между какими частицами нас интересует).

Когда $m_3 = m_4 = 0$, то можно прямо пользоваться переменными m_{34}^2 и m_{12}^2 ; когда же $m_5 \gg m_3 + m_4$, то практически область переменных (Φ_{34}, m_{12}^2) почти не отличается от области (m_{34}^2, m_{12}^2) .

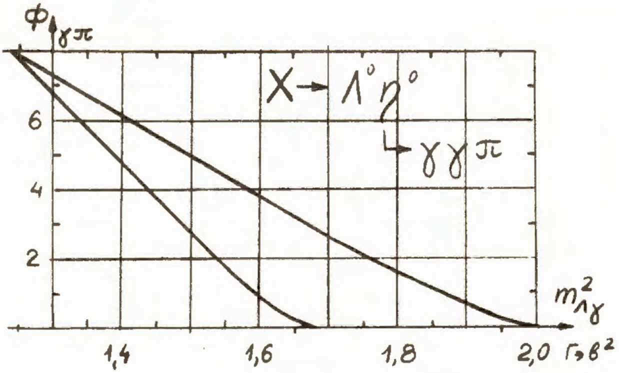


Рис. 2 а.

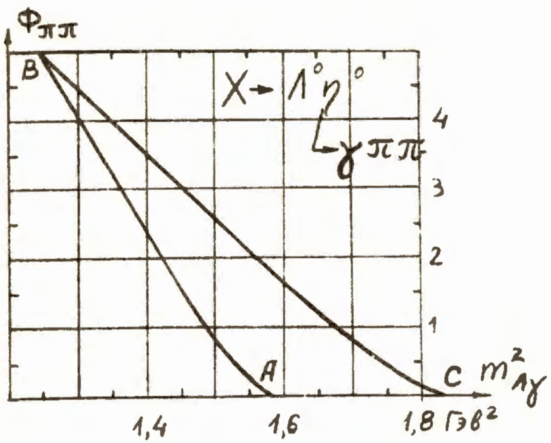


Рис. 2 б.

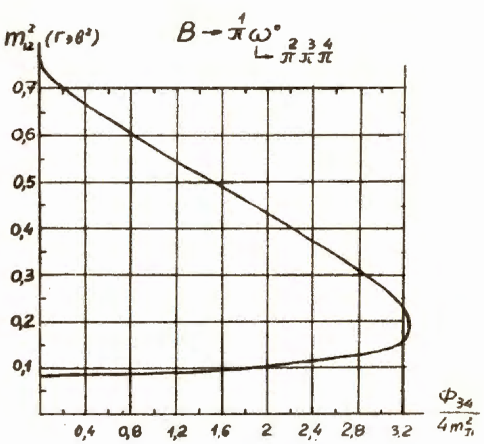


Рис. 3.

На рис. 2 показаны области (Φ_{34}, m^2_{12}) для распадов $X(1680)\to\Lambda^0\eta^0$, $\eta^0\to\overset{2}{\gamma}\overset{3}{\pi}\overset{4}{\pi}$ и $X(1680)\to\Lambda^0\eta^0$, $\eta^0\to\overset{2}{\gamma}\overset{3}{\gamma}\overset{4}{\pi}$, на рис. 3 – для распадов $B\to\overset{1}{\pi}\omega$, $\omega\to\overset{2}{\pi}\overset{3}{\pi}\overset{4}{\pi}$. Сходным образом можно изучать взаимодействие пионов в каскадах $A2\to\pi\eta$, $\eta\to\pi\pi\pi$ или просто взаимодействие между продуктами распада $\omega(\eta)$ –мезонов и другими частицами, рождаемыми совместно с $\omega(\eta)$ –мезонами.

Обратимся к последнему интересующему нас каскаду: каскаду $6\to1+5+4\to1+(2+3)+4$. Его интеграл состояний был выведен в [3] (см. формулу (5.3)) и имеет вид

$$S_4 = \frac{(\pi/2)^3}{m_6^2}\int d\,m^2_{15}\,\frac{2p\,m_{15}}{m^2_{15}}\int d\,m^2_{12}\,, \tag{2.10}$$

где

$$2p\,m_{15} = \sqrt{(m_6+m_4)^2 - m^2_{15}}\;\sqrt{(m_6-m_4)^2 - m^2_{15}}\,, \tag{2.11}$$

а пределы таковы

$$(m_1+m_5)^2 \le m^2_{15} \le (m_6-m_4)^2, \tag{2.12}$$

$$m^2_{12} \in F^{\pm}(1,2,3,5,15). \tag{2.13}$$

Здесь надо ввести функцию

$$\tilde{\tilde{\Phi}}(x,a,b) = \sqrt{ab}\ \operatorname{arsh}\frac{2\sqrt{ab}\sqrt{(a-x)(b-x)}}{(a-b)x} - \frac{a+b}{2}\operatorname{arsh}\frac{2\sqrt{(a-x)(b-x)}}{a-b} - \sqrt{(a-x)(b-x)} \tag{2.14}$$

со свойствами

1) $\tilde{\tilde{\Phi}}(b,a,b)=0,\ \tilde{\tilde{\Phi}}(x,a,b)>0$ при $x<b$,
2) $\tilde{\tilde{\Phi}}$ монотонно растет с убыванием x
3) $$d\tilde{\tilde{\Phi}} = -\frac{dx\sqrt{(a-x)(b-x)}}{x}\,. \tag{2.15}$$

В то время как функция Φ (2.5) была определена на луче $x>a>b$, новая функция $\tilde{\tilde{\Phi}}$ определена на луче $x<b<a$, но и Φ и $\tilde{\tilde{\Phi}}$ обе монотонно возрастают от нуля, первая – с увеличением x, вторая – с уменьшением. Подстановка (2.15) в (2.10) приводит к

$$S_4 = \frac{(\pi/2)^3}{m_6^2}\int d\tilde{\tilde{\Phi}}_{15}\ d\,m^2_{12}\,, \tag{2.16}$$

где интеграл берется по области

$$0 \le \tilde{\tilde{\Phi}}_{15} \le \tilde{\tilde{\Phi}}\left((m_1+m_5)^2, (m_6+m_4)^2, (m_6-m_4)^2\right), \tag{2.17}$$

$$F^-(1,2,3,5,15) \le m^2_{12} \le F^+(1,2,3,5,15). \tag{2.18}$$

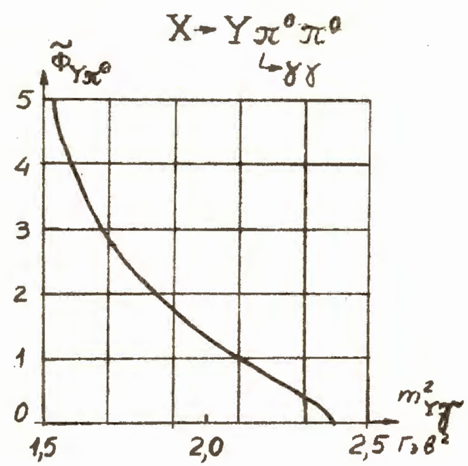


Рис. 4.

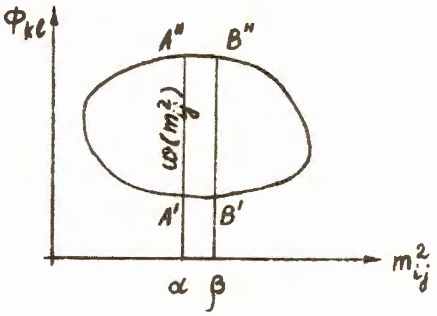


Рис. 5.

На рис. 4 приведен вид функции $\tilde\Phi$ для распадов типа $X(1680)\to \overset{1}{Y}\,\pi^0\,\overset{4}{\pi^0}$, $\pi^0\to\overset{2}{\gamma}\,\overset{3}{\gamma}$

где Y – любая частица (Λ^0, Σ^0 и т.д.).

С помощью переменных $\tilde\Phi_{15}$, m^2_{12} можно изучать, например, взаимодействия продуктов распада ρ -мезона в реакции $\pi^- p \to p\rho^0\pi^-$ – с протоном или мезоном и решать другие сходного рода задачи.

§ 3. Заключение

Мы перебрали все возможности каскадного рождения четырех частиц и показали, что какой бы тип каскада ни осуществлялся, всегда можно указать такую пару инвариантных переменных, что в отсутствие в каскаде каких-либо взаимодействий кроме допустимых по гипотезе фазового объема, точки на диаграмме должны располагаться равномерно. Наши диаграммы решают, стало быть, следующую задачу: указать для четырех частиц однородное фазовое пространство, учитывающее тот факт, что частицы родились каскадно.

Зачем нужно такое пространство? Можно было бы ответить встречным вопросом: а зачем экспериментаторам диаграмма Далица? Спектры эффективных масс можно получать и без нее, спин ω^0 -мезона мог быть определен и численно, без чертежей. Видимо, своим распространением диаграмма Далица обязана наглядности возникающих при взгляде на нее образов распределений. Это образный язык, каким один экспериментатор убеждает другого, что действительно видел резонанс. В этом смысле могут оказаться полезными при изучении более сложных систем и предлагаемые нами диаграммы. С помощью их, по-видимому, возможно определять спины резонансов, каскадно распадающихся на 4 частицы, как это делалось в распадах на 3 частицы, или обнаружить корреляции в углах или массах между продуктами сложных распадов.

Впрочем, одно применение однородных фазовых диаграмм можно упомянуть уже сейчас. С их помощью расчет спектров эффективных масс в каскадах приобретает наглядный смысл. Рассмотрим любой из наших фазовых интегралов (1.8), (1.17), (2.8) или (2.18). Пусть область интегрирования ("фазовая диаграмма") имеет вид как на рис. 5. Ввиду однородности этого пространства, вероятность иметь m^2_{ij} в интервале (α,β) будет даваться площадью A'B'B"A", а плотность вероятности иметь $m^2_{ij}=\alpha$ – отрезком A'A". Итак, ширина диаграммы по переменной Φ дает плотность вероятности иметь те или иные значения m^2_{ij}. Спектр m^2_{ij} дается шириной фазовой диаграммы. Конечно, тем же свойством обладала и обычная диаграмма Далица, но там спектр квадратов масс легко вычислялся аналитически, что в каскадах не всегда возможно; геометрический путь расчета спектров m^2_{ij} оказывается иногда очень удобным.

Литература

1. Rosenfeld. Ann. Rev. Nucl. Sci., v. 13, p. 115 (1963).
   Г.И. Копылов. ЖЭТФ, 39, 1091 (1960). См. формулу (23).
2. Г.И. Копылов. В книге "Вопросы физики элементарных частиц", Ереван, 1964 стр. 134.
3. Г.И. Копылов. Препринт ОИЯИ Р-3048, Дубна 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 ноября 1966 г.