

сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

СЗ44.1ш

23/12-79

A-139

P1 - 12179

1547/2-79

А. Абдивалиев, К. Бешлиу, А. П. Гаспарян,
С. Г. Груиа, А. П. Иерусалимов, Д. К. Копылова,
Ф. Которобай, В. И. Мороз, А. В. Никитин, Ю. А. Троян

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ФОНОВЫХ СОБЫТИЙ
ПРИ ДОСТАТОЧНО БОЛЬШОЙ СТАТИСТИКЕ

1979

P1 - 12179

А.Абдивалиев, К.Бешлиу, А.П.Гаспарян,
С.Г.Груиа, А.П.Иерусалимов, Д.К.Копылова,
Ф.Которобай, В.И.Мороз, А.В.Никитин, Ю.А.Троян

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ФОНОВЫХ СОБЫТИЙ
ПРИ ДОСТАТОЧНО БОЛЬШОЙ СТАТИСТИКЕ

Абдильялиев А. и др.

PI - 12179

Определение количества фоновых событий при достаточно большой статистике

Излагается процедура определения количества фоновых событий применительно к трековым камерам. Для определения фона используется выборка событий по условию $\chi^2 < C$, $C \ll \chi^2$ - доверительное, где χ^2 выделяет изучаемый процесс. Выбранные события далее размыгрываются в предположении нормального распределения измерительных ошибок. Показано, что при достаточно большой статистике можно определить фон без использования каких-либо моделей исследуемого процесса.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Abdillaliev A. et al.

PI - 12179

Determination of Background Event Quantity at a Sufficiently Great Statistics

The procedure of determining background event quantity as applied to track chambers is described. To determine a background, the selection of events over the $\chi^2 < C$, $C \ll \chi^2$ confident condition is used, where χ^2 selects the process under study. The selected events are further developed at the assumption of a normal distribution of measurement errors. It is shown that at a sufficiently great statistics one could determine the background without using any models of the process investigated.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Обычная процедура выделения каналов реакций состоит в определении набора величин χ^2 для каждой из гипотез о процессе и сравнении этих χ^2 с выбранными доверительными границами ($\chi_{гр}^2$). Величины χ^2 вычисляются с помощью программы идентификации каналов реакций /см., напр., /1,2/ /.

События с одной незарегистрированной частицей характеризуются одним уравнением связи. Из-за ошибок измерений часть фоновых событий, т.е. событий с двумя и более незарегистрированными частицами, может иметь $\chi^2 < \chi_{гр}^2$ для гипотезы с одной незарегистрированной частицей. Такие фоновые события могут быть ошибочно отнесены к событиям с одной незарегистрированной частицей.

Рассмотрим определение количества фоновых событий на примере реакции



которая в условиях эксперимента сопровождается фоновой реакцией



/в скобках - незарегистрированные частицы/. Заметим, что в реакциях /1/ и /2/ вектор-импульс первичного нейтрона предполагается известным.

Если к процессу /1/ относить события, для которых

$$\chi_1^2 < \chi_{гр}^2, \quad /3/$$

где χ_1^2 вычислено для гипотезы /1/, то распределение событий по величине χ_1^2 будет отличаться от распределения χ^2 с одной степенью свободы из-за присутствия событий /2/, которые случайно удовлетворяют условию /3/. Будет искажено и распределение $F_D = F_D(M^2)$ событий по величине квадрата недостающей массы (M^2), вычисленной по экспериментальным значениям для событий, удовлетворяющих условию /3/.

Поэтому важно иметь способ определять, какая часть событий, удовлетворяющих условию /3/, вызвана процессом /1/.

Ответ легко получить, если известно распределение событий по M^2 для фонового процесса /3/ или для процесса /1/ при условии /3/.

Такие распределения можно построить, используя программы моделирования событий (FOWL, ФОРС) /4,5/.

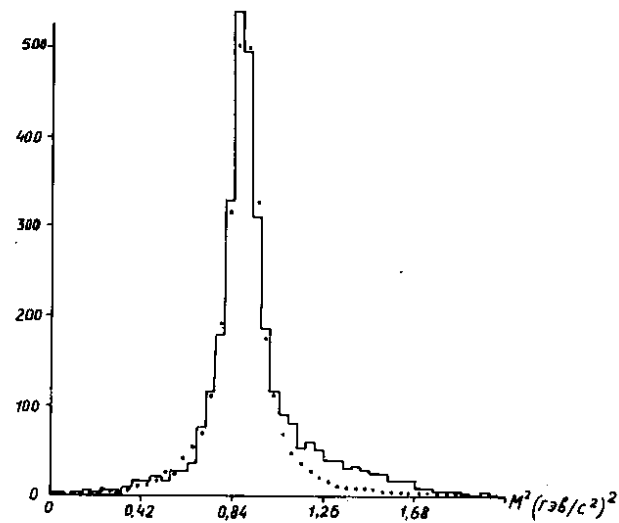


Рис. 1. Распределение событий по величине квадрата недостающей массы M^2 . Сплошной кривой отмечены события, зарегистрированные в однометровой водородной камере ОИЯИ, облученной пучком нейтронов при $P_n = 5,10$ ГэВ/с и ширине $+0,172$ ГэВ/с. Эти события удовлетворяют условию /1/÷/3/ при $\chi_{гр}^2 = 12,5$. Пунктирной кривой нанесено распределение событий, смоделированных согласно /4/÷/6/. Величина λ /8/ определена на интервале /0,294÷1,05/ ГэВ/с² /2/

Распределение событий по M^2 для процесса /1/ похоже на нормальное /рис. 1/, однако ширина распределения и точная его форма зависят как от дисперсий измеритель-

ных ошибок ΔP^2 параметров, так и от угловых и импульсных распределений продуктов реакции /1/, т.е. от неизвестного нам матричного элемента процесса. Поэтому использование FOWL или ФОРС делает результат зависящим от наших предположений.

Покажем, как можно обойти эту трудность в условиях достаточно большой статистики, используя специальную выборку из экспериментально наблюдаемых событий. В этом случае моделируется только процесс измерений, который, как предполагается, приводит к нормальному распределению соответствующих измерительных ошибок.

Сделаем выборку из экспериментально найденных событий по условию

$$\chi_1^2 < C, \quad (C < \chi_{гр}^2). \quad /4/$$

Пометим эти события индексом i ($i=1, \dots, K$). Распределение выборки событий /4/ по M^2 при $C=1$ показано на рис. 2. Резкое ограничение по величине χ_1^2 приводит к заметному уменьшению числа событий /1/, но не может внести искажений в угловые и импульсные распределения. Уменьшение границы χ_1^2 приводит и к уменьшению относительного вклада в эту выборку событий от реакции /2/ /рис. 2/. Действительно, распределение по χ_1^2 событий /1/ имеет полюс около $\chi_1^2=0$, чего нет в распределении по χ_1^2 событий /2/.

Обозначим N -компонентный вектор измеренных значений параметров события через P_D , вектор параметров, подобранных программой идентификации для процесса /3/, через P^* . Так как распределение измерительных ошибок можно считать нормальным, то каждое i -тое событие, удовлетворяющее /4/, принимается в качестве исходного для группы из ℓ ($\ell \gg 1$) смоделированных событий с параметрами

$$P_{i,j} = P_i^* + \sqrt{\Delta P_i^2} \cdot \kappa_{i,j}, \quad /5/$$

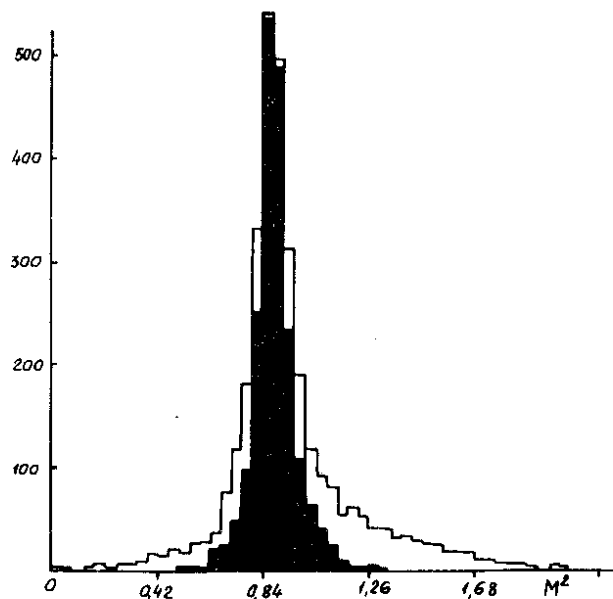


Рис. 2. Распределение событий по величине M^2 . Выборка из событий, представленных на рис. 1, при $\chi^2_{гр} = 12,5$ и $C=1$. Тонкой линией показано исходное распределение.

где j - индекс события в группе $i, j=1, \dots, \ell$; $\sqrt{\Delta P_i^2} \cdot \kappa_{i,j}$ - N -мерный вектор, составленный из произведения ошибок параметров и случайных величин κ , каждая из которых распределена по нормальному закону со средним 0 и дисперсией 1.

Для каждого из смоделированных событий, имеющих индексы (i, j) , вычисляется $\chi^2_{1 i,j}$ и проверяется условие

$$\chi^2_{1 i,j} < \chi^2_{гр} \quad (i=1, \dots, \ell; j=1, \dots, k). \quad /6/$$

Построим распределение $F_{mod} = F_{mod}(M^2)$ для моделированных событий, удовлетворяющих /6/, где M^2 - квадрат недостающей массы.

По способу построения $F_{mod}(M^2)$ дает модель распределения событий реакции /1/.

Если не делать никаких предположений о виде угловых и импульсных распределений в процессе /1/, то модель можно считать достаточно точной, когда количество событий в выборке /4/ столь велико, что в сфере радиуса $\Delta P \cdot t$ ($t=1$), проведенной около любой точки P , лежащей внутри фазового объема /1/, находится не менее одного события.

Предполагая, что угловые и импульсные распределения процесса /1/ мало меняются при изменении P на величину порядка ΔP , можно положить $t > 1$. Это существенно сокращает требования к количеству событий в выборке /4/.

Процедура сравнения F_{mod} и $F_{\text{ф}}$ состоит в определении по гистограммам масштабного множителя λ , что с использованием МНК приводит к уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \sum_{\nu=\nu_{\min}}^{\nu=\nu_{\max}} [F_{\text{ф}}(M_{\nu}^2) - \lambda F_{mod}(M_{\nu}^2)]^2 \cdot F_{\text{ф}}^{-1}(M_{\nu}^2) = 0, \quad /7/$$

где $(M_{\nu_{\min}}^2, M_{\nu_{\max}}^2)$ - область подгонки, в которой вклад в $F_{\text{ф}}$ фонового процесса /2/ наименьший; ν - номер ячейки в гистограмме.

В рассматриваемом примере /1/, /2/ границы равны

$$M_{\nu_{\min}}^2 = 0,294 \text{ ГэВ}^2/c^4, \quad M_{\nu_{\max}}^2 = 1,05 \text{ ГэВ}^2/c^4.$$

Подобранная кривая λF_{mod} показана на рис. 1. Она проходит ниже $F_{\text{ф}}$ в области

$$M^2 > (M_u + M_{\pi^0})^2,$$

т.е. там, где следовало ожидать событий, вызванных фоновым процессом /2/.

Количество фоновых событий N_F от процесса /2/, входящих в экспериментальный материал, удовлетворяющий /3/, оценивается как

$$N_F = \sum F_{\text{ф}} - \sum \lambda F_{mod},$$

где суммирование идет по всей области или, с учетом /7/, всюду, кроме области подгонки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванченко З.М. и др. ОИЯИ, P11-3983, Дубна, 1968.
2. Воск R. CERN, 61-29, 1961.
3. Статистические методы в экспериментальной физике. Атомиздат, М., 1976, с.305-318.
4. James F. FOWL Programming Library, CERN.
5. Комолова В.Е., Копылов Г.И. ОИЯИ, P11-3193, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 января 1979 года.