

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ23.5а

иц-911

11/8-77

P1 - 10643

2868 / 2-77

Л.И.Журавлева, Н.К.Куциди, И.С.Сайтов

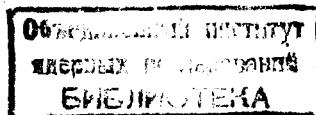
ПРЕДЕЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
АССОЦИАТИВНЫХ ВЕЛИЧИН  
В  $\pi^-$  р ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

**1977**

P1 - 10643

Л.И.Журавлева, Н.К.Куциди,\* И.С.Сайтов

ПРЕДЕЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
АССОЦИАТИВНЫХ ВЕЛИЧИН  
В  $\pi^- p$  ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ



\* Тбилисский государственный университет.

Журавлева Л.И., Куциди Н.К., Саитов И.С.

PI - 10643

Предельное поведение ассоциативных величин в  
 $\pi^- p$ -взаимодействиях

На основе данных с пузырьковых камер в  $\pi^- p$ -взаимодействиях при 5, 40 и 205 ГэВ/с исследовано поведение нормированной ассоциативной множественности как функции квадрата недостающей массы  $M_x^2$ , быстрых  $y^*$  и поперечного импульса  $p_{\perp}$  выделенных частиц, а также поведение ассоциативных моментов высших порядков в зависимости от  $M_x^2$ . Получены указания на предельное поведение нормированной ассоциативной множественности в масштабе  $M_x^2/s$  для случая выделенного протона и  $\pi^-$ -мезона. Исследован аналог КНО-скейлинга для ассоциативных множественостей от  $M_x^2$ . Полученные экспериментальные результаты не противоречат предсказаниям автомодельного поведения функции  $\psi(z) = \langle n(p) \rangle \frac{d\sigma_n/dp}{d\sigma/dp}$  в пространстве быстрых и поперечных импульсов.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Zhuravleva L.I., Kutsidi N.K., Saitov I.S. PI - 10643

Asymptotic Behaviour of Associative Values  
in  $\pi^- p$ -Interactions

On the basis of the data on  $\pi^- p$ -interactions at 5, 10 and 205 GeV/c obtained with hydrogen bubble chambers the behaviour of the associative multiplicity is investigated as a function of missing squared mass  $M_x^2$ , rapidity  $y^*$  and transverse momentum  $p_{\perp}$  of selected particles as well as the behaviour of associative momenta of higher orders. An evidence of asymptotic behaviour of the normalized associative multiplicity on a scale of  $M_x^2/s$  is obtained for the case of selected proton and  $\pi^-$ -meson. An analogue of the KNO-scaling for the associative multiplicities as functions of  $M_x^2$  is investigated. The experimental data available do not contradict to the predictions of the auto-model behaviour of the function  $\psi(z) = \langle n(p) \rangle \frac{d\sigma_n/dp}{d\sigma/dp}$  in the space of rapidities and transverse momenta.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

© 1977 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

Гипотезы о существовании предельного поведения для распределений по множественности при асимптотических энергиях /так называемый КНО-скейлинг /1/, а также о предельном поведении полуинклузивных распределений /скейлинг типа КНО-II /2/ / привели к предположению о возможном предельном поведении ассоциативных распределений.

В работах /3,4/ были получены предсказания относительно асимптотического поведения нормированных ассоциативных моментов

$$\langle n_1^k(\xi) \rangle \equiv \frac{\langle n^k(\xi, s) \rangle}{\langle n(s) \rangle^k} \xrightarrow[s \rightarrow \infty]{} f(\xi), \quad /1/$$

где  $\xi$  - кинематическая переменная, характеризующая выделенную частицу:

$$\xi \equiv x, y, p_{\perp}, t, M_x^2.$$

В частности, предсказывалось, что

$$\langle n_1^k(M_x^2) \rangle \xrightarrow[s \rightarrow \infty]{} f(M_x^2/s) \quad /2/$$

при  $M_x^2 > m_c^2$ , где  $m_c$  - масса выделенной частицы, т.е. в пределе асимптотически больших энергий для достаточно больших значений  $M_x^2$  нормированная ассоциативная множественность от  $M_x^2$  будет являться функцией только одной переменной  $M_x^2/s$ .

Имеются указания на существование подобного типа скейлинга в реакции



в области энергий от 28 до 303 ГэВ для значений  $M_x^2/s \leq 0,3^{1/4}$ .

В данной работе представлены результаты исследования зависимости некоторых ассоциативных моментов от различных кинематических переменных выделенной частицы в  $\pi^- p$ -взаимодействиях при 5/5 и 40/6,7 ГэВ/с. В некоторых случаях использованы опубликованные данные при 205 ГэВ/с /8/. Часть результатов при 5 ГэВ/с получена авторами настоящей работы на основе данных с 1-метровой ВПК ЛВЭ ОИЯИ/.

На рис. 1а приведены значения нормированной ассоциативной множественности

$$\langle n_1(M_x^2) \rangle = \frac{\langle n(M_x^2, s) \rangle}{\langle n(s) \rangle} \quad /4/$$

в реакции



при 5, 40 и 205 ГэВ/с.

Как видно, в области значений  $M_x^2/s \geq 0,05$  нормированная ассоциативная множественность является функцией только отношения  $M_x^2/s$ , т.е. наблюдается скейлинг для этой величины в широком диапазоне энергий. Несколько большие значения  $\langle n_1(M_x^2) \rangle$  при 40 ГэВ/с для очень малых  $M_x^2/s$  могут быть связаны с тем, что эти данные получены на пропановой пузырьковой камере, где имеется примесь взаимодействий на ядрах углерода, характеризующаяся большей множественностью и особенно значительная в области малых  $M_x^2$  /9/.

Нормированная ассоциативная множественность как функция отношения  $M_x^2/s$  в реакции



при 5 и 40 ГэВ/с представлена на рис. 1б.

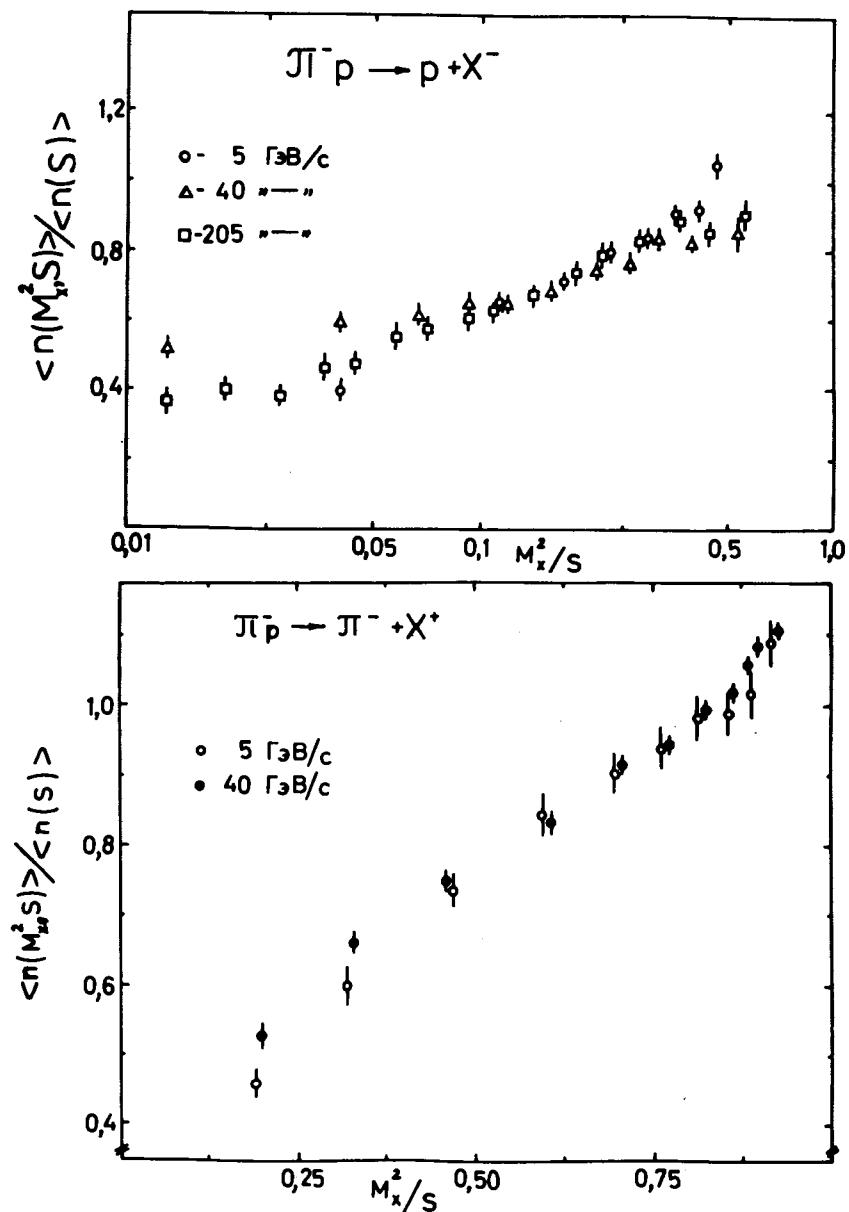


Рис. 1. Нормированная ассоциативная множественность как функция отношения  $M_x^2/s$ : а/ в реакции /5/ при 5, 40 и 205 ГэВ/с; б/ в реакции /6/ при 5 и 40 ГэВ/с.

В области  $M_x^2/s \gtrsim 0,4$  здесь также наблюдается зависимость только от отношения  $M_x/s$ , т.е. в реакции /6/ скейлинговое поведение начинается в области больших  $M_x^2/s$ , чем в реакции /5/. Это может быть обусловлено различным поведением распределений  $d\sigma_n/dM_x^2$  в области небольших  $M_x^2$ , связанных, в частности, с наличием нуклона в системе  $X^+$  в реакции /6/.

В отличие от случая зависимости  $\langle n_1(M_x^2) \rangle$  нормированная ассоциативная множественность как функция других кинематических переменных не проявляет свойств предельного поведения при тех же энергиях.

Нами были получены данные для зависимости  $\langle n_1(p_\perp) \rangle$  и  $\langle n_1(y^*) \rangle$  в реакциях



Для приведения данных при разных энергиях к одному масштабу по быстроте  $y^*$  использовалась величина  $y' = \frac{y^*}{Y^*}$  где  $Y^* \equiv y_{\max}^* = \ln \frac{\sqrt{s}}{m}$  - кинематически максимально возможная быстрота выделенной частицы в с.ц.и./. Как видно из рис. 2 и 3, при энергиях 5 и 40 ГэВ не наблюда-

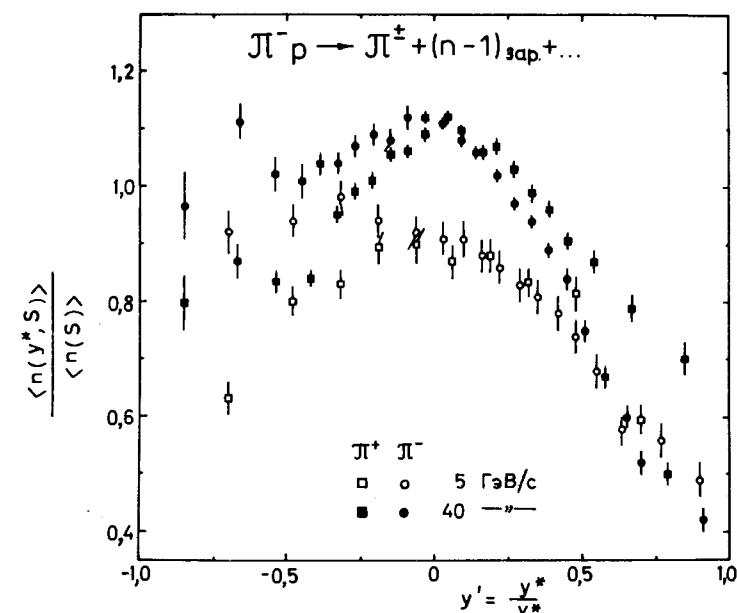
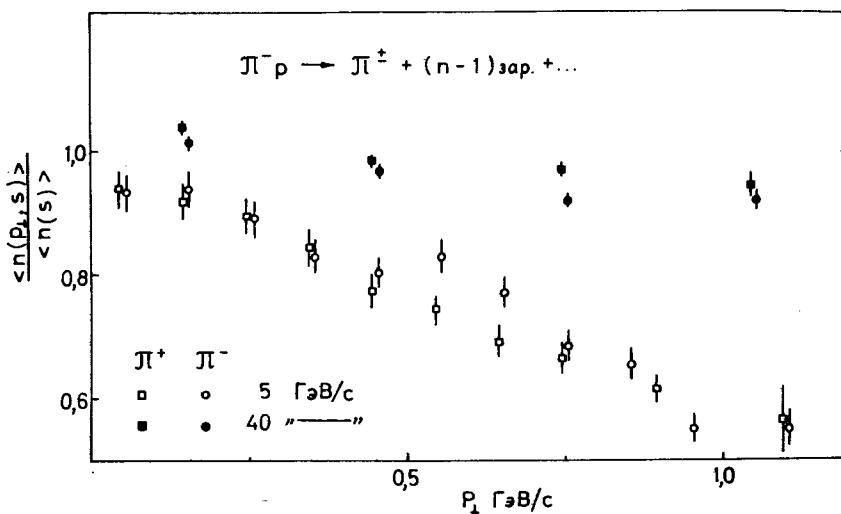


Рис. 3. Нормированная ассоциативная множественность как функция приведенной быстроты  $y' = \frac{y^*}{Y^*}$  /где  $Y^* \equiv y_{\max}^* = \ln \frac{\sqrt{s}}{m}$  - максимальная быстрота в с.ц.и./ для выделенных  $\pi^\pm$ -мезонов при 5 и 40 ГэВ/с.

ется скейлингового поведения нормированных ассоциативных множественностей по переменным  $p_\perp$  и  $y^*$ . Однако в случае выделенных лидирующих  $\pi^-$ -мезонов / $y' \gtrsim 0,5$ / значения  $\langle n_1(y^*) \rangle$  при обеих энергиях близки друг к другу /рис. 3/.

Нами была также изучена зависимость нормированных ассоциативных моментов второго и третьего порядков  $C_2$  и  $C_3^*$  от переменной  $M_x^2$  в реакциях /5/ и /6/ при

Рис. 2. Нормированная ассоциативная множественность как функция поперечного импульса для выделенных  $\pi^\pm$ -мезонов при 5 и 40 ГэВ/с.

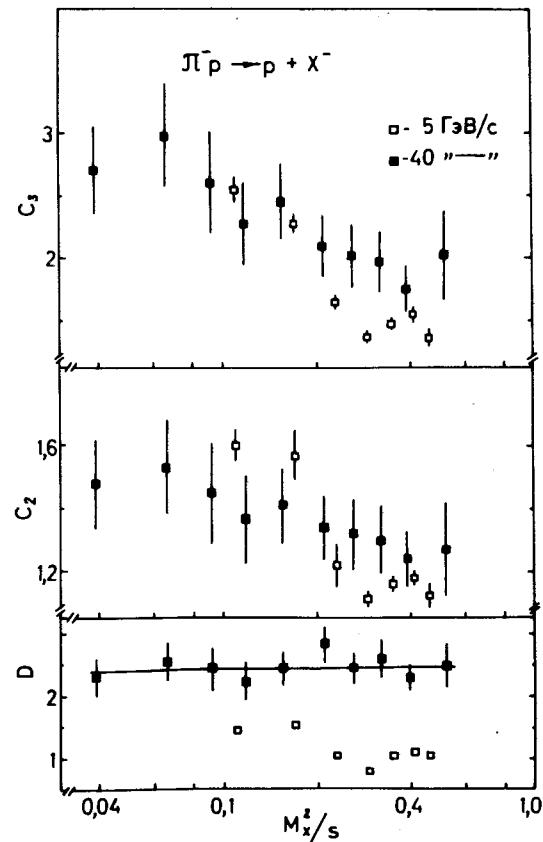
$$C_k^* \equiv \frac{\langle n_k(\xi) \rangle}{\langle n(\xi) \rangle^k}.$$

5 и 40 ГэВ/с. Эти данные в масштабе  $M_x^2/s$  приведены на рис. 4а, б вместе со значениями дисперсии распределения по ассоциативной множественности от  $M_x^2$ :

$$D = (\langle n^2 (M_x^2) \rangle - \langle n(M_x^2) \rangle^2)^{1/2} \quad /8/$$

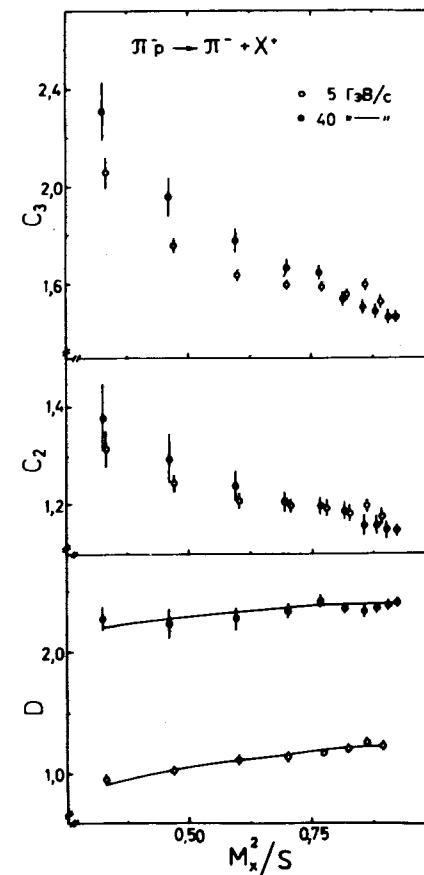
Была проведена аппроксимация зависимости  $D(M_x^2)$  аналитическим выражением /8/:

$$D = a + b \ln M_x^2 \quad /9/$$



a/

Численные результаты аппроксимации для реакции /5/ при 40 ГэВ/с, а для реакции /6/ - при 5 и 40 ГэВ/с приведены в табл. 1 /для сравнения приведены значения коэффициентов  $a$  и  $b$ , полученные в реакции /5/ при 205 ГэВ/с /8/ /, а также нанесены в виде кривых на рис. 4а, б.



б/

Рис. 4. Дисперсия распределений по ассоциативной множественности, нормированные ассоциативные моменты второго и третьего порядков как функции отношения  $M_x^2/s$  при 5 и 40 ГэВ/с: а/ в реакции /5/; б/ в реакции /6/.

Таблица 1

Результаты аппроксимации зависимости дисперсии ассоциативной множественности от  $M_x^2$  согласно выражению  $D = a + b \ln M_x^2$  / N - число экспериментальных точек/

Реакция, ГэВ/с	$\chi^2/N$	a	b
/5/ 40	3,7/11	$2,42 \pm 0,23$	$0,01 \pm 0,09$
/6/ 205	-	0,2	0,6
/6/ 5	8,6/9	$0,54 \pm 0,03$	$0,32 \pm 0,02$
40	5,9/13	$1,63 \pm 0,11$	$0,18 \pm 0,03$

Интересно отметить, что логарифмическая зависимость /9/, предсказываемая моделями мультипериферического типа, успешно воспроизводит поведение дисперсии в реакции /6/ при 5 и 40 ГэВ/с, хотя рост ассоциативной множественности  $\langle n(M_x^2) \rangle$  в этой реакции при тех же энергиях не согласуется с логарифмическим /5,6/, также предсказываемым в мультипериферической модели.

Как известно, поведение моментов  $C_k$  для полных множественностей связано с КНО-скейлингом /4/: условие постоянства  $C_k$  означает выполнение скейлинга. Это же условие справедливо и для обобщения КНО-скейлинга на случай множественности системы X в реакциях /3/, /5/ и /6/, как уже отмечалось в работах /10-13/.

Ассоциативный КНО-скейлинг приобретает вид:

$$\Psi(z, M_x^2, s) \equiv \langle n(M_x^2, s) \rangle \frac{d\sigma_n/dM_x^2}{d\sigma/dM_x^2} \xrightarrow[s \rightarrow \infty]{M_x^2 \rightarrow \infty} \Psi(z), \quad /10/$$

где

$$z = \frac{n-1}{\langle n(M_x^2, s) \rangle}$$

Имеются указания на выполнение соотношения /10/ для реакции /3/ в широком интервале энергий /10,12-14/.

Экспериментальные результаты при 5, 40 и 205 ГэВ/с для реакции /5/ и при 5 и 40 ГэВ/с для реакции /6/ приведены на рис. 5а и 5б, соответственно.

В реакции /5/ имеется зависимость моментов  $C_2$  и  $C_3$  от  $M_x^2$  /рис. 4а/, что приводит к нарушению условия /10/ при всех значениях  $M_x^2$ . Однако значения функции  $\Psi(z, M_x^2, s)$  при 40 и 205 ГэВ/с довольно близки между собой /рис. 5а/.

Иная ситуация имеет место в реакции /6/: здесь для больших  $M_x^2$  наблюдается примерное постоянство моментов в пределах ошибок при 5 и 40 ГэВ/с для значений  $M_x^2/s \geq 0,75$  /рис. 4б/. Проведенная аппроксимация значений  $C_2$  и  $C_3$  константой дала следующие усредненные для обеих энергий в указанной области  $M_x^2/s$  значения  $C_2 = 1,179 \pm 0,005$  и  $C_3 = 1,535 \pm 0,008$ , при величине  $\chi^2$  на одну степень свободы 1,4 и 4,8, соответственно.

Подобное постоянство величин  $C_2$  и  $C_3$  действительно приводит к выполнению условия /10/, по крайней мере, на качественном уровне, как видно из рис. 5б. Для количественной оценки выполнения скейлинга экспериментальные данные /в области  $M_x^2/s > 0,75$ / аппроксимировались зависимостью

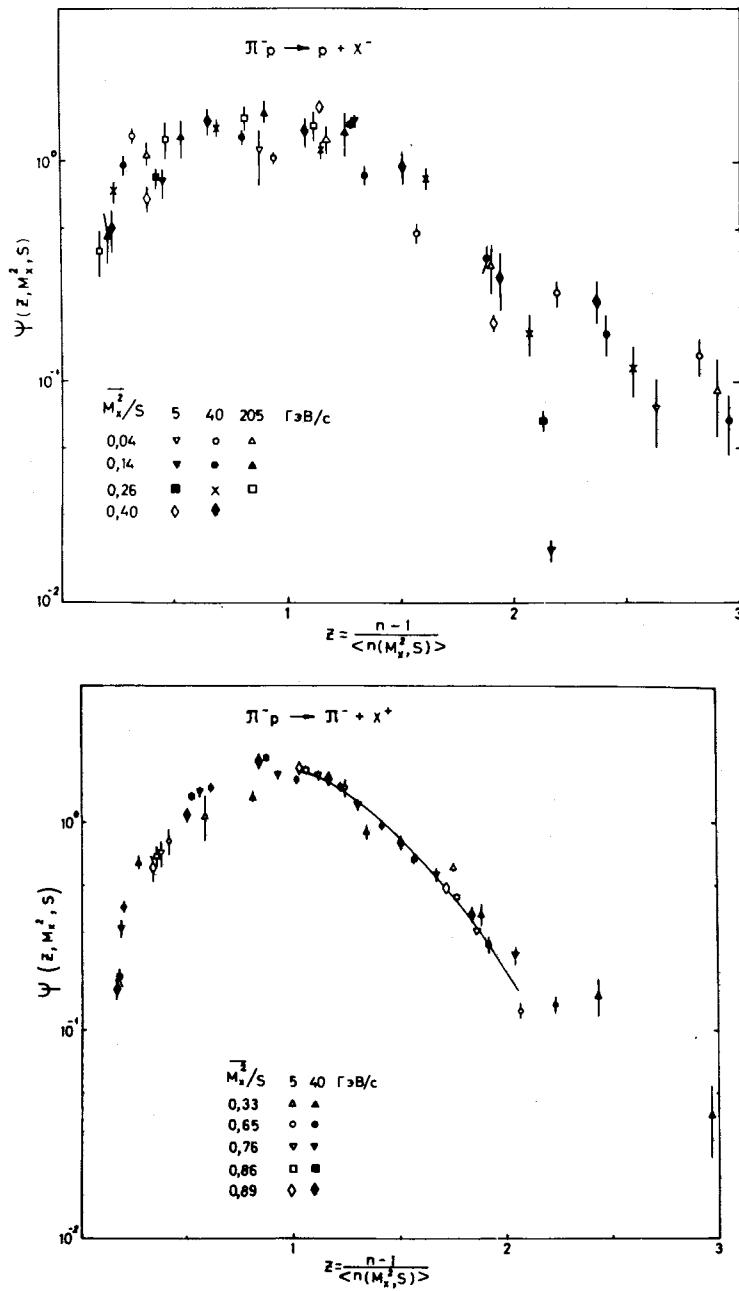
$$\Psi(z) = C \left( \frac{A}{2\pi z} \right)^{\frac{1}{2}} \exp[-A(1+z(\ln z-1))], \quad /11/$$

полученной в работах /13/ в предположении о существовании дальнодействующих корреляций в системе X /отметим, что применимость соотношения /11/ ограничена областью  $z > 1$ /.

Результаты аппроксимации - кривая на рис. 5б - говорят об удовлетворительном количественном выполнении ассоциативного КНО-скейлинга. Численные результаты таковы:  $\chi^2$  /степень свободы = 1,46;  $P(\chi^2) = 0,05$ ;  $C = 2,03 \pm 0,02$ ;  $A = 4,86 \pm 0,08$ .

Попытка аппроксимировать эти же экспериментальные данные выражением

$$\Psi(z) = \left( \sum_{k=0}^2 A'_{2k+1} z^{2k+1} \right) e^{-Bz}, \quad /12/$$



согласно которому были описаны данные по КНО-скейлингу для полных множественностей<sup>/15/</sup>, привела к неудовлетворительному результату:  $\chi^2/\text{ст.св.} = 15,1$ .

В рамках иного подхода, основанного только на общих предсказаниях физического подобия, в работе<sup>/16/</sup> был получен вывод об автомодельном поведении функции

$$\Psi(z) = \langle n(\vec{p}) \rangle \frac{d\sigma_n/d\vec{p}}{d\sigma/d\vec{p}}, \quad /13/$$

$$\text{где } z = \frac{n}{\langle n(\vec{p}) \rangle}.$$

Экспериментальная проверка этого соотношения для случаев зависимости ассоциативной множественности от поперечного импульса и быстроты была выполнена в  $\pi^- p$ -взаимодействиях при 40 ГэВ/с<sup>/7/</sup>. Данные при одной энергии подтвердили автомодельное поведение функции  $\Psi(z)$ . Эти же данные вместе с результатами

для 5 ГэВ/с в масштабе  $z = \frac{n-1}{\langle n(\vec{p}) \rangle}$  представлены на

рис. 6 и 7 для реакции:

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- + (n-1)_{\text{зар.}} + \dots$$

Можно видеть, что автомодельное поведение функции  $\Psi(z)$  выполняется при этих энергиях, по крайней мере, на качественном уровне, в пространстве поперечных импульсов - во всем интервале значений  $P_\perp$ , а в пространстве быстрот - везде, за исключением случая лидирующих  $\pi^-$ -мезонов  $|y| \geq 0,5$ .

Количественный анализ на основе выражения /11/ для значений  $z > 1$  не дал хорошего согласия:  $\chi^2/\text{ст.св.} = 2,6$  для случая зависимости от  $P_\perp$  и  $\chi^2/\text{ст.св.} = 5,1$  для зависимости от  $y^*$ . Однако соотношение /11/



Рис. 5. Ассоциативный КНО-скейлинг для множественности по  $M_x^2$ : а/ в реакции /5/ при 5, 40 и 205 ГэВ/с; б/ в реакции /6/ при 5 и 40 ГэВ/с, кривая - результат аппроксимации согласно /11/ для  $z > 1$  и  $M_x^2/s > 0,75$ .

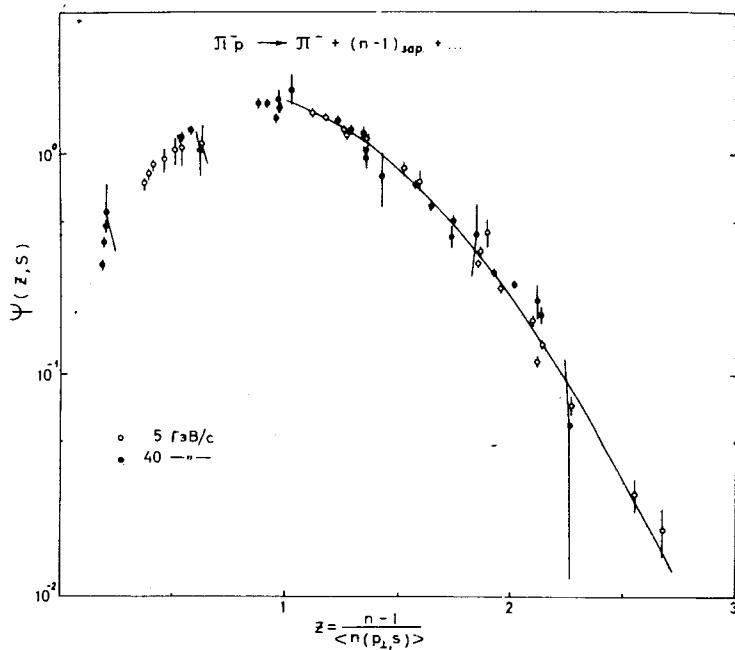


Рис. 6. Функция  $\Psi(z, s) = \langle n(p_+, s) \rangle \frac{d\sigma_n / dp_+}{d\sigma / dp_+}$  в масштабе  $z = \frac{n-1}{\langle n(p_+, s) \rangle}$  для выделенных  $\pi^-$ -мезонов при 5 и 40 ГэВ/с. Кривая - результат аппроксимации согласно /11/ для  $z > 1$ .

в общем воспроизводит режим поведения функции  $\Psi(z)$  /кривые на рис.6 и 7/, хотя это выражение было получено при рассмотрении зависимости множественности от  $M_x^2$ , и проделанное нами обобщение на случай других кинематических переменных является в значительной степени произвольным. Тем не менее, соотношение /11/, по-видимому, отражает общие свойства, присущие подобным ассоциативным распределениям.

В заключение отметим, что на поведение нормированных ассоциативных множественностей, ассоциативных моментов высших порядков и функций  $\Psi(z)$  могут оказывать влияние процессы с образованием резонансов. Однако анализ этого влияния нами не проводился.

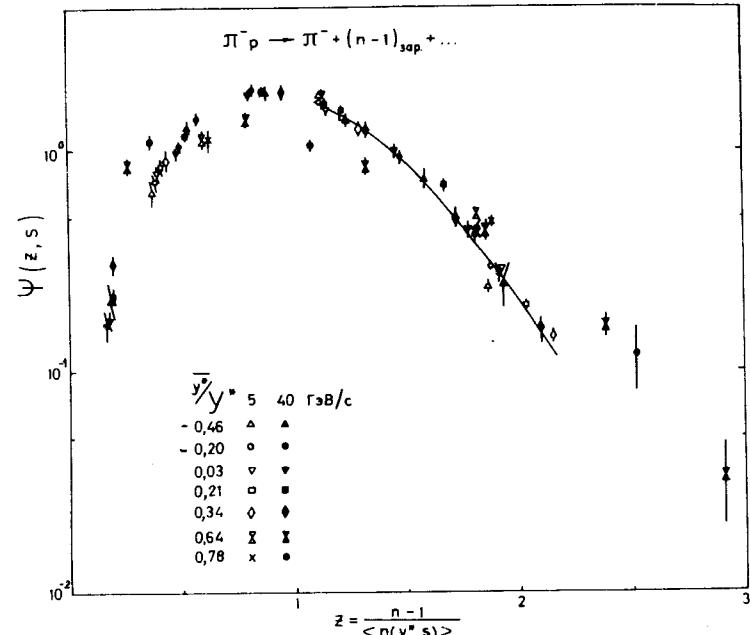


Рис. 7. Функция  $\Psi(z, s) = \langle n(y^*, s) \rangle \frac{d\sigma_n / dy^*}{d\sigma / dy^*}$  в масштабе  $z = \frac{n-1}{\langle n(y^*, s) \rangle}$  для выделенных  $\pi^-$ -мезонов при 5 и 40 ГэВ/с. Кривая - результат аппроксимации согласно /11/ для  $z > 1$  и  $y' < 0.5$ .

Сформулируем основные выводы настоящей работы:

- Получены указания на существование предельного поведения для нормированной ассоциативной множественности  $\frac{\langle n(M_x^2, s) \rangle}{\langle n(s) \rangle}$  в реакции /5/ в интервале энергий 5÷205 ГэВ и в реакции /6/ при 5 и 40 ГэВ. Предельное поведение проявляется, начиная с некоторого значения величины  $M_x^2/s$ .

- Нормированные ассоциативные множественности как функции быстроты и поперечного импульса не проявляют свойств предельного поведения при 5 и 40 ГэВ/с.

3. Нормированные ассоциативные моменты второго и третьего порядков зависят от  $M_x^2$  в реакциях /5/ и /6/, за исключением области больших недостающих масс в реакции /6/, где наблюдается примерное постоянство величин  $C_2$  и  $C_3$ .

4. Ассоциативный КНО-скейлинг выполняется для реакции /6/ в области больших значений  $M_x^2/s$  как на качественном, так и на количественном уровне.

5. Подобие формы экспериментальных распределений

для функции  $\Psi(z) = \langle n(\vec{p}) \rangle \frac{d\sigma_n/dp}{d\sigma/dp}$  при 5 и 40 ГэВ/с не противоречит гипотезе относительно автомодельного поведения этой функции как в пространстве быстрых, так и в пространстве поперечных импульсов.

Авторы благодарны сотрудничеству Дубна - Берлин - Кошице - Улан-Батор за предоставление ленты суммарных результатов по  $\pi^- p$ -взаимодействиям при 5 ГэВ/с.

Авторы признателны Н.С.Амаглобели, Ю.А.Будагову, Р.М.Лебедеву и Т.П.Топуря за полезные обсуждения, Г.Н.Сокольской - за изготовление рисунков.

#### Литература

1. Koba Z. e.a. Nucl.Phys., 1972, B40, 317.
2. Koba Z. e.a. Nucl.Phys., 1972, B43, 125; Phys. Lett., 1972, 38B, 25.
3. Гердюков Л.Н., Манюков Б.А., Шляпников П.В. Препринт ИФВЭ, СПК 74-77, Серпухов, 1974.
4. Minakata H. Lett. al Nuovo Cim., 1974, 9, 411.
5. Журавлева Л.И. и др. ОИЯИ, 1-10554, Дубна, 1977.
6. Абесалашвили Л.Н. и др. ОИЯИ, 1-10566, Дубна, 1977.
7. Абесалашвили Л.Н. и др. ЯФ, 1976, 24, 1189.
8. Winkelmann F.G. e.a. Phys.Rev.Lett., 1974, 32, 121.
9. Назаргулов Р.М. ОИЯИ, Р1-10218, Дубна, 1976.
10. Barshay S. e.a. Phys.Rev.Lett., 1974, 32, 1390.
11. Barshay S., Yamaguchi Y. Phys.Lett., 1974, 51B, 376.
12. Minakata H. Progress of Theor.Phys., 1975, 53, 532.
13. Жирков Л.Ф., Кокоулова Е.С., Кувшинов В.И. ЯФ, 1976, 24, 170.

Жирков Л.Ф., Кувшинов В.И. Препринт ИФ АН БССР, №114, Минск, 1976.

14. Klifford T.S. e.a. Phys.Rev.Lett., 1974, 33, 1239.
15. Slattery P. e.a. Phys.Rev.Lett., 1974, 33, 1239
15. Slattery P. e.a. Phys.Rev., 1973, D7, 2073.
16. Мамеев В.А., Сисакян А.Н., Слепченко Л.А. ЯФ, 1976, 23, 432.