

2990

Экз. чит. зала

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P1 - 2990



О.А. Займидорога, Ю.Д. Прокошкин,  
В.М. Цупко-Ситников

ЛИВНИ В СВИНЦЕ, ОБРАЗОВАННЫЕ  
 $\gamma$  -КВАНТАМИ С ЭНЕРГИЕЙ ОТ 0,1 ДО 1 ГЭВ

ЛИБОРТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1966

**P1 - 2990**

**О.А. Займидорога, Ю.Д. Прокошкин,  
В.М. Цупко-Ситников**

**ЛИВНИ В СВИНЦЕ, ОБРАЗОВАННЫЕ  
γ -КВАНТАМИ С ЭНЕРГИЕЙ ОТ 0,1 ДО 1 ГЭВ**

**Направлено в ЖЭТФ**

## 1. Введение

Экспериментальное изучение ливней, вызванных  $\gamma$ -квантами умеренной энергии (сотни Мэв) в веществах с большим  $Z$ , позволяет получить информацию, необходимую как для построения развитой теории каскадного электромагнитного процесса, так и для решения ряда сложных методических задач экспериментальной физики (определение эффективности детекторов  $\gamma$ -квантов, разрешающей способности спектрометров полного поглощения и др.). В указанной области энергий были выполнены расчеты ливней методом моментов<sup>/1/</sup> и методом Монте-Карло<sup>/2/</sup>. В первом случае вычислены усредненные характеристики каскада в широком диапазоне энергий вторичных частиц. Во втором случае определены и вероятностные характеристики ливней, однако данные получены для энергии частиц ливня, больших 10 Мэв, что существенно выше порога регистрации в детекторах  $\gamma$ -квантов.

Проведение экспериментальных исследований ливней, вызванных  $\gamma$ -квантами, наталкивается на значительные методические трудности, связанные с необходимостью использования моноэнергичного пучка  $\gamma$ -квантов и регистрации ливней, образованных отдельными  $\gamma$ -квантами<sup>/3/</sup>. Выполненные до настоящего времени экспериментальные работы позволили получить сведения лишь об усредненных характеристиках ливней<sup>/4/</sup>.

Целью настоящей работы являлось определение характеристик ливней, образованных в свинце  $\gamma$ -квантами с энергией  $E_0 = 0,1 \div 1$  Гэв, расчетным путем на основании экспериментальных данных о ливнях, образованных электронами. Исследования ливней, образованных электронами, связаны с меньшими методическими трудностями, чем в случае  $\gamma$ -квантов, и здесь в последнее время накоплен большой экспериментальный материал<sup>/5-10/</sup>. В области энергий выше 100 Мэв процесс взаимодействия  $\gamma$ -квантов с атомами свинца сводится к акту конверсии  $\gamma$ -кванта в электронно-

позитронную пару<sup>x/</sup>, характеристики которой известны с высокой точностью, и дальнейшему прохождению электронов<sup>xx/</sup> через вещество. При этом пара движется практически в том же направлении, что и первичный  $\gamma$ -квант. Средний угол разлета пары  $\theta \approx m_0 c^2/E$  составляет доли градуса и на два порядка величины меньше, чем угол многократного рассеяния компонент пары на длине радиационной единицы.

## 2. Расчет ливней

Обозначим через  $V_k(E_0, E, t')$  вероятность того, что в ливне, вызванном электроном с энергией  $E_0$ , на глубине  $t'$  образуется  $k$  электронов с энергией, большей  $E$ . Интересующая нас вероятность  $W_N(E_0, E, t)$  образования  $N$  электронов на глубине  $t$  в ливне, вызванном  $\gamma$ -квантом с энергией  $E_0$ , связана с  $V_k(E_0, E, t')$  интегральным соотношением

$$W_N(E_0, E, t) = \int_0^t dt' \exp[(t-t')\sigma(E_0)] \int_0^{E_0} dE_1 \phi(E_0, E_1) \cdot \sum_{k=0}^N V_k(E_0, E, t') \times \\ \times V_{N-k}(E_0 - E_1, E, t').$$

Здесь  $\sigma(E_0)$  - сечение поглощения  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_0$  в веществе,  $\phi(E_0, E_1)$  - функция распределения компонент пары по энергии.

При вычислении сечений поглощения были использованы данные о сечении образования пар в свинце<sup>/11-16/</sup>. Для интервала энергий  $E_0 = 100 \div 200$  Мэв, где сечение комптоновского рассеяния составляет  $1 \div 2\%$  от сечения образования пар, был проведен дополнительный расчет, учитывающий комптоновское рассеяние. При больших энергиях комптоновское рассеяние не учитывалось. И использованные в расчете значения сечений поглощения  $\gamma$ -квантов согласуются с экспериментально найденными величинами<sup>/12, 13, 14, 17/</sup> в пределах  $1,5\%$ .

Значения  $\phi(E_0, E_1)$  были определены согласно Бете и Гайтлеру<sup>/18/</sup>. Поправки, связанные с неточностью используемого при этом борновского приближения, невелики<sup>/12/</sup>, что подтверждается экспериментальными данными<sup>/12, 19, 20/</sup>.

В выполненных расчетах вероятностей  $W_N$  были использованы экспериментальные данные<sup>/6, 8, 10/</sup> о величинах  $V_k(E_0, E, t)$ , полученные в области энергий

<sup>x/</sup> Доля комптоновского рассеяния и фотоэффекта составляет всего 2% при  $E=100$  Мэв и быстро падает с ростом энергии.

<sup>xx/</sup> Мы не вводим различия между электронами и позитронами ливня.

$E_0 = 45 \div 1000$  Мэв для энергии обрезания  $E=1$  Мэв<sup>15/</sup>. Интеграл (1) определялся путем последовательного суммирования с шагом по  $t'$ , равным  $1$  г/см<sup>2</sup>.

### 3. Флюктуации числа электронов

Полученные в результате расчета величины вероятности  $W_N(E_0, E=1 \text{ Мэв}, t)$  приведены в таблице. Погрешности найденных вероятностей определяются в основном погрешностями экспериментальных данных о флюктуациях в ливнях, образованных электронами. Для  $N=0$  они составляют 1% на малых  $t$  и возрастают до 3% с увеличением  $t$ . Для  $N=1 \div 5$  погрешности составляют  $5 \div 10\%$  при  $E_0 \leq 300$  Мэв. В случае  $E_0 \geq 500$  Мэв погрешности равны  $5 \div 10\%$  для  $N=1 \div 5$  и возрастают до  $10 \div 20\%$  для  $N=5 \div 10$ .

Как видно из рис. 1, где представлены зависимости  $W_N$ , в области до максимума каскадных кривых отчетливо проявляется "четно-нечетный" эффект<sup>21/</sup> - выделение вероятностей появления ливней с четным числом электронов. Этот эффект, связанный с тем, что при конверсии  $\gamma$ -кванта электроны образуются парами, наблюдается и в случае ливней, вызванных электронами, где при малых  $t$  преобладают ливни с нечетным числом электронов  $N$ . С увеличением  $t$  энергия ливня быстро дробится, процесс образования пар высокоэнергетичных электронов теряет преобладающую роль и четно-нечетный эффект исчезает.

Для аппроксимации найденных зависимостей мы использовали распределение<sup>10/</sup>, описывающее ливень при помощи двух (для четных и нечетных  $N$ ) распределений Пуассона:

$$W_N = \begin{cases} a\alpha_1^N / \text{sh}\alpha_1 N! & , & N - \text{нечетное} \\ (1-a)\alpha_2^N / \text{sh}\alpha_2 N! & , & N - \text{четное} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  связаны со средними значениями  $\bar{N}_1$  и  $\bar{N}_2$  числа электронов  $N$  в ливнях с нечетным и четным числом электронов:

$$\bar{N}_1 = \alpha_1 \text{cth}\alpha_1, \quad \bar{N}_2 = \alpha_2 \text{th}\alpha_2. \quad (3)$$

При энергиях  $E_0 < 500$  Мэв распределение (2) хорошо описывает флюктуации ливней на всех глубинах  $t$ . В области более высоких энергий согласно становится менее удовлетворительным, особенно для четных  $N$ .

На рис. 2 приведены вычисленные для различных значений  $E_0$  вероятности  $W_0(E_0, E, t)$  того, что в ливне на глубине  $t$  отсутствуют электроны с энергией  $E > 1$  Мэв. Знание этой величины дает возможность определить эффективность регистрации  $\gamma$ -квантов при помощи  $\gamma$ -телескопов, использующих свинцовый конвертор, а также выбрать оптимальную толщину конвертора.

Т а б л и ц а  
Величины  $\tau_n$  ( $E_0, E = 1 \text{ Mev}, t$ )

$E_0$ MeV	$\frac{t}{W_n}$ г/см <sup>2</sup>	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
		100	$W_0$	0,638	0,467	0,449	0,520	0,610	0,701	0,772	0,834
	$W_1$	0,084	0,207	0,243	0,235	0,202	0,162	0,126	0,098	0,077	0,060
	$W_2$	0,217	0,220	0,215	0,177	0,139	0,102	0,084	0,055	0,034	0,022
	$W_3$	0,031	0,069	0,064	0,047	0,037	0,020	0,013	0,009	0,006	0,004
	$W_4$	0,019	0,032	0,025	0,017	0,011	0,007	0,004	0,003	0,002	0,001
	$W_5$	0,002	0,007	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000
200	$W_0$	0,601	0,378	0,283	0,278	0,337	0,425	0,524	0,614	0,710	0,772
	$W_1$	0,053	0,138	0,200	0,243	0,251	0,235	0,210	0,186	0,165	0,152
	$W_2$	0,255	0,278	0,276	0,266	0,241	0,211	0,170	0,122	0,078	0,047
	$W_3$	0,054	0,107	0,132	0,126	0,110	0,091	0,072	0,061	0,038	0,025
	$W_4$	0,029	0,059	0,069	0,059	0,043	0,027	0,017	0,010	0,006	0,004
	$W_5$	0,007	0,024	0,026	0,019	0,012	0,007	0,005	0,003	0,002	0,001
	$W_5$	0,003	0,012	0,015	0,009	0,006	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000
300	$W_0$	0,583	0,347	0,226	0,185	0,202	0,261	0,341	0,434	0,531	0,614
	$W_1$	0,035	0,092	0,140	0,176	0,207	0,223	0,224	0,225	0,222	0,215
	$W_2$	0,257	0,269	0,261	0,254	0,254	0,236	0,217	0,178	0,134	0,094
	$W_3$	0,070	0,134	0,167	0,191	0,175	0,163	0,140	0,115	0,087	0,061
	$W_4$	0,038	0,083	0,107	0,108	0,095	0,070	0,046	0,028	0,016	0,009
	$W_5$	0,012	0,042	0,055	0,051	0,041	0,030	0,020	0,012	0,007	0,005
	$W_5$	0,006	0,034	0,044	0,036	0,027	0,018	0,011	0,007	0,004	0,002
500	$W_0$	0,572	0,331	0,197	0,130	0,112	0,131	0,178	0,245	0,326	0,420
	$W_1$	0,022	0,052	0,066	0,080	0,102	0,134	0,172	0,202	0,224	0,234
	$W_2$	0,252	0,246	0,205	0,194	0,200	0,211	0,220	0,213	0,195	0,167
	$W_3$	0,076	0,140	0,162	0,176	0,184	0,183	0,176	0,156	0,130	0,100
	$W_4$	0,049	0,093	0,140	0,155	0,155	0,139	0,115	0,083	0,061	0,040
	$W_5$	0,017	0,067	0,101	0,116	0,112	0,096	0,076	0,055	0,037	0,023
	$W_6$	0,008	0,043	0,067	0,076	0,072	0,059	0,043	0,029	0,017	0,010
	$W_7$	0,003	0,021	0,037	0,042	0,037	0,025	0,016	0,009	0,005	0,003
	$W_8$	0,001	0,010	0,016	0,019	0,018	0,015	0,010	0,006	0,004	0,002
	$W_9$	0,000	0,004	0,007	0,008	0,006	0,005	0,004	0,002	0,001	0,001
	$W_{10}$	0,000	0,001	0,002	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000
1000	$W_0$	0,563	0,317	0,179	0,103	0,064	0,049	0,051	0,069	0,101	0,154
	$W_1$	0,012	0,020	0,021	0,021	0,026	0,040	0,062	0,094	0,132	0,170
	$W_2$	0,243	0,190	0,135	0,098	0,084	0,086	0,107	0,131	0,162	0,189
	$W_3$	0,080	0,112	0,111	0,099	0,099	0,117	0,137	0,156	0,161	0,154
	$W_4$	0,056	0,106	0,121	0,121	0,125	0,134	0,144	0,148	0,136	0,110
	$W_5$	0,024	0,077	0,109	0,124	0,137	0,144	0,141	0,128	0,106	0,084
	$W_6$	0,012	0,060	0,100	0,124	0,135	0,131	0,118	0,094	0,077	0,054
	$W_7$	0,006	0,043	0,082	0,106	0,113	0,108	0,091	0,074	0,055	0,039
	$W_8$	0,003	0,043	0,058	0,080	0,087	0,080	0,063	0,048	0,033	0,020
	$W_9$	0,001	0,026	0,038	0,054	0,058	0,051	0,040	0,028	0,018	0,010
	$W_{10}$	0,001	0,008	0,023	0,034	0,035	0,031	0,024	0,017	0,011	0,006
	$W_{10}$	0,001	0,007	0,023	0,036	0,037	0,030	0,022	0,014	0,009	0,005

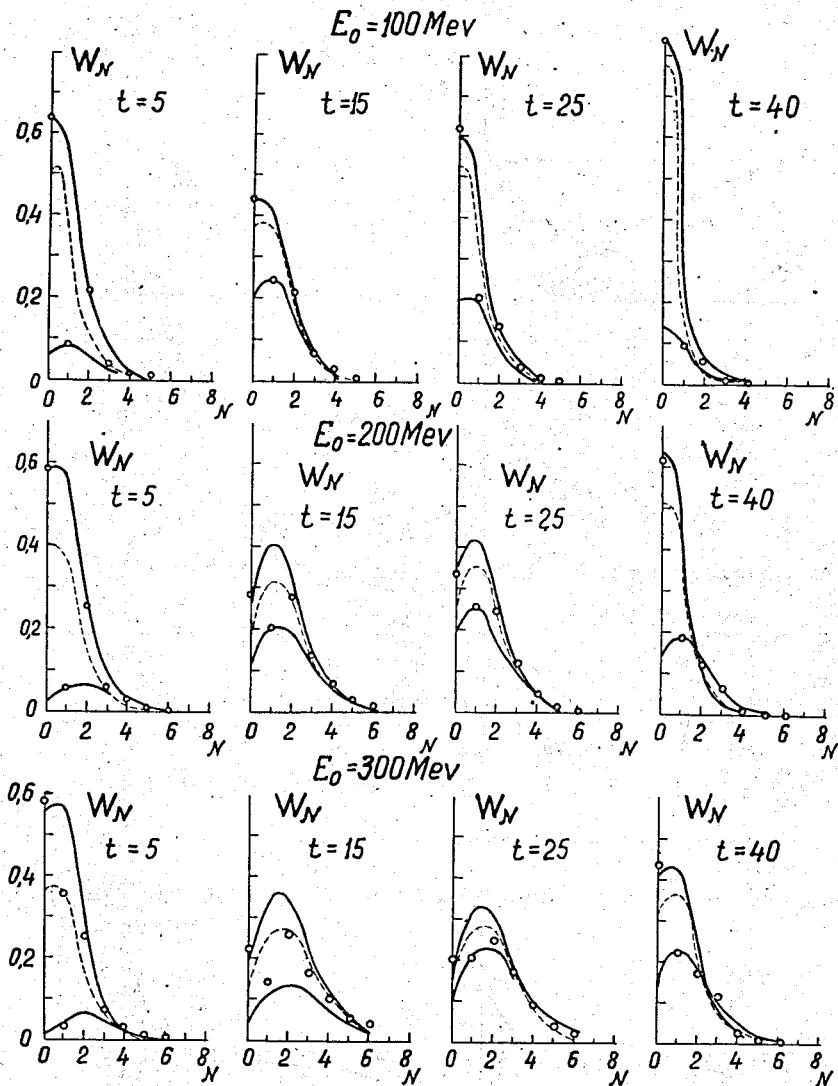


Рис. 1. Вероятности  $W_N(E_0, E = 1 \text{ Мэв})$ .  $\circ$  - вычисленные вероятности. Для наглядности сопоставления результатов расчета с аппроксимирующими распределениями на рисунке приведены обобщенные распределения (2), в которых вместо факториала целого числа  $N$  используется обобщенный факториал - гамма-функция  $\Gamma(N + 1)$ . 1 - распределение (2), соответствующее нечетным  $N$ , 2 - четным  $N$ . Пунктирные кривые - обычные распределения Пуассона. Значения  $t$  указаны в  $\text{г/см}^2$ .

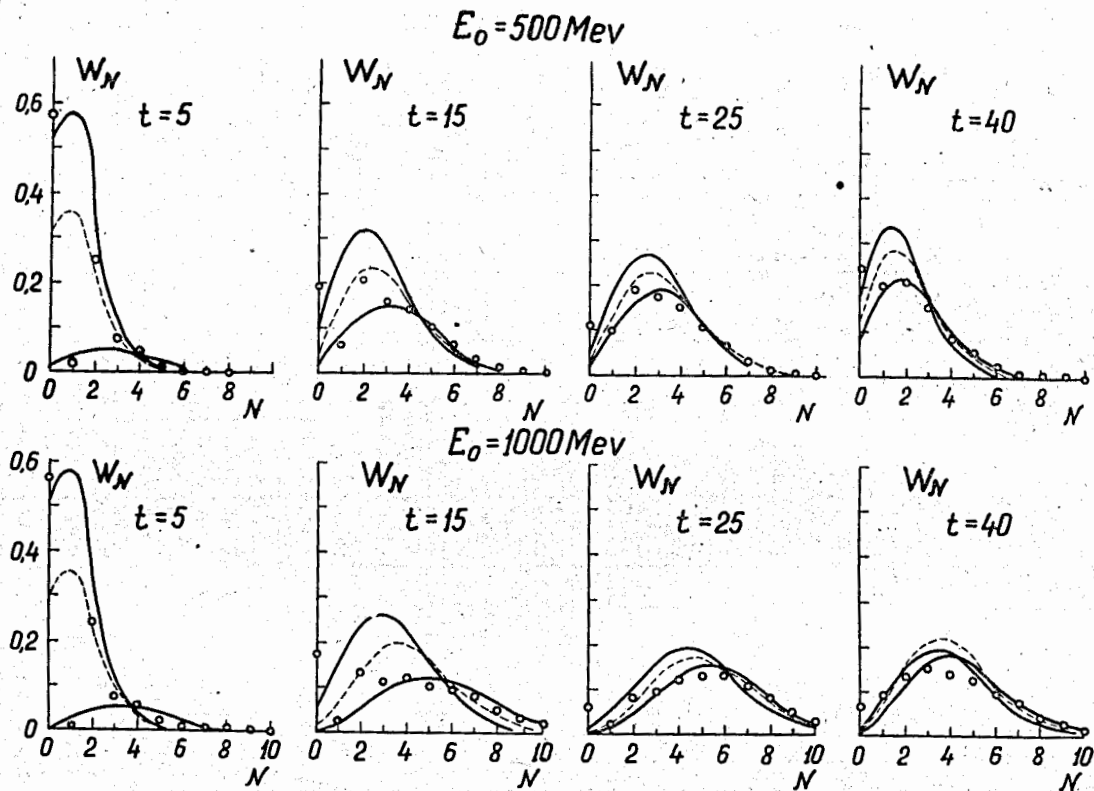


Рис. 16. (См подпись к рис. 1а).



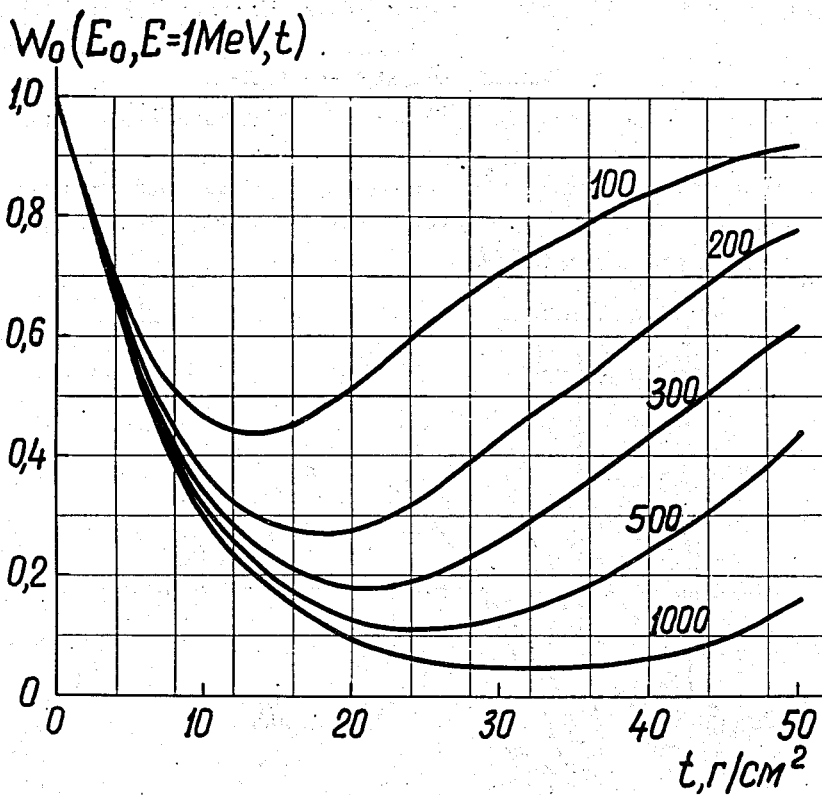


Рис. 2. Вероятность  $W_0(E_0, E=1 \text{ Мэв}, t)$ . Цифрами у кривых показаны соответствующие значения  $E_0$  в Мэв.

#### 4. Каскадные кривые

Полученные распределения  $W_N$  позволяют определить каскадные кривые  $\bar{N}(E_0, E, t)$  — зависимости среднего числа электронов в ливне от глубины  $t$ . Эти кривые представлены на рис. 3, где приведены также каскадные кривые для ливней, образованных электронами. Погрешности найденных значений  $\bar{N}$  составляют  $3 \pm 5\%$ .

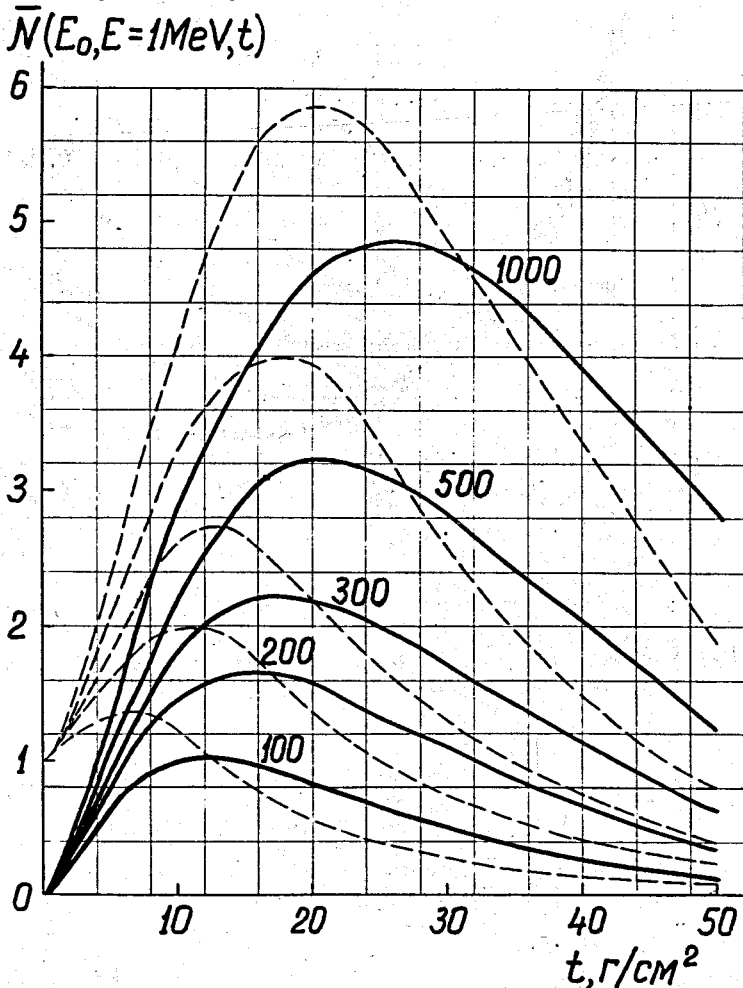


Рис. 3. Каскадные кривые для ливней, образованных  $\gamma$ -квантами (сплошные линии) и электронами (пунктирные кривые). Цифрами у кривых показаны соответствующие значения энергии первичной частицы в Мэв.

Развитие ливней, вызванных  $\gamma$ -квантами, в отличие от ливней, вызванных электронами, характеризуется меньшим по высоте и более широким максимумом каскадной кривой, который сдвинут в область больших толщин: примерно на одну радиационную единицу. Интегральные каскадные кривые

$$I(E_0, E, t) = \int_0^t \bar{N}(E_0, E, t') dt', \quad (4)$$

определяющие потери энергии ливня в веществе, также различаются для случаев первичных  $\gamma$ -квантов и электронов (рис. 4).

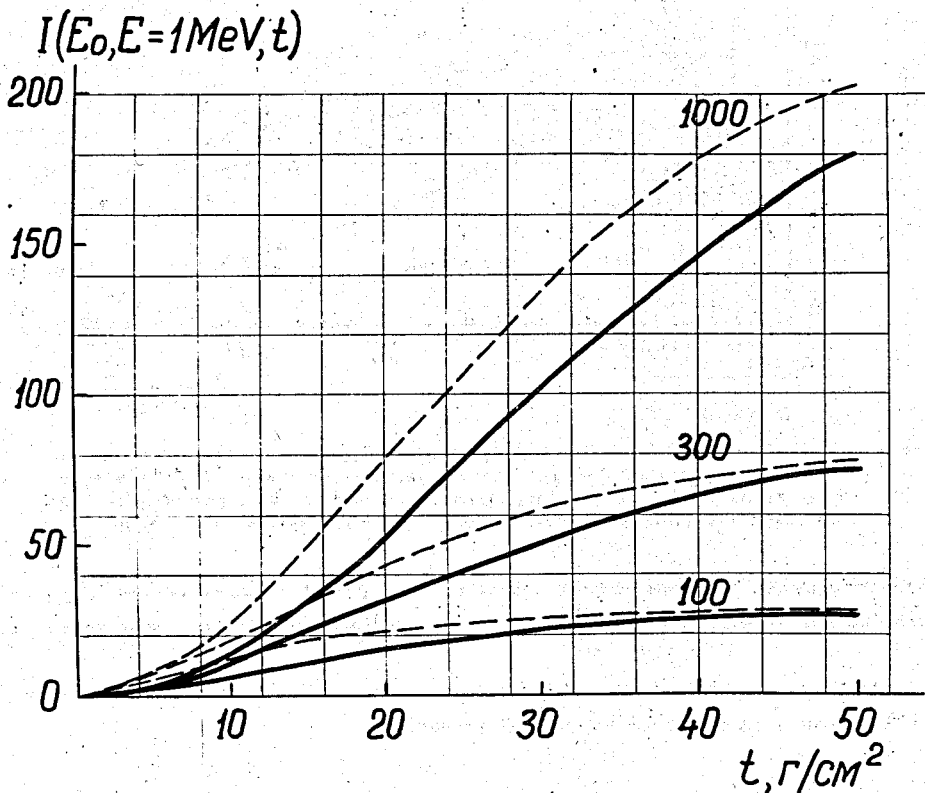


Рис. 4. Интегральные каскадные кривые. Обозначения те же, что и на предыдущем рисунке.

Найденные в настоящей работе каскадные кривые сопоставлены на рис. 5 с кривыми, полученными методом моментов<sup>/1/</sup>. В качестве радиационной длины и критической энергии для свинца были использованы значения  $8,4 \text{ г/см}^2$  и  $7,4 \text{ Мэв}$ <sup>/22/</sup>. Сравнение приводится для энергий первичных электронов: 161 и 382 Мэв. Застрехованная область на рис. 5 представляет собой коридор значений, соответствующий

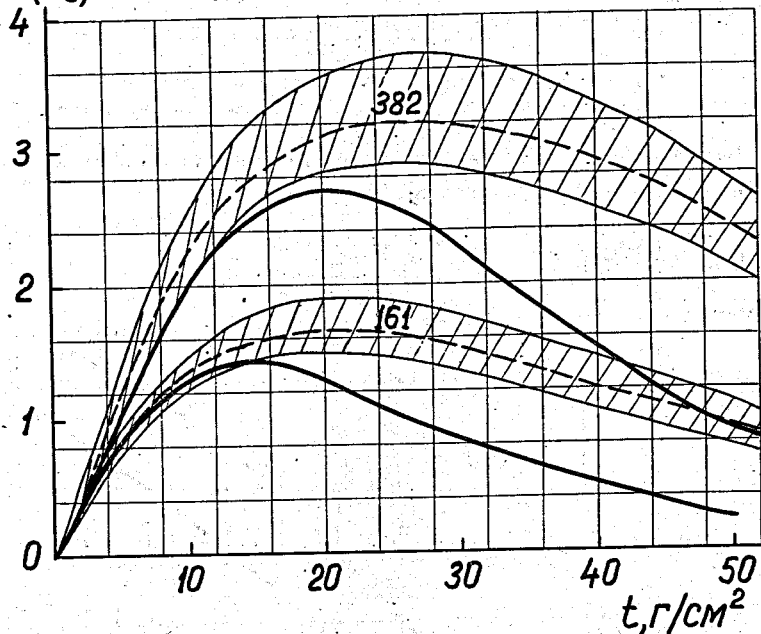
$$\bar{N}(E_0, E=1\text{MeV}, t)$$


Рис. 5. Каскадные кривые, полученные в настоящей работе (сплошные линии) и вычисленные методом моментов<sup>1/1</sup> (пунктирные линии). Заштрихованная область соответствует неопределенности величины  $E_0$ , равной  $\pm 0,5$  Мэв. Цифрами у кривых показаны соответствующие значения  $E_0$  в Мэв.

неопределенности величины энергии обрезания  $E$ , равной в нашем случае  $1,0 \pm 0,5$  Мэв. Согласие между каскадными кривыми имеет место только в области малых толщин  $t$ .

В заключение пользуемся случаем поблагодарить Н.В. Демину, А.И. Токарскую и Е.А. Шваневу за помощь в выполнении расчетов.

#### Л и т е р а т у р а

1. И.П. Иваненко. ЖЭТФ, 32, 491 (1957).
2. D.F. Crawford, H. Messel. Phys. Rev., 128, 2352 (1962).
3. В.П. Агафонов, Б.Б. Говорков, С.П. Денисов, Е.В. Минарик. ПТЭ, 5, 47 (1982).
4. W. Blocker, R.W. Kenney, W.K.H. Panofsky. Phys. Rev., 29, 3 (1950).
5. О.А. Займидорога, Ю.Д. Прокошкин, В.М. Цупко-Ситников. Препринт ОИЯИ, Р-2633, Дубна, 1986.

6. H. Lengeler, W. Tejessy, M. Deutschman. Z. Physik, 175, 283 (1963).
7. E.E. Beklin, J.A. Earl. Phys. Rev., 136, B237 (1964).
8. M. Thom. Phys. Rev., 136, B447 (1964).
9. C.A. Heusch, C.Y. Prescott. Phys. Rev., 135, B, 772 (1964).
10. О.А. Займидорога, Ю.Д. Прокошкин, В.М. Цушко-Ситников. Препринт ОИЯИ, Р-2848, Дубна, 1986.
11. H. Devis, H.A. Bethe, L.C. Maximon. Phys. Rev., 93, 788 (1954).
12. E. Malamud. Phys. Rev., 115, 687 (1959).
13. J.L. Lawson. Phys. Rev., 75, 433 (1949).
14. J.W. Dewire, A. Ashkin, L.A. Beach. Phys. Rev., 83, 505 (1951).
15. A. Sørenssen. Nuovo Cim., 38, 745 (1965).
16. G.W. Grodstein. X-ray Attenuation Coefficients from 10 keV to 100 MeV. NBS, Cr. 583(1957).
17. J.D. Anderson. Phys. Rev., 102, 1626 (1956).
18. H.A. Bethe, W. Heitler. Proc. Roy.Soc. (London), A146, 83 (1934).
19. J.W. Dewire, L.A. Beach. Phys. Rev., 83, 476 (1951).
20. C.R. Emigh. Phys. Rev., 86, 1028 (1952).
21. R.R. Wilson. Phys. Rev., 86, 216 (1952).
22. О.И. Довженко, А.А. Поманский. ЖЭТФ, 45, 2(8), 288 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел  
20 октября 1986 г.