П-99

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Н.И. Пятов

Р-999

РАСЩЕПЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ В НЕЧЕТНО-НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Дубна 1962 год

Н.И. Пятов

P-999

РАСЩЕПЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ В НЕЧЕТНО-НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Дубна 1962 год

А н н о т а ц и я

Показано, что зависящие от спинов притягивающие силы типа $V(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|)\vec{\sigma}_n\vec{\sigma}_p$, действующие между нечетными нейтроном и протоном, могут быть ответственными за правила сложения моментов и дублетную структуру уровней в нечётно-нечётных деформированных ядрах. Проведены вычисления энергии расщепления дублетных состояний в легких ядрах и сравнение с экспериментом. Указывается на возможность нарушения правил Галлахера и Мошковского в некоторых тяжелых деформированных ядрах.

N.I. Pyatov

SPLITTING OF STATES IN ODD-ODD DEFORMED NUCLEI

A b s t r a c t

It has been shown that spin-dependent attracting forces of the type $V(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|)\vec{\sigma}_n\vec{\sigma}_p$, acting between odd neutron and proton may be responsible for the coupling of angular momenta and for the doublet structure of levels in odd-odd deformed nuclei. The splitting energy of the doublet states in light nuclei has been calculated and the comparison with experiment has been made. A possibility of violating the Gallagher and Mozkowsky rules in some heavy deformed nuclei is indicated.

Экспериментально известно о существовании расщепленных состояний в нечетно-нечетных ядрах /1/. Так, в Al^{28} , P^{30} , P^{32} наблюдается дублетное расщепление состояний конфигурации $(S_{1/2})(\ell_1)$. В Cl^{36} , K^{38} предполагается более сложное расщепление состояний конфигурации $(d_{3/2})(d_{3/2})$ и $(d_{3/2})(d_{3/2})^{-1}$ /2/.

Дублетные состояния известны и в тяжелых ядрах, например, в Ho^{166}, Lu^{174}, Lu^{176}, Am^{242} и ряде других.

В ряде работ делались попытки теоретически объяснить причины, приводящие к расщеплению состояний. Так, в работе Баркера /3/ исследуется дублетное расщепление уровней со спинами $J+1/2$ и $J-1/2$ /один из нечетных нуклонов находится в s - состоянии /. Проведенные расчеты в схеме $j-j$ -связи с потенциалом Юкавы качественно согласуются с экспериментом, причем в районе деформированных ядер согласие с экспериментом плохое.

В упомянутой работе /2/ исследовалось дублетное расщепление в P^{30} , P^{32} и Al^{28} с помощью центральных зависящих от спинов сил в схеме $j-j$ -связи. Авторы пришли к выводу, что существует реальное расхождение между параметрами зависящей от спинов части центральных двухтельных сил, определенными из расщепления дублетных состояний конфигурации $(s_{1/2})(\ell_1)$ и из расщепления уровней конфигурации $(d_{3/2})(d_{3/2})$ и $(d_{3/2})(d_{3/2})^{-1}$. Отсюда сделано заключение о том, что в модели $j-j$ - связи с одними центральными силами объяснить дублетное расщепление удовлетворительно невозможно.

В деформированных нечетно-нечетных ядрах в соответствии с обобщенной моделью возможны лишь дублетные состояния.

Феноменологические правила сложения моментов в нечетно-нечетных деформированных ядрах были установлены Галлахером и Мошковским /4/. Они нашли, что в основном состоянии спины нечетных нейтрона и протона параллельны /триплетное состояние/, а полный спин ядра равен:

$$\dot{I} = \Omega_n + \Omega_p \quad , \quad \text{если} \quad \Omega_n = \Lambda_n \pm 1/2 \quad \Omega_p = \Lambda_p \pm 1/2$$

$$\dot{I} = |\Omega_n - \Omega_p| \quad , \quad \text{если} \quad \Omega_n = \Lambda_n \pm 1/2 \quad \Omega_p = \Lambda_p \mp 1/2 .$$

В ряде нечетно-нечетных ядер наблюдается и второе состояние с антипараллельными спинами нечетных нейтрона и протона /очень часто это изомерное состояние/.

В модели независимых частиц оба состояния /синглетное и триплетное/ вырождены и только парные нейтрон-протонные взаимодействия могут привести к расщеплению этих состояний. В данной работе делается попытка объяснить дублетное расщепление уровней в нечетно-нечетных деформированных ядрах в рамках обобщенной модели с помощью центральных зависящих от спинов нейтрон-протонных парных сил.

Оператор нейтрон-протонного парного взаимодействия выбираем в виде:

$$V_{12}=V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)[1-a+a\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2] \qquad /1/$$

где a -постоянная, определяющая вклад спиновых сил в общие парные силы /обычно $a = 0{,}1 \div 0{,}2$ /; $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$ -спиновые операторы, а $V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)$ зависит только от расстояния между нуклонами.

Разложим функцию $V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)$ по полиномам Лежандра /5/:

$$V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)=\sum_{k=0}^{\infty} J_k(r_1,r_2)\,P_k(\mathrm{Cos}\,\omega), \qquad /2/$$

где $J_k(r_1,r_2)$ -коэффициенты разложения, ω - угол между $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Используя теорему сложения шаровых функций, можно записать /2/ в виде:

$$V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{4\pi}{2k+1}J_k(r_1,r_2)\sum_{q=-k}^{k}(-1)^q Y_{k,q}(1)\,Y_{k,-q}(2) \qquad /2^1/$$

Для вычисления матричных элементов нейтрон-протонного парного взаимодействия используем волновые функции модели Нильссона /6/. Симметризованная по знаку проекции момента на ось симметрии ядра Ω нейтрон-протонная волновая функция имеет вид:

$$\Psi(\Omega, IMK)=\sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\,\phi_{n_\beta n_\gamma}(1+R_1)\,\chi_{\Omega_1}\chi_{\Omega_2}D^I_{MK}, \qquad /3/$$

где $\phi_{n_\beta n_\gamma}$ -колебательная волновая функция; $K=\Omega_1+\Omega_2$; R_1 -оператор отражения направлений по осям 2 и 3, введенный Бором /7/; χ_{Ω_i} -внутренние волновые функции нуклонов; D^I_{MK} - обобщенная сферическая функция Вигнера, характеризующая вращательное состояние ядра. Полагаем, что ядро находится в основном колебательном состоянии, причем

$$\langle\phi_{n_\beta n_\gamma}|\phi_{n_\beta n_\gamma}\rangle=1. \qquad /4/$$

Запишем диагональный матричный элемент нейтрон-протонного парного взаимодействия:

$$E_{12}=\frac{2I+1}{16\pi^2}\left((1+R_1)\chi_{\Omega_1}\chi_{\Omega_2}D^I_{MK},\ V_{12}(1+R_1)\chi_{\Omega_1}\chi_{\Omega_2}D^I_{MK}\right). \qquad (5)$$

Так как

$$R_1^+\ V_{12}R_1=V_{12} \qquad /6/$$

$$\left(D^I_{MK}(\theta_i),\ D^{I'}_{M'K'}(\theta_i)\right)=\frac{8\pi}{2I+1}\delta_{II'}\,\delta_{MM'}\,\delta_{KK'},$$

то

$$E_{12}=(\chi_{\Omega_1}\chi_{\Omega_2},\ V_{12}\chi_{\Omega_1}\chi_{\Omega_2})+\delta_{K0}(-1)^{I-j_1-j_2}E'_{12}, \qquad /5^1/$$

где E'_{12} -дополнительный член, появляющийся в состояниях, когда $K=\Omega_1+\Omega_2=0$ и равный

$$E'_{12} = (\chi_{\Omega}(1)\chi_{-\Omega}(2),\ V_{12}\chi_{-\Omega}(1)\chi_{\Omega}(2)). \qquad /7/$$

Используя волновые функции Нильссона [/6/] и алгебру Рака [/5/] получим выражение с потенциалом $/2^1/$:

$$E_{12}(K=\Omega_1 \pm \Omega_2) = \sum_{(\ell_1,\Sigma_1)} a_{\ell_1\Omega_1-\Sigma_1} a_{\ell'_1\Omega_1-\Sigma'_1} a_{\ell_2\Omega_2-\Sigma_2} a_{\ell_2\Omega_2-\Sigma'_2} \times$$

$$\times [(1-a \pm 4a\Sigma_1\Sigma_2)\delta_{\Sigma_1,\Sigma'_1}\delta_{\Sigma_2,\Sigma'_2} \mp 2a\,\delta_{\Sigma_1,-\Sigma'_1}\delta_{\Sigma_2,-\Sigma'_2}\delta_{\Sigma_1,-\Sigma_2}] \times$$

$$\times \quad \left[\frac{(2\ell'_1+1)(2\ell'_2+1)}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)}\right]^{1/2} \sum_k (2k+1)F^k \langle \ell'_1 k\, 0\, 0 | \ell_1 0\rangle \times$$

$$\times \langle \ell'_2 k\, 0\, 0 | \ell_2 0\rangle \langle \ell'_1 k\, \Omega_1-\Sigma'_1 \Sigma'_1-\Sigma'_1 | \ell_1 \Omega_1-\Sigma_1\rangle \times$$

$$\times \langle \ell'_2 k\, \Omega_2-\Sigma'_2 \Sigma'_2-\Sigma_2 | \ell_2\Omega_2-\Sigma_2\rangle + (-1)^{I-j_1-j_2}\,\delta_{K0}\,E'_{12} \qquad /8/$$

где $a_{\ell\Omega-\Sigma}$ -коэффициенты разложения внутренних волновых функций нуклонов χ_Ω по осцилляторным волновым функциям; F^k -радиальные интегралы:

$$F^k(n_1\ell_1; n'_1\ell'_1; n_2\ell_2; n'_2\ell'_2) = \frac{1}{2k+1}\int_0^\infty\int_0^\infty R_{n_1\ell_1}(r_1) R_{n_2\ell_2}(r_2) \times \qquad /9/$$

$$\times J_k(r_1, r_2) R_{n'_1\ell'_1}(r_1) R_{n'_2\ell'_2}(r_2)\, dr_1\, dr_2$$

$\langle \ell_1\ell_2 m_1 m_2 | \ell m\rangle$ - коэффициенты Клебша-Гордона. В /8/ суммирование проводится по всем орбитальным квантовым числам (ℓ_1) и спиновым переменным (Σ_1).

Ввиду громоздкости мы не приводим здесь выражения $E'_{12}(K=0)$. Детальное исследование этого члена проведено в работе [/8/], в которой рассматривается влияние нейтрон-протонного взаимодействия на сдвиг уровней внутри ротационной полосы с $K=0$.

Из /8/ можно получить выражение для энергии расщепления дублетных состояний:

$$\Delta E_{12} \equiv E_{12}(K=\Omega_1-\Omega_2) - E_{12}(K=\Omega_1+\Omega_2) =$$

$$= -2a \sum_{(\ell_1,\Sigma_1)} a_{\ell_1\Omega_1-\Sigma_1} a_{\ell'_1\Omega_1-\Sigma'_1} a_{\ell_2\Omega_2-\Sigma_2} a_{\ell'_2\Omega_2-\Sigma'_2} \times$$

$$\times \left[\frac{(2\ell'_1+1)(2\ell'_2+1)}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)}\right]^{1/2} [4\Sigma_1\Sigma_2\delta_{\Sigma_1,\Sigma'_1}\delta_{\Sigma_2,\Sigma'_2} - 2\delta_{\Sigma_1,-\Sigma'_1}\delta_{\Sigma_2,-\Sigma'_2}\delta_{\Sigma_1,-\Sigma_2}] \times$$

$$\times \sum_k (2k+1) F^k \times \langle \ell_1' k00 | \ell_1 0\rangle \langle \ell_2' k00 | \ell_2 0\rangle \langle \ell_1' k\, \Omega_1 - \Sigma_1' \Sigma_1' - \Sigma_1 | \ell_1 \Omega_1 - \Sigma_1\rangle \times$$

$$\times \langle \ell_2' k\, \Omega_2 - \Sigma_2' \Sigma_2' - \Sigma_2 | \ell_2 \Omega_2 - \Sigma_2\rangle + \delta_{K0} (-1)^{1-l_1-l_2}\; E_{12}' \qquad /10/$$

В /10/ знак ΔE_{12} зависит от выбора знака потенциала / np /-взаимодействия, а также от спина состояния $(\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 = 0, \pm 1)$.

Рассмотрим частный случай, когда оба нечетных нуклона находятся в чистых осцилляторных состояниях. Тогда

$$E_{12}(K = \Omega_1 - \Omega_2) - E_{12}(K = \Omega_1 + \Omega_2) =$$

$$= -2a \sum_k (2k+1) F^k (0\ell_1; 0\ell_1; 0\ell_2; 0\ell_2) \langle \ell_1 k00 | \ell_1 0\rangle \times$$

$$\times \langle \ell_2 k00 | \ell_2 0\rangle \langle \ell_1 k\, \Omega_1 - \tfrac{1}{2}\, 0 | \ell_1 \Omega_1 - \tfrac{1}{2}\rangle \times \qquad /11/$$

$$\times \langle \ell_2 k\, \Omega_2 - \tfrac{1}{2}\, 0 | \ell_2 \Omega_2 - \tfrac{1}{2}\rangle + (-1)^{1-l_1-l_2} \delta_{K0} E_{12}'$$

причем

$$E_{12}' = 2a\, \delta_{\ell_1 \ell_2} F^{2\ell_1} (4\ell_1 + 1) \, |\langle \ell_1 2\ell_1 00 | \ell_1 0\rangle|^2 \times$$

$$\times |\langle \ell_1 2\ell_1 - \ell_1 2\ell_1 | \ell_1 \ell_1\rangle|^2 \qquad /12/$$

Из /11/ и /12/ видно, что вклад в энергию расщепления дают лишь зависящие от спинов силы, причем величина ΔE_{12} пропорциональна a . Это заключение является точным, если $K \neq 0$. В общем случае в E_{12}' дают некоторый вклад и обычные вигнеровские силы, однако с увеличением деформации этот вклад уменьшается, асимптотически стремясь к нулю. Из /12/ видно, что в рассматриваемом предельном случае $E_{12}' \neq 0$, если оба нуклона находятся в одном состоянии с антипараллельными спинами. В общем случае $E_{12}' \neq 0$, если нуклоны находятся в различных состояниях с одинаковыми Ω ; однако величина E_{12}' больше в состояниях с антипараллельными спинами, чем в состояниях с параллельными спинами /асимптотическое правило /.

Для сил притяжения $F^k < 0$ и мы получаем из /11/ и /12/, что состояние с $K = \Omega_1 + \Omega_2$ /спины параллельны/ будут более низким по энергии , чем состояние с $K = \Omega_1 - \Omega_2$ /спины антипараллельны/. Полученный вывод согласуется с правилами Мошковского и Галлахера [4].

Для конкретных расчетов выберем силы нулевого радиуса действия

$$V(|\vec r_1 - \vec r_2|) = -4\pi g \delta(\vec r_1 - \vec r_2), \qquad /13/$$

где $g = const$ и определена ниже. Для такого потенциала радиальные интегралы легко вычисляются с помощью методики Талми [9], причем все F^k не зависят от k ;

$$F^k \equiv F^0(n_1\ell_1; n_1'\ell_1'; n_2\ell_2; n_2'\ell_2') =$$

$$= - g\sqrt{\frac{2\nu^3}{\pi}}\left[\frac{(2\ell_1+2n_1+1)!!\,(2\ell_1'+2n_1'+1)!!}{n_1!\,n_1'!\,n_2!\,n_2'!}\right. \times$$

$$\times \left.\frac{(2\ell_2+2n_2+1)!!\,(2\ell_2'+2n_2'+1)!!}{2^{\ell_1+\ell_1'+\ell_2+\ell_2'+n_1+n_1'+n_2+n_2'}}\right] \times$$

$$\times \sum_{m_1=0}^{n_1}\sum_{m_2=0}^{n_2}\sum_{m_1'=0}^{n_1'}\sum_{m_2'=0}^{n_2'}(-1/2)^{m_1+m_2+m_1'+m_2'}\binom{n_1}{m_1}\binom{n_1'}{m_1'}\binom{n_2}{m_2}\binom{n_2'}{m_2'} \times \qquad /14/$$

$$\times \frac{(\ell_1+\ell_1'+\ell_2+\ell_2'+2m_1+2m_1'+2m_2+2m_2'+1)!!}{(2\ell_1+2m_1+1)!!\,(2\ell_1'+2m_1'+1)!!\,(2\ell_2+2m_2+1)!!\,(2\ell_2'+2m_2'+1)!!},$$

где $\nu = \frac{\omega m}{h}$, $\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$. Таблицы значений этих интегралов для некоторых случаев приведены в работе Зельдеса /10/. В общем случае можно показать, что F^0 убывает с ростом ℓ и n, принимая максимальные значения для совпадающих значений ℓ и $n = 0$.

Значения параметра $g\left[\frac{2\nu^3}{\pi}\right]^{1/2} \equiv W_0$ приводились в ряде работ /10,11/. В соответствии с данными Зельдеса выберем $W_0 = 2{,}4$ MeV

Вычисленные энергии расщепления уровней в некоторых легких ядрах при $a = 0{,}1$ приведены в таблице для различных значений параметра деформации η. В случае Al^{28} расчеты проделаны для двух возможных конфигураций, причем первая конфигурация, в которой нейтрон находится в состоянии $\{1/2^+[211]\}$, противоречит правилам Мошковского и Галлахера /а также и экспериментальным данным по (d,p) -реакциям/. Однако при малях значениях η состояние со спином $I=3$ этой конфигурации опять становится основным состоянием.

Экспериментально найдена очень большая величина расщепления в Na^{24}(472 keV) и она пока не может быть объяснена в рамках сделанных предположений.

Расчеты, проведенные для некоторых тяжелых деформированных ядер / Lu^{174}, Lu^{176}, Ta^{178} и др./, дают величину расщепления меньшую экспериментальной /при тех же значениях W_0 и a /. По-видимому, здесь вследствие большой плотности уровней будут существенны эффекты второго приближения, а также эффекты влияния нецентральных сил /в приближении сил нулевого радиуса действия тензорные силы отсутствуют/. Наконец, вполне возможно сильное изменение параметров взаимодействия при переходе от легких ядер к тяжелым.

Отметим несколько особенностей в расщеплении уровней, если один из них имеет спин $I = 0$. Вклад от E_{12}' в расщепление существенен, когда в состоянии с $K = 0$ спины нуклонов антипараллельны /например, в Al^{26}, Ho^{166}, Lu^{176}/. Однако знак, с которым E_{12}' входит в ΔE_{12}, зависит от четности состояния: $(-1)^{l_1+l_2} = 1$ для

0^- -состояния и $(-1)^{l_1+l_2}=-1$ для 0^+-состояния. Поэтому в случае четных состояний добавление E'_{12} приводит к увеличению энергии расщепления, в случае же нечетных состояний E'_{12} выходит в ΔE_{12} с отрицательным знаком. В последнем случае в зависимости от величины E'_{12} уровни $K^{\pi}=0^-$ и $K^{\pi}=(2\Omega)^-$ могут оказаться очень близкими. Если величина E'_{12} велика, то может произойти нарушение правила Галлахера и Мошковского: уровень 0^- может оказаться основным /при этом спины нуклонов антипараллельны/. Расчеты показывают, что подобная ситуация может быть в Ho^{166} : уровни 0^- и 7^- либо очень близки, либо уровень 0^- является основным.

Заметим также, что в первом порядке взаимодействие нечетного нейтрона -/протона/ с парами протонов /нейтронов/ на вырожденных орбитах не дает вклада в энергию расщепления дублетных состояний.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В.Г. Соловьеву за предложенную тему и постоянное внимание к работе, В.В. Балашову, Б.Н. Захарьеву и В.Б. Беляеву за весьма полезные дискуссии.

Литература

1. Nuclear Data Sheets, 1960. Landolt-Bornstein, V.I. Energy Levels of Nuclei, Berlin,.
2. S.P.Pandya and S.K.Shah, Nucl. Phys. 24, 326 (1961).
3. F.C.Barker, Phys. Rev. 122, 572 (1961).
4. C.J.Gallagher, Ir. and S.A.Moszkowsky, Phys. Rev. III, 1282 (1958).
5. G.Racah, Phys. Rev. 62, 438 (1942).
6. S.G.Nilsson, Kgl. Dan. Vid. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 29, no 16 (1955),
7. A. Bohr, Kong. Dan. Vid. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 26, no 14 (1952),
8. N.D. Newby, Phys. Rev. 125, 2063 (1962).
9. I. Talmi, Helv. Phys. 25, 185 (1952).
10. N. Zeldes, Nucl. Phys. 2, 1 (1956-57).
11. A. de-Shalit and M. Goldhaber, Phys. Rev. 92, 1211 (1953).

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июня 1962 года.

Таблица

Ядро	Конфигурация	$I\pi$ осн.сост.	$I'\pi'$ возб.сост.	ΔE_{12} (теор.) keV. $\eta=2$	$\eta=4$	$\eta=6$	ΔE_{12} (экспер.) keV.
Na^{24}	p 3/2 + [211]↑ n 5/2 + [202]↑	4+	1+	60	72	78	472
Al^{26}	p 5/2 + [202]↑ n 5/2 + [202]↑	5+	0+	360	360	360	229
Al^{28}	p 5/2 + [202]↑ n 1/2 + [211]↓	2+	3+	-17,2	43	67	
	p 5/2 + [202]↑ n 1/2 + [200]↑	3+	2+	8,6	52	61,6	31
P^{32}	p 1/2 + [200]↑ n 3/2 + [202]↓	1+	2+	10,8	46,5	61,5	77
K^{38}	p 3/2 + [202]↓ n 3/2 + [202]↓	3+	0+	304	326	338	123