ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики
Лаборатория высоких энергий

В.И. Огиевецкий, Э.О. Оконов, М.И. Подгорецкий

Р - 960

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПАР $K^0\tilde{K}^0$ -МЕЗОНОВ

Дубна 1962 года

В.И. Огиевецкий, Э.О. Оконов, М.И. Подгорецкий

Р - 960

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПАР $K^{\circ}\tilde{K}^{\circ}$ -МЕЗОНОВ

Дубна 1962 года

А н н о т а ц и я

Рассмотрен вопрос о зависимости поведения систем $K^{o}\tilde{K}^{o}$ от четности орбитального момента.

A b s t r a c t

A problem is considered as to how the behaviour of the $K^{o}\tilde{K}^{o}$ systems depends upon whether the orbital angular momentum is even or odd.

Рассмотрим какую-либо ядерную реакцию, в результате которой в числе других вторичных частиц образуется система $K\tilde{K}$ [x/]. Ниже будет показано, что такая система обладает рядом специфических особенностей, не свойственных одиночным K-мезонам и системам типа KK либо $K\tilde{K}$. Некоторые из этих особенностей уже обсуждались в работах[/1-5/]. В настоящей заметке проведено общее рассмотрение вопроса и получены некоторые новые заключения /см. также[/6/]/.

§ 1. Система $K\tilde{K}$, как и любая система бозон-антибозон, обладает одной важной особенностью: ее комбинированная четность всегда положительна $(CP=+1)$. Действительно, при любом орбитальном моменте ℓ, зарядовое сопряжение дает фазовый множитель $(-1)^{\ell}$; в точности такой же множитель дает и пространственное отражение P, так что после CP-преобразования общий фазовый множитель равен $(-1)^{2\ell}=+1$.

С другой стороны, пары K_1K_1 и K_2K_2 в силу тождественности входящих в них частиц всегда находятся в состояниях с четными орбитальными моментами. Так как комбинированная четность K_1- и K_2-частиц соответственно положительна и отрицательна, то комбинированная четность пары K_1K_2 равна $(-1)^{\ell+1}$. Поэтому, если эта пара образовалась из системы $K\tilde{K}$, обладающей, как было показано выше, $CP=+1$, то для нее возможны только нечетные орбитальные моменты[xx/]. Таким образом мы сталкиваемся с очень своеобразной ситуацией, когда схема распада является непосредственным детектором четности орбитального момента для каждого фиксированного акта взаимодействия.

Вблизи порога пара $K\tilde{K}$ образуется, вообще говоря, в S-состоянии. Из сказанного вытекает, что в этих условиях она может распадаться только по схемам K_1K_1, либо K_2K_2, но не по схеме K_1K_2.

Если орбитальный момент нечетен, то возможны распады только типа K_1K_2. Поскольку единственным выделенным направлением может служить только направление движения центра тяжести пары $K\tilde{K}$, то в системе центра масс этой пары угловое распределение K-мезонов должно быть симметричным относительно плоскости, перпендикулярной к указанному направлению. Кроме того, в силу антисимметрии волновой функции невозможен вылет частиц под углом $\pi/2$. Обозначим через $\vec{p}$ и $\vec{q}$ импульсы рассматриваемых частиц в лабораторной системе координат, а через E_p и E_q - их энергии. Тогда из упомянутой антисимметрии волновой функции вытекают

[x/] Здесь и ниже рассматриваемые K- и $\tilde{K}$-мезоны всегда предполагаются нейтральными.

[xx/] Если пара K_1K_2 образуется из системы KK либо $\tilde{K}K$, то ее орбитальный момент обязательно четен.

следующие равенства для полных вероятностей распада:

$$W\{K_1(\vec{p}), K_2(\vec{q})\} = W\{K_1(\vec{q}), K_2(\vec{p})\} = ½ \tag{1}$$

$$W\{K_1(E_p), K_2(E_q)\} = W\{K_1(E_q), K_2(E_p)\} = ½ \tag{1'}$$

Кроме того, во всех системах координат, кроме системы центра инерции рассматриваемых K -мезонов, имеет также место дополнительное равенство:

$$W\{K_1(E_p), K_2(E_q)\} = 0 \qquad E_p = E_q , \qquad /2/$$

т.е. K_1 K_2 -частицы не могут иметь одинаковой энергии.

Для нечетных угловых моментов волновая функция антисимметрична и непосредственно после возникновения пары $K\tilde{K}$ имеет вид:

$$\psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\{K(\vec{p})\tilde{K}(\vec{q}) - K(\vec{q})\tilde{K}(\vec{p})\} . \qquad /3/$$

Известно, что K-, $\tilde{K}$ - мезоны связаны с K_1 и K_2-частицами соотношениями

$$K = \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2}} , \quad \tilde{K} = \frac{K_1 - iK_2}{\sqrt{2}} \qquad /4/$$

$$K_1 = \frac{K + \tilde{K}}{\sqrt{2}} , \quad K_2 = \frac{K - \tilde{K}}{i\sqrt{2}} . \qquad /4'/$$

Используя /4/, можно переписать ψ_a в виде

$$\psi_a = \frac{1}{i\sqrt{2}}\{K_1(\vec{p}), K_2(\vec{q}) - K_1(\vec{q})K_2(\vec{p})\} . \qquad /3'/$$

Отметим, что состояние /3'/ обладает странностью, равной нулю, хотя K_1 и K_2 - частицам в отдельности нельзя приписать определенную странность. В этом заключается существенное отличие от случая одиночного рождения, когда образующаяся частица с необходимостью обладает определенной странностью. Волновые функции K_1- и K_2- частиц содержат, как известно /см. также начало § 2/, временные множители

$$exp\left[\left(-im_1 - \frac{\lambda_1}{2}\tau\right)\right] \quad \text{и} \quad exp\left[\left(-im_2 - \frac{\lambda_2}{2}\theta\right)\right] ,$$

где m_1 и m_2 - массы K_1- и K_2 - частиц, а τ и θ - их собственные времена, отличающиеся от лабораторного времени множителями $\sqrt{1-v_1^2}$ и $\sqrt{1-v_2^2}$ /всюду предполагается $\hbar = c = 1$ /. Поэтому окончательно можно записать:

$$\psi_a = \frac{1}{i\sqrt{2}} \{ K_1(\vec{p})\, K_2(\vec{q}) \exp\left[-i(m_1\tau + m_2\theta) - \frac{\lambda_1}{2}\tau - \frac{\lambda_2}{2}\theta \right] -$$

$$- K_2(\vec{p})\, K_1(\vec{q}) \exp\left[-i(m_1\tau + m_2\theta) - \frac{\lambda_1}{2}\tau - \frac{\lambda_2}{2}\theta \right] \} . \qquad /3''/$$

Следует специально подчеркнуть, что в общем случае из-за различия величин E_p и E_q собственные времена τ и θ по разному отличаются от лабораторного времени t.

С помощью /3/ можно вычислить вероятность того, что в интервалах $d\tau$ и $d\theta$ будут обнаружены распады типа K_1 и K_2. Для соответствующей плотности вероятности сразу получаем:

$$W\{ K_1(\vec{p}),\, K_2(\vec{q});\, \tau, \theta \} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2} \exp(-\lambda_1\tau - \lambda_2\theta), \qquad /5/$$

точно так же

$$W\{ K_2(\vec{p}),\, K_1(\vec{q});\, \tau, \theta \} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2} \exp(-\lambda_2\tau - \lambda_1\theta). \qquad /5'/$$

Обе вероятности совпадают при $\tau = \theta$. Интеграция /5/ и /5'/ по τ и θ приводит к соотношению /1/.

Для четных угловых моментов волновая функция симметрична и непосредственно после возникновения пары $K\tilde{K}$ имеет вид:

$$\psi_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ K(\vec{p})\, \tilde{K}(\vec{q}) + K(\vec{q})\, \tilde{K}(\vec{p}) \} . \qquad /6/$$

Другая возможная запись –

$$\psi_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ K_1(\vec{p})\, K_1(\vec{q}) + K_2(\vec{p})\, K_2(q) \} , \qquad /6'/$$

а с учетом временной зависимости –

$$\psi_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ K_1(\vec{p})\, K_1(\vec{q}) \exp\left[-im_1(\tau+\theta) - \frac{\lambda_1}{2}(\tau+\theta) \right] +$$

$$+ K_2(\vec{p})\, K_2(\vec{q}) \exp\left[-im_2(\tau+\theta) - \frac{\lambda_2}{2}(\tau+\theta) \right] \} . \qquad /6''/$$

Из /6''/ немедленно следует выражение для плотностей вероятности:

$$W\{ K_1(\vec{p}),\, K_1(\vec{q});\, \tau, \theta \} = \frac{\lambda_1^2}{2} \exp\left[-\lambda_1(\tau+\theta) \right], \qquad /7/$$

$$W\{K_2(\vec{p}), K_2(\vec{q}); r,\theta\} = \frac{\lambda_2^2}{2} \exp[-\lambda_2(r+\theta)] . \qquad /7'/$$

Интеграция /7/ и /7'/ по r и θ дает соответствующие полные вероятности

$$W\{K_1(\vec{p})K_1(\vec{q})\} = W\{K_2(\vec{p})K_2(\vec{q})\} = ½ . \qquad /8/$$

Для одиночных K- и $\tilde{K}$ -мезонов, а также для пар $\tilde{K}\tilde{K}$ либо KK все типы схем распада равновероятны. Не так ведут себя пары $K\tilde{K}$, для которых, как было выяснено, равновероятны только схемы распада K_1K_1 и K_2K_2. Полная вероятность распада системы $K\tilde{K}$

$$W(K\tilde{K}) = 2W(K_1K_1) + W(K_1K_2), \qquad /9/$$

причем в общем случае нельзя указать никакого априорного соотношения между вероятностями $W(K_1K_1)$, $W(K\tilde{K})$; оно может быть установлено в соответствующих экспериментах, в которых тем самым будет определен относительный вес состояний с четными и нечетными угловыми моментами. Из сказанного также следует, что в общем случае нельзя считать справедливым используемое в некоторых экспериментальных работах предположение о том, что полное число образующихся пар $K\tilde{K}$ в четыре раза больше числа распадов типа K_1K_1. В качестве примера можно указать, что вблизи порога соответствующее отношение равно не четырем, а двум.

В общем случае присутствуют как четные, так и нечетные угловые моменты, и волновая функция имеет вид

$$\Psi = \alpha\psi_c + \beta\psi_a, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 . \qquad /10/$$

В дальнейшем мы будем полагать

$$\alpha = a e^{+iA}, \ \beta = b e^{iB}, \ C = A - B ,$$

где a, b, A и B - действительные числа. Следует учитывать, что введенные амплитуды и фазы, вообще говоря, зависят от $\vec{p}$ и $\vec{q}$. Так, например, при $E_p = E_q$, антисимметричная часть волновой функции исчезает, т.е. $b = 0$. Имеется также зависимость от импульсов вторичных частиц, образующихся вместе с рассматриваемой парой $K\tilde{K}$.

Если бы речь шла о парах π - мезонов, либо о парах KK, $\tilde{K}\tilde{K}$, то величины a, b и C можно было бы определить путем анализа вида углового распределения. В случае пар $K\tilde{K}$ такой метод остается в силе в отношении величин a и b /хотя их можно определить и значительно проще - по соотношению между

---

x/ Из указанного отсутствия интерференции следует, между прочим, что в системе центра инерции пары $K\tilde{K}$ -угловые распределения K_1 и K_2 - частиц, рассматриваемые порознь, должны быть симметричны /суммарное угловое распределение симметрично "поневоле", так как в каждом акте возникают две частицы, летящие в противоположных направлениях/.

частотами распадов типа K_1K_1 и K_2K_2 /, но не для C. Действительно, наблюдая распады пар $K\tilde{K}$ по схемам, соответствующим различным возможным комбинациям K_1 и K_2, мы можем в каждом отдельном случае установить четность углового момента. В этих уловиях интерференция между четными и нечетными моментами отсутствует[x] и величина C, входящая, как известно, только в интерференционный член, не может быть определена. Но "природа не терпит пустоты", и ниже мы увидим, что для пар $K\tilde{K}$ возможен другой совершенно специфический метод, позволяющий к тому же экспериментально определить C не только по абсолютной величине, но и по знаку.

В заключение настоящего параграфа хочется отметить, что рассмотренные различия в поведении систем $K\tilde{K}$ и KK / либо $\tilde{K}\tilde{K}$ / имеют очень простой физический смысл. В системе KK по любому фиксированному направлению при всех условиях летит именно K -мезон. Поэтому наблюдаемые явления целиком определяются внутренними свойствами K -мезона и никак не зависят от событий, разыгрывающихся в любом другом направлении. Не то для системы $K\tilde{K}$, поскольку в этом случае в каждом направлении может, вообще говоря, полететь как K^0 -мезон, так и $\tilde{K}^0$ -мезон. Поэтому, отбирая определенный тип событий по одному направлению, мы можем существенно изменить соотношение между числом K и $\tilde{K}$ -мезонов, распространяющихся вдоль другого направления, и тем самым повлиять на характер происходящих там событий. Указанные соображения становятся особенно ясными в связи с содержанием следующего параграфа.

§ 2. До сих пор мы классифицировали систему $K\tilde{K}$ по состояниям K_1 и K_2, т.е. интересовались распадами K -мезонов на 2π - либо на 3π -мезона. Ниже мы будем интересоваться распадами K -мезонов по схемам типа $\pi^- {}^{e^+}_{\mu^+} \nu$ и $\pi^+ {}^{e^-}_{\mu^-} \tilde{\nu}$, либо их ядерными взаимодействиями, что соответствует классификации по состояниям K и $\tilde{K}$. При этом в системах $K\tilde{K}$, как и для одиночных K - мезонов, возникают "биения", определяемые величиной $\Delta m = m_1 - m_2$. Кажется небезынтересным начать рассмотрение вопроса кратким анализом случая одиночного K - мезона.

K -мезон, образующийся в результате какой-либо ядерной реакции, описывается волновой функцией

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ K_1 \exp[-i(E_1 t - p_1 x) - \frac{\lambda_1}{2} \tau] + i K_2 \exp[-i(E_2 t - p_2 x) - \frac{\lambda_2}{2}\tau]\}, \qquad /11/$$

где $\tau = \sqrt{1-v^2}\, t$ - собственное время, а E_1, p_1 и E_2, p_2 соответствуют энергии и импульсу K_1 - и K_2 -частиц. С помощью соотношений /4/ волновую функцию можно также записать в виде:

$$\psi = \tfrac{1}{2} K \{ \exp[-i(E_1 t - p_1 x) - \frac{\lambda_1}{2} r] + \exp[-i(E_2 t - p_2 x) - \frac{\lambda_2}{2} r] + $$

$$+ \tfrac{1}{2} \tilde{K} \{ \exp[-i(E_1 t - p_1 x) - \frac{\lambda_1}{2} r) - \exp[-(E_2 t - p_2 x) - \frac{\lambda_2}{2} r]. \qquad /11'/$$

Поэтому, в момент t и в точке x вероятность обнаружения K – частицы

$$W(K, x, t) = \tfrac{1}{4} | \exp[-i(E_1 t - p_1 x) - \frac{\lambda_1}{2} r] + \exp[-i(E_2 t - p_2 x) - \frac{\lambda_2}{2} r]|^2 =$$

$$= \tfrac{1}{4} \exp(-\lambda_2 t) \times \exp[-i(\Delta E t - \Delta p x) - \frac{\Delta\lambda}{2} r] + 1|^2.$$

Таким образом, возникают биения, определяемые величиной /ср. /7/, стр. 178/

$$y = i(\Delta E t - \Delta p x) + \frac{\Delta\lambda}{2} r. \qquad /12/$$

Поскольку момент и место образования K – частицы в каждом конкретном акте ядерной реакции точно фиксированы, то в /12/ следует считать $x = v \cdot t$, т.е.

$$y = i(\Delta E - v \Delta p) t + \frac{\Delta\lambda}{2} r. \qquad /12'/$$

Из соотношения $E^2 = p^2 + m^2$ сразу следует, что $\Delta E - v \cdot \Delta p = \sqrt{1 - v^2}\, \Delta m$,

т.е. $y = i\sqrt{1-v^2}\, \Delta m t - \frac{\Delta\lambda}{2} r = (i\Delta m + \lambda) r$,

где r – собственное время частицы. Таким образом, мы приходим к заключению, что в общем случае именно эта величина определяет биения и

$$W(K, r) = \tfrac{1}{4} \{ \exp(-\lambda_1 t) + \exp(-\lambda_2 r) + 2 \exp(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} r) \cos \Delta m r \} \qquad /13/$$

$$W(\tilde{K}, r) = \tfrac{1}{4} \{ \exp(-\lambda_1 r) + \exp(-\lambda_2 r) - 2 \exp(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} r) \cdot \cos \Delta m r \}. \qquad /13'/$$

Имея в виду полученный результат, мы будем несколько условно записывать волновую функцию /11/ в виде:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ K_1 \exp[-i m_1 r - \frac{\lambda_1}{2} r] + i K_2 \exp[-i m_2 r - \frac{\lambda_2}{2} r] \}. \qquad /11'/$$

Во всех интересующих нас вопросах такая неточная форма записи, уже использованная ранее в § 1, всегда приводит к правильным результатам.

Переходя к системам $K\tilde{K}$, рассмотрим сначала случай четных угловых моментов / явления вблизи порога либо при условии $E_p = E_q$ и т.д./. Исходным является выражение /6''/, в котором волновые функции K_1 и K_2 следует заменить на K и $\tilde{K}$ с помощью соотношений /4'/. Тогда квадраты модулей коэффициентов пр каждой из четырех возможных комбинаций парных произведений волновых функций $K(\vec{p})$, $K(\vec{q})$, $\bar{K}(\vec{p})$ $\bar{K}(\vec{q})$ дадут вероятности обнаружения соответствующих состояний. На этом пути легко получаются следующие соотношения:

$$W\{K(p), K(q); r, \theta\} = W\{K(p), K(q); r, \theta\} =$$

$$= \frac{1}{8}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)] + \exp[-\lambda_2(r+\theta)] - 2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(r+\theta)] \operatorname{Cos} \Delta m(r+\theta) \tag{14}$$

$$W\{K(\vec{p}) \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} = W\{\bar{K}(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} =$$

$$= \frac{1}{8}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)] + \exp[-\lambda_2(r+\theta)] + 2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(r+\theta)] \cdot \operatorname{Cos} \Delta m(r+\theta)\}. \tag{14'}$$

Таким образом, имеет место процесс, очень похожий на обычный процесс Пайса- Пиччиони, но зависящий от суммарного параметра $r+\theta$.

Полученные результаты имеют простой физический смысл. Если одна из частиц находится в состоянии $K_1(\vec{q})$, то вторая частица также находится в чистом состоянии $K_1(\vec{p})$, и биения не возникают. Иное дело, когда первая частица находится, например, в состоянии $\bar{K}(\vec{q})$. Тогда вторая частица может быть как в состоянии $K_1(\vec{p})$, так и в состоянии $K_2(\vec{p})$, что приводит к периодическим переходам $K(\vec{p}) \rightleftarrows \bar{K}(\vec{p})$. В частности, если первая частица находится в состоянии $\bar{K}(\vec{q})$ в начальный момент /т.е. при $\theta=0$ /, то, при $r=0$, вторая частица должна находиться в состоянии $K(\vec{p})$ [x], т.е. соотношения /14/ и /14'/ должны перейти, при $r \to 0$ соответственно в /13'/ и /13/. Именно это и имеет место в действительности /лишний множитель 1/2 связан с тем, что при $\theta=0$ первая частица может быть с равной вероятностью как K -, так и $\bar{K}$ - мезоном/.

Вычислим теперь вероятность того, что частица, имеющая импульс $\vec{p}$, в момент r находится в состоянии K , причем о второй частице известно, что к моменту θ она еще существует /т.е. не успела еще распаться/, но ее состояние не детализируется. Указанная вероятность равна, очевидно,

$$W\{K(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} + W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} = \tag{15}$$

$$= \frac{1}{4}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)] + \exp[-\lambda_2(r+\theta)]\}.$$

Аналогичная вероятность того, что первая частица находится в состоянии $\bar{K}$, при любом состоянии второй частицы равна

$$W\{\bar{K}(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} + W\{\bar{K}(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\},$$

причем, из /14/ и /14'/ следует, что эта величина по-прежнему дается выражением /15/.

---

[x] При $\theta > 0$ такой вывод был бы несправедлив, поскольку суммарная странность системы, равная нулю при $\theta = r = 0$, с течением времени изменяется.

Таким образом, в указанных условиях первая частица может находиться в состояниях K и $\tilde{K}$ с равной вероятностью, т.е. биения исчезают.

Соотношение /15/ можно вывести и иначе. Из /7/ и /7'/ немедленно следует, что вероятность для обеих частиц "дожить" соответственно до моментов τ и θ равна

$$\tfrac{1}{2}\{\exp[-\lambda_1(\tau+\theta)]+\exp[-\lambda_2(\tau+\theta)]\}.$$

Для того, чтобы получить /15/ необходимо еще учесть равную половине вероятность того, что первая частица будет находиться в каком-либо определенном состоянии / K либо $\tilde{K}$ /. Приведенные простые соображения вскрывают также физический смысл исчезновения биений в рассматриваемых условиях.

Перейдем теперь к случаю нечетного углового момента, который может быть рассмотрен совершенно аналогично с помощью исходного соотношения /3''/. Имеют место равенства:

$$W\{K(\vec{p}),K(\vec{q});\tau,\theta\}=W\{\bar{K}(\vec{p}),\bar{K}(\vec{q});\tau,\theta\}= \qquad /16/$$

$$=\frac{1}{8}\{\exp(-\lambda_1\tau-\lambda_2\theta)+\exp(-\lambda_1\theta-\lambda_2\tau)-2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(\tau+\theta)]\cdot\cos\Delta m(\tau+\theta)\}$$

$$W\{K(\vec{p}),\bar{K}(\vec{q});\tau,\theta\}=W\{\bar{K}(\vec{p}),K(\vec{q});\tau,\theta\}= \qquad /16'/$$

$$=\frac{1}{8}\{\exp(-\lambda_1\tau-\lambda_2\theta)+\exp(-\lambda_1\theta-\lambda_2\tau)+2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(\tau+\theta)]\cdot\cos\Delta m(\tau+\theta).$$

Таким образом, снова возникают биения, которые, однако, исчезают при $\tau=\theta$. При выполнении этого же условия обращается в нуль вероятность $W\{K(\vec{p}),K(\vec{q});\tau,\theta\}$. Дело в том, что при $\tau=\theta$, в выражении /3''/ экспоненциальные множители совпадают друг с другом, т.е. волновая функция

$$\psi_a\approx K_1(\vec{p})K_2(\vec{q})-K_2(\vec{p}),K_1(q)\approx K(\vec{p})\bar{K}(\vec{q})-\bar{K}(\vec{q})\bar{K}(\vec{p})$$

не содержит слагаемых $K(\vec{p})K(\vec{q})$ $\bar{K}(\vec{p})\bar{K}(\vec{q})$.

Если состояние одной из частиц не фиксировало, то биения также выпадают. Количественно имеем:

$$W\{K(\vec{p}),K(\vec{q});\tau,\theta\}+W\{K(\vec{p}),\bar{K}(\vec{q});\tau,\theta\}=W\{\bar{K}(\vec{p})K(\vec{q});\tau;\theta\}+ \qquad /17/$$

$$+W\{\bar{K}(\vec{p}),\bar{K}(\vec{q});\tau,\theta\}=\frac{1}{4}\{\exp(-\lambda_1\tau-\lambda_2\theta)+\exp(-\lambda_1\theta-\lambda_2\tau)\}.$$

О физическом смысле полученного результата можно повторить сказанное в отношении случая с четным орбитальным моментом.

§ 3. Рассмотрим теперь общий случай, когда волновая функция имеет вид /10/ . Используя вместо ψ_a и ψ_c их выражения /3''/ и /6''/ , выражая K_1 и K_2 через K и $\tilde{K}$ и вычисляя квадраты модулей коэффициентов при парных произведениях мы, как и прежде, получим соответствующие вероятности. При этом оказывается, что вообще говоря,

$$W\{K(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} \neq W\{\bar{K}(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\}$$

$$W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} \neq W\{\bar{K}(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\},$$

а именно:

$$\begin{aligned} W\{K(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} = {} & \frac{a^2}{8}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)] + \exp[-\lambda_2(r+\theta)] - 2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(r+\theta)]\cdot \operatorname{Cos}\Delta m(r+\theta)\} + \frac{b^2}{8}\{\exp(-\lambda_1 r - \lambda_2\theta) + \exp(-\lambda_2 r - \lambda_1\theta) - \\ & -2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(r+\theta)]\cdot \operatorname{Cos}\Delta m(r-\theta) + \\ & + \frac{2ab}{8}\{\exp[-\lambda_1\theta - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)]\cdot \operatorname{Cos}(c-\Delta m r) + \exp[-\lambda_1 r - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta]\cdot \operatorname{Cos}(c+\Delta m r) - \\ & - \exp(-\lambda_1 r - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2})\cdot \operatorname{Cos}(c-\Delta m\theta) - \exp(-\lambda_2 r - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta)\cdot \operatorname{Cos}(c+\Delta m\theta)\}. \end{aligned} \qquad /18/$$

Вероятность $W\{\bar{K}(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\}$ отличается от /18/ только знаком третьего члена

$$W\{\bar{K}(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} = \frac{a^2}{8}\{\quad\} + \frac{b^2}{8}\{\quad\} - \frac{2ab}{8}\{\quad\} \qquad /18'/$$

$$\begin{aligned} W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} = {} & \frac{a^2}{8}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)] + \exp[-\lambda_2(r+\theta)] + 2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\cdot \\ & \cdot(r+\theta)]\cdot \operatorname{Cos}\Delta m(r+\theta)\} + \frac{b^2}{8}\{\exp(-\lambda_1 r - \lambda_2\theta) + \exp(-\lambda_1\theta - \lambda_2 r) + \\ & + 2\exp[-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(r+\theta)] \operatorname{Cos}\Delta m(r-\theta) + \frac{2ab}{8}\{\exp(-\lambda_1 r - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta) \operatorname{Cos}(c-\Delta m\theta) + \\ & + \exp(-\lambda_1\theta + \frac{\lambda_2+\lambda_1}{2}r)\cdot \operatorname{Cos}(c-\Delta m r) + \exp(-\lambda_2\theta - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)\cdot \\ & \cdot \operatorname{Cos}(c+\Delta m r) + \exp(-\lambda_2 r - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta)\cdot \operatorname{Cos}(c+\Delta m\theta)\} \end{aligned} \qquad /18''/$$

В выражении вероятности $W\{\bar{K}(\vec{p}), K(\vec{q}), r, 0\}$ в отличие от /18"/ смешанный член входит со знаком / – /:

$$W\{\bar{K}(\vec{p}), K(\vec{q}); r, \theta\} = \frac{a^2}{8}\{\quad\} + \frac{b^2}{8}\{\quad\} - \frac{2ab}{8}\{\quad\}. \qquad /18'''/$$

Вычисленные выражения содержат биения двух типов – "чистые биения", имеющие место и для состояний, содержащих одни только четные либо одни только нечетные угловые моменты, и "смешанные биения", возникающие за счет суперпозиции четных и нечетных моментов. В соответствии со сказанным, "смешанные биения" исчезают вблизи порога генерации пар $K\bar{K}$ либо в случаях, когда $E_p = E_q$ /в системе, не совпадающей с системой центра инерции/.

Для уточнения смысла соотношений /18/ – /18'''/ проанализируем два частных случая. Первый из них связан с некоторым обобщением ситуации, уже рассмотренной выше в случае четного углового момента. Предположим, что при $\theta = 0$ одна из частиц находится в каком-либо определенном состоянии, например, в состоянии $\bar{K}(\vec{q})$. Тогда вторая частица в момент генерации, т.е. при $r = 0$, обязана быть в состоянии $K(\vec{p})$ и с увеличением r должна участвовать в процессе Пайса-Пиччионни обычного типа. Это вполне соответствует действительности, так как, например, выражение /18''/ при $\theta = 0$ переходит в

$$W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, 0\} = \frac{1}{8}(a^2 + b^2 + 2ab\,\mathrm{Cos}\,C)\cdot[\exp(-\lambda_1 r) +$$

$$+ \exp(-\lambda_2 r) + 2\exp(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} r)\,\mathrm{Cos}\,\Delta m r].$$

Предположим теперь, что $a = b = 1/\sqrt{2}$, $a' C = 0$. Из /3/ и /6/ следует, что при $r = \theta = 0$ волновая функция /10/ принимает вид $\psi = K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q})$.

Поэтому при $\theta \neq 0$ и $r \neq 0$ мы должны получить как бы "произведение процессов Пайса-Пиччиони" для обеих частиц, протекающих во времени независимо один от другого. Это ожидание также оправдывается. Действительно, прямой проверкой легко убедиться, что, например, $W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\}$ можно в этом случае записать в виде:

$$W\{K(\vec{p}), \bar{K}(\vec{q}); r, \theta\} = \frac{1}{16}\{\exp(-\lambda_1 r) + \exp(-\lambda_2 r) + 2\exp(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} r)\cdot \qquad /19/$$

$$\cdot\,\mathrm{Cos}\,\Delta m r\} \times \{\exp(-\lambda_1 \theta) + \exp(-\lambda_2 \theta) + 2\exp(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}\theta)\cdot\mathrm{Cos}\,\Delta m\theta\},$$

который соответствует произведению /13/ и /13'/.

С помощью соотношения /18/ – /18'''/ можно вычислить вероятности того, что одна из частиц находится в каком-либо определенном состоянии, а состояние второй никак не фиксировано. Например, вероятность одной из частиц быть в состоянии $K(\vec{p})$

равна

$$W\{K(\vec{p}),K(\vec{q});r,\theta\}+W\{K(\vec{p}),\bar{K}(\vec{q});r,\theta\}=$$

$$=\frac{a^2}{4}\{\exp[-\lambda_1(r+\theta)]+\exp[-\lambda_2(r+\theta)]\}+\frac{b^2}{2}\{\exp(-\lambda_1 r+\lambda_2\theta)+\exp(-\lambda_1\theta-\lambda_2 r)\}$$ /20/

$$+\frac{2ab}{4}\{\exp(-\lambda_1\theta-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)\,Cos(C-\Delta mr)+\exp(-\lambda_1 r+\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta)\cdot Cos(C+\Delta mr)+$$

$$+\exp(-\lambda_1\theta-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)\cdot Cos(C-\Delta m\theta)+\exp(-\lambda_2 r-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}\theta)Cos(C+\Delta mr)\}.$$

Таким образом, в отличие от случаев угловых моментов определенной четности, когда биения выпадают, рассматриваемая вероятность содержит гармонические члены, связанные со "смешанными биениями".

В наиболее чистом виде "смешанные биения" проявляются при несколько иной постановке вопроса, которая к тому же легче реализуема с экспериментальной точки зрения. Пусть состояние одной из частиц классифицируется в терминах K_1 и K_2, а второй – в терминах K и $\tilde{K}$. Экспериментально это означает, что мы отбираем, например, случаи, когда одна частица распадается на два π – мезона, а вторая, скажем, по схеме $\pi^+ e^- \nu$. Для получения соответствующих вероятностей мы должны записать волновую функцию в виде

$$\psi=\frac{a}{\sqrt{2}}\exp(-iA)\{K_1(\vec{p})K_1(\vec{q})\exp[-im_1(r+\theta)-\frac{\lambda_1}{2}(r+\theta)+$$

$$+K_2(\vec{p})K_2(\vec{q})\exp[-im_2(r+\theta)-\frac{\lambda_2}{2}(r+\theta)]\}+\frac{b}{\sqrt{2}}\exp(-iB)\cdot$$

$$\cdot\{K_1(\vec{p})K_2(\vec{q})\exp(-im_1 r-\frac{\lambda_1}{2}r-im_2\theta-\frac{\lambda_2}{2}\theta)-K_2(\vec{p})K_1(\vec{q})\exp(-im_2 r-$$

$$-\frac{\lambda_2}{2}r-im_1\theta-\frac{\lambda_1}{2}\theta)\},$$

выразить $K_1(\vec{p})$ и $K_2(\vec{p})$ через $K(\vec{p})$ и $\bar{K}(\vec{p})$ и вычислить квадраты модулей коэффициентов при парных произведениях типа $K(\vec{p})K_1(q)$, $\bar{K}(\vec{p})K_1(q)$ и т.д. Из четырех выражений, которые таким образом могут быть получены, приведем в качестве примера следующие два:

$$W\{K(\vec{p}),K_1(\vec{q}),r,\theta\}=\tfrac{1}{4}\exp(-\lambda_1\theta)\{a^2\exp(-\lambda_1 r)+$$ /21/

$$+b^2\exp(-\lambda_2 r)+2ab\exp(-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)\,Cos(C-\Delta mr)\}$$

$$W\{\bar{K}(\vec{p})K_1(\vec{q}),r,\theta\}=\tfrac{1}{4}\exp(-\lambda_1\theta)\{a^2\exp(-\lambda_1 r)+$$ /21'/

$$+b^2\exp(-\lambda_2 r)-2ab\exp(-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}r)\,Cos(C-\Delta mr)\}.$$

Причина появления "смешанных биений" ясна: если одна из частиц находится в состоянии $K_1(\vec{q})$, то при наличии как четных, так и нечетных угловых моментов, волновая функция второй частицы является суперпозицией волновых функций $K_1(\vec{p})$ и $K_2(\vec{p})$, что и приводит к возникновению биений.

Отметим, что в соотношениях /21/ и /21'/ переменные r и θ "разделяются". Это позволяет использовать при исследовании биений по r все акты, безотносительно к тому, в какой именно момент происходит распад второй частицы.

В заключение укажем, что определение величины и знака C является существенным для полного анализа $K\bar{K}$ – взаимодействий. Биения в обычном процессе Пайса-Пиччиони определяются членом $\cos \Delta m r$. В отличие от них "смещанные биения" связаны с членом $\cos(C - \Delta m r)$. Изучение "смешанных биений" позволяет поэтому определить не только величину, но и знак Δm, если известен знак C. Была бы возможна и постановка обратной задачи, если бы можно было указать независимые эксперименты для определения разности фаз C.

Литература

1. M.Goldhaber, T.Lee, C.Yang. Phys. Rev. 112, 1796 (1958).
2. M. Schwartz Phys. Rev. Lett. 6, 556 (1961).
3. B.d'Espagnat. Nuov. Cim. 20, 1217 (1961).
4. D.R.Inglis, Revs. Mod. Phys. 33. 1 (1961).
5. T.B.Day. Phys. Rev. 121, 1204 (1961).
6. В.И. Огиевецкий, Э.О. Оконов, М.И. Подгорецкий. ЖЭТФ /в печати/.
7. "Вопросы теории сильных и слабых взаимодействий элементарных частиц". Издательство АН Арм. ССР /1962 г/.

Рукопись поступила в издательский отдел

6 апреля 1962 г.