



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

СЗ44.1ш

23/12-79

K-245

P1 - 12182

1555/2-79

В.М.Карнаухов, В.И.Мороз, А.П.Стельмах

О ВЫБОРЕ ВЕСОВ

ДЛЯ НЕРАЗДЕЛЕННЫХ СОБЫТИЙ

1979

P1 - 12182

В.М.Карнаухов, В.И.Мороз, А.П.Стельмах

О ВЫБОРЕ ВЕСОВ

ДЛЯ НЕРАЗДЕЛЕННЫХ СОБЫТИЙ

О выборе весов для неразделенных событий

Рассмотрены три известных способа выбора весов для неразделенных событий, зарегистрированных в пузырьковой камере. В основу этих способов положены три следующих условия:

- 1) $W = 1/K$, где K - число гипотез;
- 2) $W_a = 1, W_b = 0$, если $\chi_a^2 < \chi_b^2$;
- 3) W - известная функция от χ_a^2, χ_b^2 .

Показано, что способ 2 приводит к резко неравномерному распределению фона. При достаточно малых доверительных значениях χ^2 нет существенной разницы между способами 1 и 3, хотя способ 3 имеет большую универсальность. Оба эти способа характеризуются равномерным распределением фоновых событий для малых доверительных значений χ^2 .

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

On Weight Selection for Unseparated Events

Three known methods of weight selection for unseparated events registered in a bubble chamber are considered. These methods are based on the following conditions:

- 1) $W = 1/K$, where K is the number of hypotheses;
- 2) $W_a = 1, W_b = 0$, if $\chi_a^2 < \chi_b^2$;
- 3) W is the known function of χ_a^2, χ_b^2 .

It is shown that method 2 gives a very non-uniform distribution of the phon. For small confidence levels of chi-square methods 1 and 3 differ very slightly, though method 3 is more universal. These methods have a uniform distribution of phon events for small confidence levels of chi-square.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

При анализе зарегистрированных в пузырьковой камере взаимодействий частиц обычно часть изучаемых событий не удается однозначно идентифицировать. Для таких событий выполнено условие

$$\chi_{ai}^2 < \chi_{a \text{ дов.}}^2,$$

$$\chi_{bi}^2 < \chi_{b \text{ дов.}}^2,$$

/1/

где χ_{ai}^2, χ_{bi}^2 - вычисленные значения χ^2 для события i в гипотезах a, b, \dots соответственно, $\chi_{a \text{ дов.}}^2, \chi_{b \text{ дов.}}^2$ - доверительные границы для принятия гипотез a, b, \dots ; $i = 1, \dots, N, N$ - число событий.

Представляет интерес рассмотреть, как различные способы учета неоднозначно идентифицированных каналов реакций отражаются на распределении событий по физическим величинам.

Рассмотрим три способа такого учета, которые сводятся к различным правилам определения вероятностей (W_{ai}, W_{bi}, \dots) того, что в рассматриваемом событии с номером i произошел один из процессов a, b, \dots

$$W_{ai} + W_{bi} + \dots = 1.$$

Вероятности W входят в расчетные формулы для построения распределений событий так же, как веса событий, определенные по потенциальным длинам, эффективности регистрации и т.п. Поэтому и сами величины W обычно называют весами процессов, хотя, строго говоря, это неверно. В дальнейшем изложении величины W будут

называться весами. Для простоты будем считать, что имеем дело со случаем разделения двух гипотез, характеризуемых одинаковым числом уравнений связи, т.е.

$$X_{a \text{ дов.}}^2 = X_{b \text{ дов.}}^2 = X_{\text{дов.}}^2 \quad /2/$$

Способ 1. Веса W_{ai} и W_{bi} для событий, удовлетворяющих /1/, полагаются равными $1/K$, где K - число гипотез. Тогда

$$W_{ai} = W_{bi} = 1/2. \quad /3/$$

Способ 2. Для каждого события выбирается только одна, наиболее вероятная гипотеза. Веса определяются следующим образом:

$$W_{ai} = 1, W_{bi} = 0, \text{ если } X_{ai}^2 < X_{bi}^2, \quad /4/$$

$$W_{ai} = 0, W_{bi} = 1, \text{ если } X_{ai}^2 > X_{bi}^2.$$

Способ 3. В работе /1/ для отношения W_{ai}/W_{bi} получено выражение

$$\frac{W_{ai}}{W_{bi}} = \frac{\Omega_a}{\Omega_b} \cdot \frac{J_a}{J_b} \exp\left(-\frac{X_{ai}^2 - X_{bi}^2}{2}\right), \quad /5/$$

где Ω_a, Ω_b - априорные вероятности процессов a и b соответственно; J_a, J_b - интегралы, зависящие от измеряемых параметров и физически допустимой области изменения параметров, определяемой для процессов a и b соответственно. Положим для простоты

$$J_a/J_b = 1, \quad /6/$$

тогда веса W определяются следующим образом:

$$W_{ai} = \Omega_a e^{-X_{ai}^2/2} / (\Omega_a e^{-X_{ai}^2/2} + \Omega_b e^{-X_{bi}^2/2}), \quad /7/$$

$$W_{bi} = \Omega_b e^{-X_{bi}^2/2} / (\Omega_a e^{-X_{ai}^2/2} + \Omega_b e^{-X_{bi}^2/2}).$$

Обобщение условия /2/ и формул /3/, /4/ и /7/ на случай нескольких гипотез не представляет труда.

Рассмотрим для примера, как меняются распределения по квадрату недостающей массы M^2 в зависимости от способа определения веса события /1 ÷ 3/.

На рис. 1 представлены распределения по M^2 для 185 событий π^-p -взаимодействий при 16 ГэВ/с, зарегистрированных в двухметровой водородной пузырьковой камере ЦЕРНа и удовлетворяющих условию

$$X_{\kappa i}^2 < X_{\text{дов.}}^2 \quad /8/$$

для двух или трех гипотез о процессах одновременно, где $X_{\text{дов.}}^2 = 8$, i - номер события, κ - номер гипотезы о процессе из следующего списка:

- | | |
|--|--|
| 1) $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+\pi^+\Lambda(K^0)$, | 6) $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^-K^+p\bar{K}^0(\pi^0)$, |
| 2) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+\pi^+K^0(\Lambda)$, | 7) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+pK^0(\bar{K}^0)$, |
| 3) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+K^+\bar{K}^0(n)$, | 8) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+K^+\Lambda(\pi^0)$, |
| 4) $\rightarrow \pi^-K^-\pi^+pK^0(n)$, | 9) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+pK^0\bar{K}^0(\pi^0)$, |
| 5) $\rightarrow \pi^-K^-\pi^+pK^0(\pi^0)$, | 10) $\rightarrow \pi^-\pi^-\pi^+\pi^+\Lambda K^0(\pi^0)$, |

При построении распределения $1.в/см.$ рис. 1/ с весами /7/ значения вероятностей Ω были определены с учетом однозначно идентифицированных событий.

На распределениях рис. 1 отчетливо видны пики, соответствующие π^0 -, K^0 -мезонам и n . Из распределений следует, что наилучшее разрешение пиков π^0 , K^0 и n дает второй способ выбора весов, наихудшее - первый способ.

Однако, как следует из приведенного ниже анализа, это связано с тем, что распределение "фоновых" событий во втором способе определения весов резко неравномерно и само имеет пики при значениях M^2 , соответствующих массам π^0 -мезона, K^0 -мезона и нейтрона.

Действительно, в линейном приближении для гипотез о процессах а и б, характеризуемых одним уравнением связи, можно записать

$$\chi_{\kappa i}^2 = (M_{\kappa i}^2 - M_{ок}^2)^2 / \sum_q \left(\frac{\partial M_{\kappa i}^2}{\partial P_q} \right)^2 \Delta P_q^2,$$

где $\kappa = a, b$; $M_{\kappa i}^2$ - экспериментально определенное

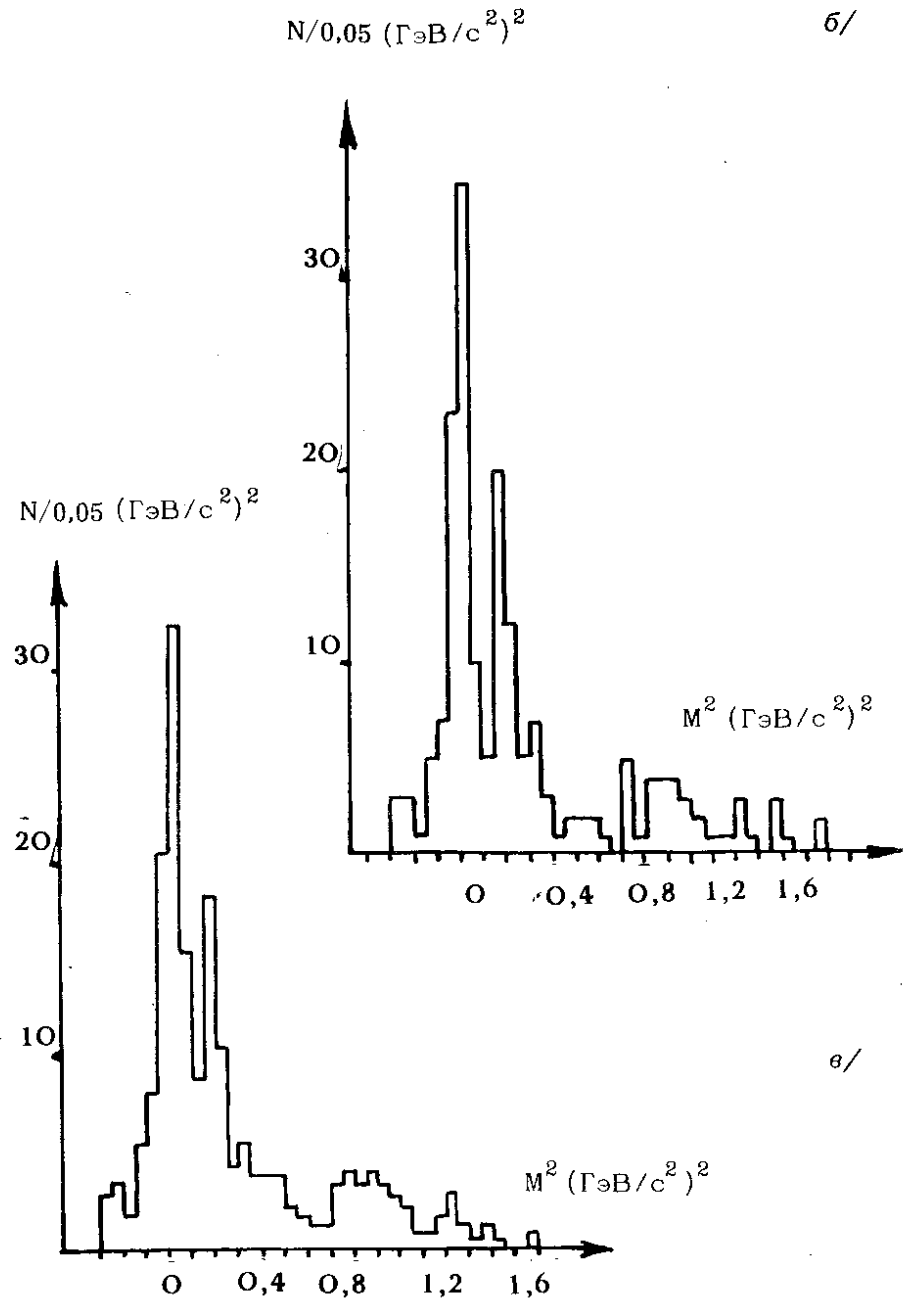
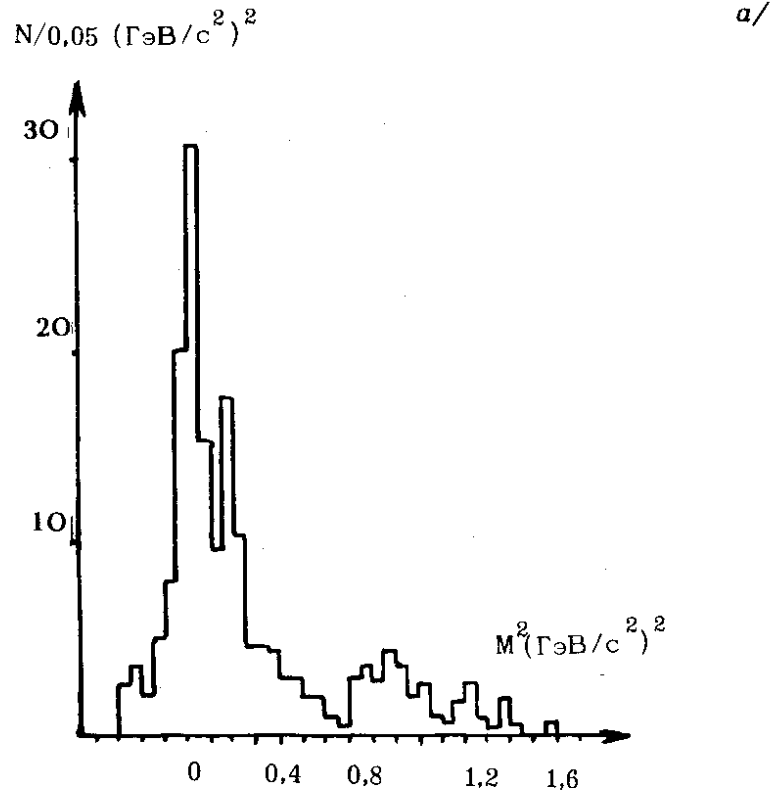


Рис.1. Распределение по квадрату недостающей массы M^2 185 неразделенных событий π^-p -взаимодействий при 16 ГэВ/с, зарегистрированных в двухметровой водородной пузырьковой камере ЦЕРНа. Распределения а, б, в построены с весами неразделенных процессов, определенными способами 1 ÷ 3 соответственно.

значение квадрата недостающей массы для события i в гипотезе κ ; $P_q, \Delta P_q^2$ - измеренные параметры и их дисперсии; $M_{ок}^2$ - квадрат массы не зарегистрированной в камере частицы в гипотезе κ .

На рис. 2 прямоугольником обозначена область, где одновременно

$$X_a^2 < X_{дов.}^2,$$

/10/

$$X_b^2 < X_{дов.}^2.$$

Центр этого прямоугольника лежит в точке (M_{oa}^2, M_{ob}^2) .

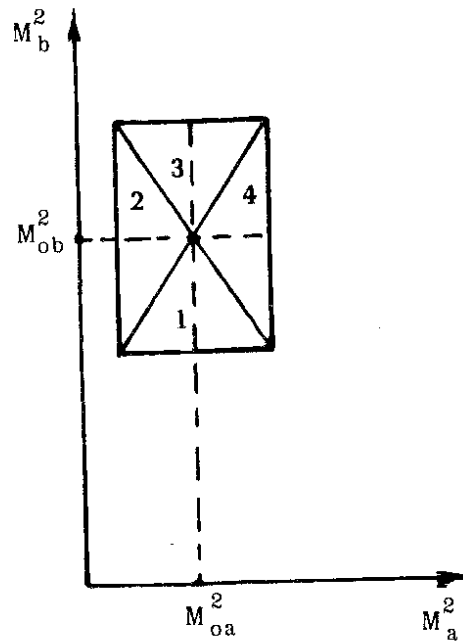


Рис.2. Двумерное распределение событий по величинам M_a^2, M_b^2 /по квадратам недостающих масс/ в гипотезах a и b соответственно. Прямоугольником обозначена область, в которой /в линейном приближении/ находятся события, удовлетворяющие условиям /10/.

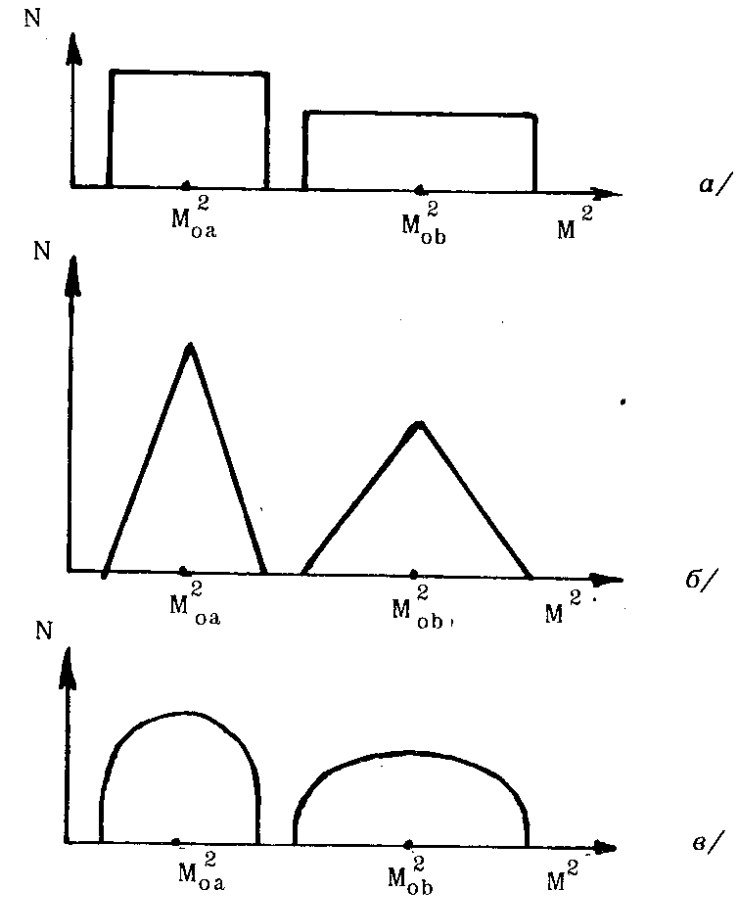


Рис.3. Распределение по квадрату недостающей массы M^2 неразделенных между гипотезами a и b событий. Предполагается, что события равномерно заполняют прямоугольник около (M_{oa}^2, M_{ob}^2) на рис. 2. В прямоугольник попадают события, удовлетворяющие условиям /10/. Распределения $a, б, в$ построены с весами W_a и W_b для гипотез о процессах a и b , определенных по способу 1, 2 и 3 соответственно.

Примем, что прямоугольник равномерно заполнен неразделенными событиями. События, попавшие в треугольники 1 и 3 /рис. 2/, будут иметь $W_a = 1, W_b = 0$ для второго способа определения веса, события из треугольников 2 и 4 характеризуются в этом способе весами $W_a = 0, W_b = 1$.

На рис. 3 показаны распределения по M^2 событий, которые равномерно заполняют прямоугольник /рис. 2/, определяемый условиями /10/.

Как видно, второй способ определения веса приводит к появлению пиков около $M_{об}$ и $M_{об}$ /рис. 3б/ для событий, которые равномерно заполняют область, определенную условиями /10/.

Способы определения весов 1 и 2 будут давать тем более близкие результаты, чем меньше $\chi^2_{дов}$. /рис. 3а и 3в/.

Из проведенного анализа следует, что второй способ определения весов неразделенных событий приводит к кажущемуся улучшению разделения, так как он характеризуется неравномерным фоном.

При достаточно малых $\chi^2_{дов}$ нет существенной разницы между способами 1 и 3, хотя способ 3 имеет большую универсальность. Оба эти способа характеризуются равномерным распределением фоновых событий для малых $\chi^2_{дов}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мороз В.И. и др. ОИЯИ, Р10-2935, Дубна, 1966; ЯФ, 1967, т. 6, вып. 1.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 января 1979 года.