



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

---

Б.Н. Калинин, Б.И. Пустыльник

P-989

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ  
ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ  
В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Дубна 1962 год

Б.Н. Калинин, Б.И. Пустыльник

P-989

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ  
ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ  
В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Направлено в "Acta Physica Polonica"

Дубна 1962 год

## А н н о т а ц и я

Рассмотрено упругое рассеяние тяжелых ионов в квазиклассическом приближении. Найден оптимальный набор параметров ядерного взаимодействия, который соответствует хорошему согласию с экспериментом и является общим для многих случаев. Показано, что при упругом рассеянии тяжелых ионов, обладающих большим зарядом, на тяжелых ядрах можно обнаружить эффект динамической деформации.

Elastic Scattering of Heavy Ions in the Quasi-Classical Approximation

B.N. Kalinkin, B.I. Pustynnik

### **A b s t r a c t**

Elastic scattering of heavy ions has been treated in the quasi-classical approximation. The optimal set of the nuclear interaction parameters has been found which is in good agreement with experiment and holds for many cases. It is shown that in elastic scattering of heavy ions having great charges on heavy nuclei it is possible to observe the effect of the dynamic deformation.

## 1.

Исследование упругого рассеяния тяжелых ионов на ядрах представляет значительный интерес, так как с его помощью можно получить определенную информацию об основных параметрах взаимодействия атомных ядер.

Для получения такой информации в случае взаимодействия нуклонов с ядрами обычно используется оптическая модель. Однако в случае рассеяния тяжелых ионов задача сильно усложняется, так как необходимо иметь до сотни комплексных фаз, которые должны быть определены из решения соответствующих дифференциальных уравнений. Задача становится особенно трудной при изучении рассеяния ионов на средних и тяжелых ядрах.

Поэтому желательно использовать иные методы описания рассеяния. Одной из таких попыток явилась работа Блэйра / Blair 1954/, который воспользовался теорией рассеяния заряженных частиц на ядрах /в приближении черного тела/, развитой Ахиезером и Померанчуком / Akhiezer and Pomerenchuk 1945/. В целях более удовлетворительного согласия с экспериментальными данными, помимо эффективного радиуса взаимодействия  $R$ , оказалось необходимым ввести дополнительно параметр, описывающий плавное включение поглощения.

Согласно этой модифицированной теории, отношение дифференциального сечения упругого рассеяния к соответствующему сечению Резерфордского рассеяния  $\sigma_e$  равно:

$$\sigma/\sigma_e = \{ \cos [a \ln \sin^2(\theta/2)] + [\sin^2(\theta/2)/a] \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)(1-A_{\ell}) \times \sin[2(\sigma_{\ell}-\sigma_0)] P_{\ell}(\cos\theta) \}^2 + \{ \sin[a \ln \sin^2(\theta/2)] + [\sin^2(\theta/2)/a] \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)(1-A_{\ell}) \cos[2(\sigma_{\ell}-\sigma_0)] P_{\ell}(\cos\theta) \}^2 \quad /1/$$

где  $a = (z_1 z_2 e^2) / hv$  /как правило  $a \gg 1$  /;  $A_{\ell} = \{ 1 + \exp[(\ell_0 - \ell) / \Delta\ell] \}^{-1}$   
 $\Delta\ell$  обычно порядка  $\sim 3$ ;  $\sigma_{\ell} - \sigma_0 = \sum_{s=1}^{\ell} \arctg(a/s)$  — разность кулоновских фаз. Параметр  $\ell_0$  связан с радиусом взаимодействия  $R$  соотношением  $E \text{ с.ц.м.} = (z_1 z_2 e^2) / R + h^2 \ell_0 (\ell_0 + 1) / 2\mu R^2$ .

Подбирая значения параметров  $\ell_0$  и  $\Delta\ell$  можно добиться неплохого согласия кривой /1/ с экспериментом в области небольших углов. При этом  $r_0 (R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))$  оказывается весьма значительной величиной  $r_0 \approx 1,48 \cdot f$ .

В настоящее время нет экспериментов по упругому рассеянию тяжелых ионов на большие углы. Однако применяя указанную теорию к рассеянию  $\alpha$ -частиц, удается получить согласие с экспериментом только в области малых углов. Этот факт не является странным, так как в данном случае делается попытка объяснить весь эффект упругого рассеяния только за счет "теневого" рассеяния.

В области больших углов теоретическая кривая резко падает, в то время как эксперимент указывает на наличие "насыщения". Для исправления ситуации необходимо ввести

действительный потенциал. Наличие скачка потенциала на границе ядра приводит к увеличению доли отраженных волн в направлении назад. Естественно, что значение  $r_0$  при этом должно измениться.

## 2.

При исследовании упругого рассеяния тяжелых ионов на ядрах можно использовать квазиклассический метод. Ранее Форд и Уилер / Ford and Wheeler 1959/ применили его к рассеянию  $\alpha$ -частиц. В этом случае условия квазиклассичности выполняются недостаточно хорошо. Напротив, при рассмотрении рассеяния тяжелых ионов они выполняются намного лучше. Поэтому можно надеяться получить более корректные результаты.

Амплитуда рассеяния  $f(\theta)$  в квазиклассическом приближении может быть представлена в виде:

$$f(\theta) = - \frac{\lambda}{(2\pi \sin \theta)^{1/2}} \int_0^{\infty} (\ell + 1/2)^{1/2} \{ e^{i[2\delta_\ell - (\ell + 1/2)\theta - \pi/4]} - e^{i[2\delta_\ell + (\ell + 1/2)\theta + \pi/4]} \} d\ell, \quad /2/$$

где  $\delta_\ell$  - квазиклассическая фаза:

$$\delta_\ell = \int_{r_0}^{\infty} \{ \frac{1}{h} (2\mu(E - u(r) - \hbar^2 \ell(\ell + 1)/r^2) - k) dr + \frac{\pi}{2} (\ell + 1/2) - k r_0 \}. \quad /3/$$

В точках экстремума выражения /2/ имеем  $2d\delta_\ell/d\ell \pm \theta = 0$ , где  $\theta(\ell)$  совпадает с классической функцией отклонения. Наш случай /потенциал отталкивания/ соответствует знаку " — ". По сути дела, к вычислению этой функции и сводится вся задача.  $u(r)$  в выражении /3/ представляет сумму ядерного и кулоновского потенциалов. В качестве ядерного потенциала был использован потенциал Саксона-Вуда:  $V(r) = -V_0 \{ 1 + \exp[(r - R)/a] \}^{-1}$ .

При вычислении кулоновского потенциала были использованы результаты работы / Hill, Ford 1954/. Если исходить из предположения, что заряд в ядре-мишени распределен так же как ядерное вещество, т.е.  $\rho_n = \{ 1 + \exp[(r - R_0)/b] \}^{-1}$ , где  $R_0$  - средний радиус ядра,  $b \approx 0,5, f$ , то для потенциала имеем:

$$V_c = \frac{z_1 z_2 e^2}{R_0} \left[ \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} x^2 + \frac{e^{-n}}{n^2} \left( \frac{1 - e^{nx}}{nx} + \frac{1}{2} e^{nx} \right) \right] \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{n^2} + \frac{e^{-n}}{n^3} \right]^{-1}; \quad x = \frac{r}{R_0} < 1 \quad /4/$$

$$V_c = \frac{z_1 z_2 e^2}{R_0} \left[ \frac{1}{x} - e^{n(1-x)} \left( \frac{1}{x} + \frac{n}{2} \right) \right] \left[ e^{-n} + 2n + \frac{n^3}{3} \right]^{-1}; \quad x = \frac{r}{R_0} \geq 1.$$

Значение  $n = 10$  наилучшим образом соответствует указанному распределению заряда. Очевидно, что функцию отклонения можно получить только с помощью электронной вычислительной машины.

Отношение сечения упругого рассеяния к сечению Резерфордского рассеяния равно / Ford and Wheeler 1959/:

$$\sigma/\sigma_c = \frac{2u_r(\ell^* + 1/2) \sin^4(\theta/2)}{a^2 \rho \gamma \sin \theta} \exp[4\rho u_r(\gamma \cos \gamma - \sin \gamma)], \quad /5/$$

причем

$$\theta(\ell) = \theta_r - \rho \left[ \ln \left( \frac{\ell - \ell_1}{\ell_n - \ell_1} \right) \right]^2, \quad \left[ \frac{d\theta}{d\ell} \right]_{\ell = \ell_n} = 0,$$

$$u_r = \ell_r - \ell_1, \quad \gamma = [(\theta - \theta_r)/\rho]^{1/2}, \quad \theta_r = \theta(\ell_r).$$

Формула /5/ получается по методу перевала и применима при  $0,5 \lesssim \gamma \lesssim 1,8$ ;  
l\* соответствует парциальной волне, дающей наибольший вклад в сечение.

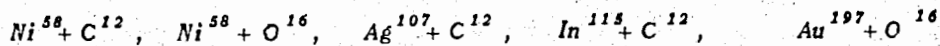
### 3.

Функция  $\theta(\ell)$  вычислялась для различных наборов параметров  $V_0$ ,  $R$ ,  $a$ .  
Обнаружена сильная зависимость выражения /4/ от  $R(r_0)$  и  $a$ . Зависимость от величины ядерного потенциала  $V_0$  значительно слабее. Кроме того оказалось, что наиболее существенная часть функции отклонения  $\theta(\ell)$  определяется той областью значений  $r$ , где отличие  $V_c$ , определяемого по формуле /4/, от  $V_c$ , определяемого как взаимодействие двух точечных зарядов, незначительно.

Кривые  $\sigma/\sigma_c$  вычислялись в угловом интервале, где применима формула /5/. Эта область, кроме того, является наиболее интересной, так как здесь становятся важными ядерные силы. Ясно, что кривая  $\sigma/\sigma_c$  в области совсем малых углов должна стремиться к единице, ибо малые углы соответствуют большим прицельным параметрам, где взаимодействие становится чисто кулоновским.

Удовлетворительное согласие с экспериментальными данными

/ Reynolds, Goldberg and Kerlee 1960 ; Alster, Conzett 1960, M. Intyre, Backer 1959 / для реакций



/рис. 1,2,3/ получено при значениях параметров:

$$V_0 = +45 \text{ Мэв}, \quad r_0 = 1,28 \cdot f, \quad a = 0,55 \cdot f$$

Для совпадения  $\sigma/\sigma_c$  с экспериментальными данными по реакции  $Ta^{181} + C^{12}$  оказалось необходимым несколько уменьшить значение  $r_0$  /  $r_0 = 1,256 \cdot f$  /

/Рис. 2/. Случай  $Bi^{209} + O^{16}$  лучше описывается набором  $V_0 = +45 \text{ Мэв},$

$$r_0 = 1,28 f, \quad a = 0,45 f \quad \text{/Рис. 3/.}$$

Наконец, в случае рассеяния ионов  $Ne^{20}$  на  $Au^{197}$  и  $Bi^{209}$  наилучшее совпадение соответствует  $r_0 \approx 1,212$  /Рис. 4/.

Таким образом, в большинстве случаев, когда ядро - мишень можно считать сферическим, а заряд иона не слишком велик, теоретические кривые хорошо согласуются с экспериментальными данными при одних и тех же значениях параметров:  $V_0 = +45 \text{ Мэв},$

$$r_0 = 1,28 \cdot f, \quad a = 0,55 \cdot f.$$

Поправка к значению  $r_0$  необходима для реакции  $Ta^{181} + C^{12}$ . Вероятно, этот факт связан с наличием у  $Ta^{181}$  большой деформации. В процессе столкновения ядро  $Ta^{181}$  может заметно изменить свою ориентацию в результате кулоновского взаимодействия. Вследствие этого может произойти некоторое уменьшение эффективного радиуса взаимодействия. С этой точки зрения интересно исследовать зависимость радиуса взаимодействия от энергии столкновения.

На рис. 4 представлены экспериментальные данные и теоретические результаты по упругому рассеянию  $Ne^{20}$  на  $Au^{197}$  и  $Bi^{209}$ . Пунктиром обозначены кривые, полученные при значениях параметров  $V_0 = + 45$  Мэв,  $a = 0,55 \cdot f$ ,  $r_0 = 1,28f$ . Сразу видно сильное отличие этих кривых от экспериментальных данных. Этот факт также не является странным. В работе Калинкина /Калинкин, Ом Сан Ха 1961/, было показано, что при рассеянии ионов, обладающих большим зарядом и малой жесткостью /ионов типа  $Ne^{20}$ / на тяжелых ядрах может проявиться эффект динамической деформации, который приводит к уменьшению эффективного радиуса взаимодействия.

Сплошные кривые на рис. 4 вычислены с учетом такой деформации. Необходимая поправка к радиусу по порядку величины совпадает с вычисленной в работе /Калинкин, Ом Сан Ха 1961/.

Таким образом, информация, извлекаемая из данных по упругому рассеянию, может дать общее представление о значениях параметров взаимодействия тяжелых ионов с ядрами, а в ряде случаев - и некоторые детали этого взаимодействия.

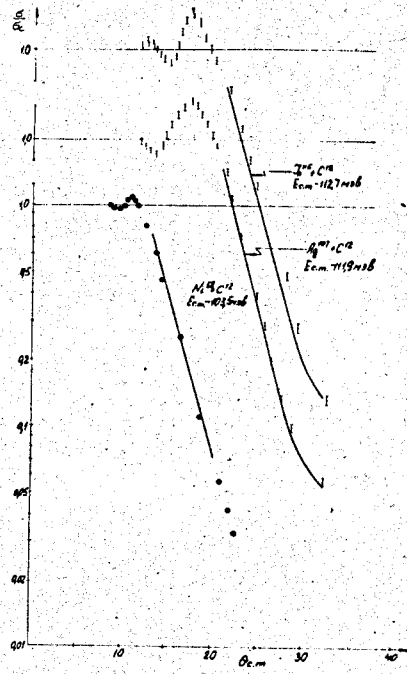
В целях дальнейшего уточнения картины весьма желательна постановка экспериментов по упругому рассеянию на большие углы и определению зависимости сечения от энергии.

Авторы признательны З.М. Косаревой за помощь в численных расчетах.

#### Л и т е р а т у р а

1. Akhieser, A., Pomeranchuk, I., J. Phys., ( USSR ) 9, 471 ( 1945 ).
2. Alster, J., Conzett, H.E., Proc. of the Second Conference on Reactions between Complex Nuclei, J.Wiley & Sons, Inc., N.Y. ( 1960 ).
3. Blair, J. S., Phys. Rev., 95, 218 ( 1954 )
4. Ford, K. W., Wheeler, J.A., Ann. Phys., 7, 259 ( 1959. )
5. Hill, D.L., Ford, K.W., Phys. Rev., 94, 1617 ( 1954 )
6. Б.Н. Калинкин, Ом Сан Ха, ОИЯИ, Р-761 /1961/.
7. McIntyre, J.A., Backer, S.D., Phys. Rev., 116, 1212 ( 1959 )
8. Reynolds, H.L., Goldberg, E., Kerlee, D.D., Phys. Rev., 119, 2009 ( 1960 ).

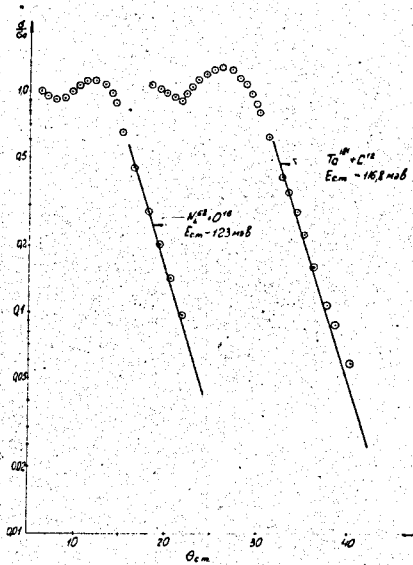
Рукопись поступила в издательский отдел  
22 мая 1962 года.



Р и с. 1.

Упругое рассеяние

$C^{12}$ на $Ni^{58}$	/	$a - 0,55 f$	$R - 7,92 f$	$V_0 - 45 \text{ МэВ/}$
$C^{12}$ на $Ag^{107}$	/	$a - 0,55 f$	$R - 9,01 f$	$V_0 - 45 \text{ МэВ/}$
$C^{12}$ на $In^{115}$	/	$a - 0,55 f$	$R - 9,16$	$V_0 - 45 \text{ МэВ/}$

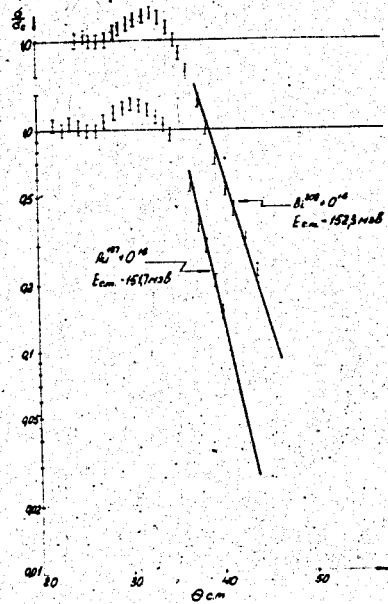


Р и с. 2.

Упругое рассеяние

$O^{16}$ на $Ni^{58}$	/	$a - 0,5 f$	$R - 8,181 f$	$V_0 - 45 \text{ МэВ/}$
$C^{12}$ на $Ta^{181}$	/	$a - 0,55 f$	$R - 9,97 f$	$V_0 - 45 \text{ МэВ/}$

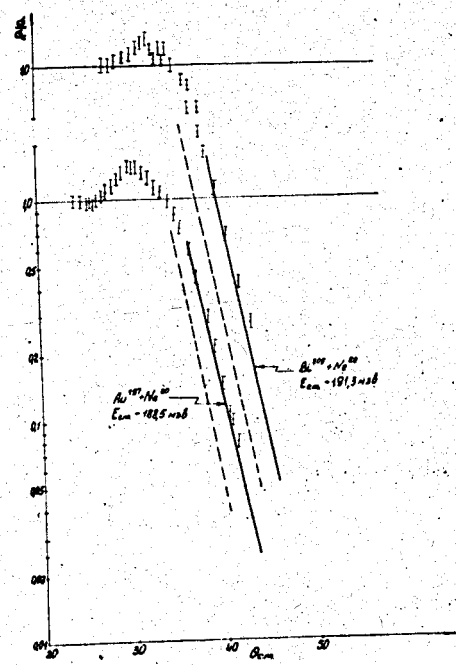




Р и с. 3.

Упругое рассеяние

$O^{16}$ на $Au^{197}$	$a -0,55 f$	$R -10,65 f$	$-45 \text{ МэВ/}$
$O^{16}$ на $Bi^{209}$	$a -0,45 f$	$R -10,82 f$	$-45 \text{ МэВ/}$



Р и с. 4.

Упругое рассеяние

$Ne^{20}$ на $Au^{197}$	$V_0 -45 \text{ МэВ}$	$a -0,5 f$	$R -10,52 f$	/с учетом деформации/
$Ne^{20}$ на $Au^{197}$	$V_0 -45 \text{ МэВ}$	$a -45 f$	$R -0,55 f$	/без учета деформации/
$Ne^{20}$ на $Bi^{209}$	$V_0 -45 \text{ МэВ}$	$a -0,55 f$	$R -10,48 f$	/с учетом деформации/
$Ne^{20}$ на $Bi^{209}$	$V_0 -45 \text{ МэВ}$	$a -0,55 f$	$R -11,08 f$	/без учета деформации/