

6.  
К-14  
944



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем  
Лаборатория теоретической физики

Ю.М. Казаринов, И.Н. Силин

P - 944

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ  
НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ  
ПРИ ЭНЕРГИИ 210 Мэв

*ЖЭТФ, 1962, т43, в2, с692-701.*

Ю.М. Казаринов, И.Н. Силин

P - 944

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ  
НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ  
ПРИ ЭНЕРГИИ 210 Мэв

к.р. - 1443/5

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
БИБЛИОТЕКА

### А н н о т а ц и я

Выполнен совместный фазовый анализ ( $np$ ) и ( $pp$ ) -данных. Из найденных решений отбираются два набора фазовых сдвигов, которые при экстраполяции по энергии до 310 Мэв соответствуют наборам 1 и 2, найденным Стаппом и др. при фазовом анализе  $pp$  -данных при энергии 310 Мэв.

### Abstract.

A combined phase-shift analysis of ( $np$ ) and ( $pp$ )-data has been made. Two sets of the phase shifts are selected out of the found solutions. When extrapolated over the energy up to 310 MeV they correspond to sets 1 and 2 obtained by Stapp et al in the phase shift analysis of  $p-p$  data at 310 MeV.

Проведение полного опыта<sup>/1/</sup>, т.е. измерение пяти независимых характеристик процесса, при рассеянии нейтронов протонами наталкивается на большие экспериментальные трудности, которые до настоящего времени преодолеть не удается. В связи с этим, естественно, возникает мысль использовать существующие теоретические представления таким образом, чтобы при имеющихся неполных данных провести фазовый анализ (pr) - рассеяния. Прежде всего, для этой цели следует воспользоваться изотопической инвариантностью ядерных сил и обработать (pr) - и (pp) - данные совместно. При этом появляется возможность получить дополнительную информацию, возникающую благодаря наличию интерференции состояний с полным изотопическим спином  $t=0$  и  $t=1$ <sup>/2,3/</sup>. Далее, часть амплитуды, которая соответствует периферическим столкновениям, можно, по-видимому, взять в одномезонном приближении<sup>/4,5/</sup> /модифицированный фазовый анализ/. Последнее заметно сокращает число параметров, определяемых из эксперимента, и, кроме того, налагает определенные условия на вещественную часть амплитуды рассеяния. При такой постановке задачи можно надеяться, что совместный фазовый анализ (pr) - и (pp) - данных даст удовлетворительный, с точки зрения числа решений, результат.

Следует сказать, что первый полный фазовый анализ (pp) -рассеяния при высоких энергиях был сделан на энергии 95 Мэв<sup>/6/</sup>. При этом учитывались только состояния с  $l < 5$ , а фазовые сдвиги волн с  $l > 5$  полагались равными нулю. Фазовые сдвиги волн при  $t = 1$  были взяты из анализа (pp) -данных<sup>/7/</sup> и при нахождении минимума  $\chi^2$ <sup>/2/</sup> считались постоянными. В результате анализа был получен единственный набор фазовых сдвигов.

При энергии 210 Мэв положение, однако, усложнялось тем, что фазовый анализ pp -данных<sup>/8,9/</sup> дает два примерно равновероятных решения / b и c в обозначениях работы<sup>/8/</sup>.

Ниже приводятся результаты фазового анализа нуклон-нуклонного рассеяния при энергии 210 Мэв, выполненного в Объединенном институте ядерных исследований.

#### Использованные экспериментальные данные и процедура обработки

Для проведения фазового анализа были использованы следующие данные:

p-p - данные

1. Дифференциальное сечение  $\sigma_{pp}$ <sup>/10/</sup> при  $T = 240$  Мэв /15 точек/.
2. Поляризация  $P_{pp}$  при  $T = 210$  и 217 Мэв<sup>/11,12/</sup> /28 точек/.
3. Параметры  $R_{pp}$  и  $A_{pp}$  при  $T = 213$  Мэв<sup>/13/</sup> /14 точек/.
4. Деполяризация  $D_{pp}$  при  $T = 210$  Мэв<sup>/8/</sup> /2 точки/.

n-p - данные

1. Дифференциальное сечение  $\Phi_p$  при  $T = 200$  Мэв<sup>/14/</sup> /21 точка/.
2. Поляризация  $P_{pp}$  при  $T = 217$  Мэв<sup>/12/</sup> /9 точек/.

Матрица перехода записывалась в триплет-синглетном представлении<sup>/15/</sup> через элементы  $M_{m_s, m_s} / m_s$  и  $m_s$  - проекции полного спина системы двух нуклонов в конечном и начальном состоянии, соответственно/.  $M_{11}, M_{00}, M_{10}, M_{01}$  /триплетные переходы/ и  $M_{ss}$  /синглетные переходы/ в соответствии с программой модифицированного фазового анализа<sup>/4/</sup> представлялись в виде:

$$M_{jk} = M_{jk}(\delta) + M_{jk}^p(t^2, j > j_{max}),$$

где  $M_{jk}(\delta)$  - часть амплитуды, зависящая от фазовых сдвигов, определяемых из экспериментов,  $M_{jk}^p(t^2, j > j_{max})$  - вклад от периферических столкновений, взятый в одномезонном приближении.  $M_{jk}(\delta)$  - выражались через фазовые сдвиги с учетом кулоновских эффектов в соответствии с работой<sup>/16/</sup>. Матричный элемент  $M_{1-1}$  определялся из соотношения:

$$M_{1-1} = M_{11} - M_{00} - \sqrt{2} \operatorname{ctg} \theta (M_{10} + M_{01}),$$

полученного из инвариантности матрицы  $M$  относительно инверсии движения<sup>/17/</sup>.

Максимальный орбитальный момент  $l_{max}$ , начиная с которого нуклон-нуклонное рассеяние удовлетворительно описывается одномезонной диаграммой Фейнмана, определялся по характеру зависимости поляризации  $\sigma(\theta) P(\theta)$  от угла рассеяния. Известно<sup>/18/</sup>, что одномезонная часть амплитуды рассеяния не дает вклада в  $\sigma(\theta) P(\theta)$  и это обстоятельство позволяет оценить  $l_{max}$ . В рассматриваемом случае  $l_{max}$  оказывается равным примерно трем /при энергии 200-300 Мэв отчетливо наблюдается  $^3P_2 - ^3F_2$  интерференция/.

Для нахождения  $M_{jk}^p(t^2, j > j_{max})$  была взята амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния в одномезонном приближении

$$M^p = -\frac{g^2 m^2}{E} \frac{\bar{u}_r(p') \gamma_5 f_1^{(1)} u_s(p) u_n(q') \gamma_5 f_1^{(2)} u_n(q)}{\Delta^2 + \mu^2},$$

где  $g^2 = f^2 \frac{4\pi^2}{\mu^2}$  - константа  $\pi$ -мезон-нуклонного взаимодействия,  $m$  и  $\mu$  массы нуклона и  $\pi$ -мезона,  $E$  - полная энергия системы двух нуклонов,  $\Delta$  - импульс, переданный в столкновении. Определен вклад от  $M_p$  в элементы  $M_{m_s, m_s}$ <sup>/4/</sup>. Полученные выражения разлагались по сферическим функциям и в плоскости  $\phi = 0$  для  $(n-p)$ -системы представлялись в виде:

$$M_{ss} = \frac{f^2 \pi}{TE} \left[ -\frac{P_0(x)}{x_0 - 1} + \sum_l (2l+1) [-1 + (-1)^l] \zeta_l(x_0) P_l(x) \right]$$

$$\begin{aligned}
M_{00} &= \frac{f^2 m}{TE} \left[ -3 P_0(x) + \frac{P_1(x)}{x_0 - 1} + x_0 \sum_{\rho} (2\rho + 1) [1 + (-1)^\rho] 2 |C_\rho(x_0) P_\rho(x)| \right] \\
M_{11} &= \frac{f^2 m}{2TE} \left[ 32 \frac{x_0}{x_0 - 1} P_0(x) + \frac{P_1(x)}{x_0 - 1} + (x_0 - 1) \sum_{\rho} (2\rho + 1) [1 + (-1)^\rho] 2 |C_\rho(x_0) P_\rho(x)| \right] \\
M_{01} &= M_{10} = \frac{f^2 m}{\sqrt{2} TE} \left[ P_1(x) - (x_0^2 - 1)^{1/2} \sum_{\rho} \frac{2\rho + 1}{\rho(\rho + 1)} [1 + (-1)^\rho] 2 |C_\rho(x_0) P_\rho(x)| \right] \\
M_{1-1} &= \frac{f^2 m}{2TE} (1 + x_0) \sum_{\rho} \frac{2\rho + 1}{\rho(\rho - 1)\rho(\rho + 1)(\rho + 2)} [1 + (-1)^\rho] 2 |C_\rho^{(2)}(x_0) P_\rho^{(2)}(x)|,
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $P_\rho(x)$  и  $C_\rho(x_0)$  — полиномы Лежандра первого и второго рода,  $P_\rho^{(m)}(x)$   $C_\rho^{(m)}(x_0)$  — присоединенные функции,  $x = \cos \theta$ ,  $x_0 = 1 + \frac{\mu^2}{mT}$ .

Матричные элементы для  $(p-p)$  — системы получаются при этом по известным соотношениям:

$$\begin{aligned}
M_{m_s, m_s}^{pp} &= M_{m_s, m_s}^{np}(x) - (-1)^{m_s + m_s} M_{m_s, m_s}^{np}(-x) \quad \text{для триплета} \\
M_{ss}^{pp} &= M_{ss}^{np}(x) + M_{ss}^{np}(-x) \quad \text{для синглета.}
\end{aligned}$$

Далее был определен вклад в  $M_{m_s, m_s}$  от состояний с разными моментами  $j = \ell$ ,  $\ell \pm 1$  при заданном орбитальном моменте  $\ell \geq 2$   $a_{\ell, j}$ ,  $a^j$ ,  $a_\rho$  /обозначения работы /16/.

$$\begin{aligned}
a_{\ell, \ell+1}^p &= \frac{2ik}{(x_0 - 1)(2\ell + 3)} - \frac{f^2 m}{TE} [Q_{\ell+1}(x_0) - C_\ell(x_0)] [1 + 2(-1)^\ell] \\
a_{\ell, \ell-1}^p &= \frac{2ik}{(x_0 - 1)(2\ell - 1)} - \frac{f^2 m}{TE} [Q_\ell(x_0) - C_{\ell-1}(x_0)] [1 + 2(-1)^\ell] \\
a_{\ell, \ell}^p &= \frac{2ik}{(x_0 - 1)(2\ell + 1)} - \frac{f^2 m}{TE} [\ell C_{\ell+1}(x_0) + (\ell + 1) C_{\ell-1}(x_0) - (2\ell + 1) C_\ell(x_0)] [1 + 2(-1)^\ell] \\
a_j^p &= \frac{2ik(j+1)^{1/2} j^{1/2}}{(x_0 - 1)(2j+1)} - \frac{f^2 m}{TE} [C_{j+1}(x_0) + C_{j-1}(x_0) - 2 C_j(x_0)] [1 + 2(-1)^j] \\
a_\rho^p &= 2ik - \frac{f^2 m}{TE} C_\rho(x_0) [-1 + (-1)^\rho] 2.
\end{aligned} \tag{3}$$

При этом фазовые сдвиги определяются следующим образом:

$$\sin 2\delta_{\ell, \ell \pm 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - |a^\ell|^2}} \operatorname{Im} a_{\ell, \ell \pm 1}$$

$$\sin 2\epsilon_j = |a^j|$$

$$\sin 2\delta_{\rho\rho} = \operatorname{Im} a_{\rho\rho}$$

/4/

$$\sin 2\delta_\rho = \operatorname{Im} a_\rho$$

Фазовые сдвиги и константа  $\pi$  - мезон-нуклонного взаимодействия определены методом наименьших квадратов. Для этого находился минимум функционала

$M = \sum_n w_n [F_n - \phi(x_n, a_1, \dots, a_m)]^2$ , где  $F_n$  - измеренное значение  $F$  в точке  $x_n$ ;  $\phi(x_n, a_1, \dots, a_m)$  - вычисленное значение;  $a_1, \dots, a_m$  - искомые параметры;  $w_n$  - вес данного измерения. Поиск минимума осуществлялся методом линеаризации /19/. Формула шага при этом имеет вид

$$\Delta a_j = \lambda \sum_{k=1}^m Z_{jk}^{-1} Y_k, \quad /5/$$

где  $Z_{jk} = \frac{1}{2} G_{jk} = \sum_{nn'} \frac{\partial \phi_n}{\partial a_j} \frac{\partial^2 M}{\partial \phi_n \partial \phi_{n'}} \frac{\partial \phi_{n'}}{\partial a_k} = \sum_n w_n \frac{\partial \phi_n}{\partial a_j} \frac{\partial \phi_n}{\partial a_k}$

$$Y_k = - \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial a_k} = \sum_n w_n [F_n - \phi(x_n, a_1, \dots, a_m)] \frac{\partial \phi_n}{\partial a_k}$$

$$0 < \lambda < 1.$$

Метод позволяет вести поиск крупными шагами с таким большим  $\lambda$ , при котором приращение функции  $\phi(x, a_1, \dots, a_m)$  остается в среднем грубо линейным относительно параметров  $a_k$ .

В случае, если

$$\frac{1}{2} \|Q Z^{-1}\| \ll 1, \quad /6/$$

где

$$Q_{jk} = -2 \sum_n w_n \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial a_j \partial a_k} [F_n - \phi(x_n, a_1, \dots, a_m)],$$

в окрестности решения наблюдается быстрая, приближенно ньютоновская сходимость процесса при  $\lambda = 1$ . При этом матрица ошибок найденных параметров с учетом того, что  $\overline{\Delta F_n \Delta F_{n'}} = \frac{\delta_{nn'}}{w_n}$ , есть

/7/

$$\overline{\Delta a_i \Delta a_k} = \sum_{\zeta=1, \eta=1}^m Z_{i\zeta}^{-1} Z_{k\eta}^{-1} \overline{\Delta Y_\zeta \Delta Y_\eta} = Z_{ik}^{-1}.$$

Поиск решений со случайных исходных точек осуществлялся в два этапа. На первом этапе поиск производился с большим шагом и таким образом грубо устанавливалось положение минимума. Для этого делалось десять итераций с ограничением величины шага по каждому фазовому сдвигу в  $20^\circ$ . В пределах  $20^\circ$  зависимости экспериментальных величин от фазовых сдвигов еще грубо линейны /в среднем на каждом шаге функционал  $M$  убывал/, в то же время высоко расположенные минимумы легко проскакивались. Если после десяти итераций оказывалось, что  $\chi^2 > 10 \overline{\chi^2}$ , то поиск начинался с новой точки. Если же  $\chi^2$  падало до величины, меньшей чем  $10 \overline{\chi^2}$ , решение уточнялось с автоматическим выбором  $\lambda$  /ограничение шага / из условия убывания функционала  $M$  на каждом шаге. Уточнение решений /второй этап/ заканчивалось, когда требуемые поправки не превосходили  $1/16$  от величины ошибок параметра.

### Результаты

Всего было сделано 85 поисков решений со случайных начальных условий. Примерно сорок решений уточнялись до конца. Каждый из приведенных ниже наборов фазовых сдвигов при этом был найден не менее трех раз.

Для  $\chi^2 < 2\overline{\chi^2}$  ( $\overline{\chi^2} = 72$ ) было получено два близких решения с  $\chi^2 = 118$  и  $120$ . Эти решения вне пределов ошибок расходились только по четырем параметрам из семнадцати /фазовые сдвиги волн  $^1S_0$ ,  $^3P_0$ ,  $^3F_2$ ,  $^3F_4$ /. Это заставило детально исследовать профиль оврага, соединяющего их. Для этого  $\delta z_{p_0}$  последовательно давали небольшие приращения в соответствующем направлении, находя при этом каждый раз минимум  $M$  по всем остальным параметрам, до тех пор, пока решение  $\chi^2 = 120$  не перешло в решение с  $\chi^2 = 118$ . Таким способом было найдено, что максимальное увеличение  $\chi^2$  вдоль оврага не превышает  $0,5$  /см. рис. 1/. Следовательно, решение с  $\chi^2 = 120$  соответствует скорее седлу, а не минимуму и может быть отброшено. Из рис. 1 видно также, что в окрестности найденного минимума /  $\chi^2 = 118$ / на расстоянии трех ошибок  $\delta z_{p_0}$  /ошибка  $\Delta z_{p_0} = 0,5^\circ$ /. Функционал  $M$  является квадратичной функцией приращения  $\delta z_{p_0}$  и, следовательно, ошибка определяется правильно.

В интервале  $2\overline{\chi^2} < \chi^2 < 3\overline{\chi^2}$  было найдено также два решения с  $\chi^2 = 150$  и  $204$  /решения  $b_2$  и с табл. 1/.

Столь большие значения  $\chi^2$  при семидесяти двух степенях свободы указывают на то, что либо в экспериментальных данных не совсем правильно указаны ошибки, либо число параметров, определяемых из эксперимента, необходимо увеличить, т.е. считать, что одномезонное приближение правильно определяет амплитуду нуклон-нуклонного рассеяния, начиная с больших значений орбитального момента  $l = 5$  или  $6$ .

Для выяснения этого вопроса была исследована зависимость отношения  $\chi^2 / \overline{\chi^2}$  от  $l_{\max}$ . При этом было найдено, что начиная с  $l_{\max} = 3$  отношение  $\chi^2 / \overline{\chi^2}$  практически не меняется, оставаясь равным  $1,6-1,5$  /рис. 2/. Это указывает на то, что при



данном экспериментальном материале первоначальный выбор  $\ell_{\max} = 3$  был правильным. В этом убеждает также оценка фазовых сдвигов в одномезонном приближении. В пределах ошибок фазовые сдвиги волн G и H /таблицы 2 и 3/ удовлетворительно согласуются с вычисленными в этом приближении.

Таким образом, заметное превышение  $\chi^2$  над ожидаемой величиной является скорее всего результатом погрешностей эксперимента. Анализ экспериментальных данных показывает, что наибольший вклад в  $\chi^2$  для всех найденных наборов дают результаты измерения параметра  $A_{pp}$ . Особенно велик при этом вклад от точек  $\theta = 80^\circ$  и  $90^\circ$ . Сравнение зависимости  $A_{pp}(\theta)$  при энергиях 200 и 300 Мэв, анализ соотношений между матричными элементами  $M_{m_s, m_s}$  и результатами экспериментов показывают, что в этом случае, по-видимому, имеется экспериментальная ошибка. В связи с этим было произведено уточнение фазовых сдвигов после исключения двух точек в  $A_{pp}$ . В результате этого  $\chi^2$  упало до 98, 138 и 132 для наборов  $b_1$ ,  $b_2$  и  $c$ , соответственно /табл. 1/. При имеющемся числе степеней свободы  $\chi^2 = 70$  вероятности появления наборов  $b_2$  и  $c$  меньше 1% и, следовательно, они могли бы быть отброшены. Однако если учесть, что самый низкорасположенный минимум /решение  $b_1$ ,  $\chi^2 = 98$ / также заметно превышает  $\overline{\chi^2}$ , то едва ли можно отбросить решения  $b_2$  и  $c$  по  $\chi^2$ -критерию. Исследование оврага, соединяющего решения  $b_2$  и  $b_1$ , показывает, что разделяющий их барьер по  $\chi^2$  достаточно высок  $\chi_{\max}^2 = 170$ . Следует отметить, правда, что для того, чтобы различить два набора, может быть применен более жесткий критерий, чем критерий  $\chi^2$ . Строго говоря, при выборе наиболее достоверного из двух решений с  $\chi_1^2$  и  $\chi_2^2$  следует вычислять вероятность того, что при повторных экспериментах  $\chi_2^2$  станет меньше или равно  $\chi_1^2$ . При этом, если в решениях  $\phi(a_k^{(1)})$  и  $\phi(a_k^{(2)})$  производные  $\frac{\partial \phi_n}{\partial a_k^{(1)}}$  и  $\frac{\partial \phi_n}{\partial a_k^{(2)}}$  образуют одно и то же семейство в пространстве со скалярным произведением  $\vec{\eta}^{(1)} \vec{\eta}^{(2)} = \sum_n w_n \eta_n^{(1)} \eta_n^{(2)}$ , то есть  $\frac{\partial \phi_n}{\partial a_k^{(1)}}$  могут быть представлены линейной комбинацией  $\frac{\partial \phi_n}{\partial a_k^{(2)}}$ , вероятность

$$P(\chi_2^2 \leq \chi_1^2) = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\frac{\Delta \chi^2}{2N})], \quad /8/$$

где  $N = \sum_n w_n [\phi(a_k^{(1)}) - \phi(a_k^{(2)})]^2$ ,  $\Delta \chi^2 = \chi_2^2 - \chi_1^2$ ,  $\Phi$  - интеграл ошибок. Вероятность  $P(\chi_2^2 < \chi_1^2)$  может определяться также статистическим способом при случайных сдвигах экспериментальных точек в пределах ошибок.

Рассматривая зависимости экспериментально определяемых величин от угла рассеяния /рис. 3-6/ можно все-таки думать, что решение  $b_2$  может быть отброшено, прежде всего, как решение, плохо описывающее  $\sigma_{pp}(\theta)$  в области малых углов  $\theta < 40^\circ$  и  $P_{pp}(\theta)$  на углах, близких к  $180^\circ$ . Таким образом, в конечном итоге

$\chi^2$ /К сожалению, зависимость  $P_{pp}(\theta)$  измерена только до  $120^\circ$ . Однако, если рассмотреть данные при энергии 300 Мэв, учитывая слабую зависимость  $P(\theta)$  от энергии, видно, что набор  $b_2$  дает кривую, плохо согласующуюся с экспериментом.

Таблица 1.

Ядерные фазовые сдвиги в градусах.

	$b_1$		$b_2$	$c$
$\chi^2$	98	110 *)	138	132
$^1S_0$	$4,52 \pm 0,50$	$6,47 \pm 0,55$	$4,40 \pm 0,55$	$-16,15 \pm 0,67$
$^3S_1$	$12,86 \pm 1,66$	$11,74 \pm 1,78$	$21,70 \pm 1,58$	$1,72 \pm 3,49$
$^1P_1$	$0,0797 \pm 0,0045$	$0,0787 \pm 0,0047$	$0,0816 \pm 0,0056$	$0,0785 \pm 0,0058$
$^3P_0$	$-2,20 \pm 0,91$	$2,81 \pm 0,53$	$-2,90 \pm 0,81$	$-27,07 \pm 0,89$
$^1P_1$	$-30,12 \pm 1,61$	$-26,65 \pm 1,66$	$-6,41 \pm 1,50$	$-20,75 \pm 2,24$
$^3P_1$	$-21,82 \pm 0,17$	$-20,45 \pm 0,25$	$-21,86 \pm 1,74$	$-2,24 \pm 0,44$
$^3P_2$	$15,98 \pm 0,13$	$17,20 \pm 0,19$	$15,86 \pm 0,13$	$18,08 \pm 0,33$
$^1D_2$	$8,11 \pm 1,68$	$3,12 \pm 1,32$	$-19,43 \pm 1,18$	$31,02 \pm 1,38$
$^3D_1$	$-18,54 \pm 1,39$	$-17,68 \pm 1,17$	$-32,41 \pm 1,41$	$-8,28 \pm 2,19$
$^1D_2$	$7,14 \pm 0,19$	$7,88 \pm 0,20$	$7,0 \pm 0,19$	$3,94 \pm 0,24$
$^3D_2$	$23,80 \pm 1,90$	$27,64 \pm 1,32$	$1,64 \pm 1,19$	$12,19 \pm 1,38$
$^3D_3$	$1,77 \pm 1,41$	$1,38 \pm 1,48$	$-4,24 \pm 0,89$	$-0,797 \pm 1,12$
$^1F_3$	$-2,56 \pm 0,14$	$-2,22 \pm 0,20$	$-2,56 \pm 0,15$	$-6,24 \pm 0,14$
$^3F_2$	$1,82 \pm 0,34$	$-1,46 \pm 0,28$	$1,93 \pm 0,32$	$1,60 \pm 0,52$
$^1F_3$	$-5,10 \pm 0,49$	$-4,42 \pm 0,62$	$-13,47 \pm 0,68$	$-3,29 \pm 0,73$
$^3F_3$	$-2,51 \pm 0,19$	$-1,75 \pm 0,17$	$-2,58 \pm 0,19$	$-2,29 \pm 0,14$
$^3F_4$	$2,09 \pm 0,18$	$-0,05 \pm 0,23$	$2,13 \pm 0,16$	$1,60 \pm 0,33$

\*) Для сравнения приведен отброшенный набор  $\chi^2 = 110$  ( см. стр. 8 )

остаются, по-видимому, два решения  $b_1$  и  $c$ . Следует заметить, что наборы  $b_1$  и  $c$  при экстраполяции по энергии до 300 Мэв по фазовым сдвигам волн  $T = 1$  переходят в наборы 1 и 2<sup>/18/</sup>, соответственно. При увеличении числа параметров, определяемых из эксперимента /  $l_{max} = 4$  и 5/,  $\chi_c$  приближается к  $\chi_{b_1}$  /табл. 2 и 3/. При этом, однако, заметно возрастают ошибки. Последнее обстоятельство, правда, в некоторой степени, по-видимому, связано с ухудшением сходимости в процессе поиска решений /плохо выполняется условие 6/.

Подводя итог необходимо отметить следующее:

1. Совместный фазовый анализ  $pr$ - и  $pp$ -данных дает удовлетворительный результат. Большой дополнительной неопределенности по сравнению с результатами анализа за одних  $pp$ -данных, по-видимому, не возникает.

2. Решения устойчивы к увеличению числа параметров, определяемых из эксперимента, с 17 при  $l_{max} = 3$  до 27 при  $l_{max} = 5$  /таблицы 1,2, 3/.

3. Константа  $\pi$ -мезон-нуклонного взаимодействия для всех решений весьма близка к значению  $0,08 \pm 0,02$ , найденному из опытов по  $(\pi-p)$ -рассеянию<sup>/18/</sup>.

4. При существующих экспериментальных данных, начиная с орбитальных моментов  $l > 3$ , нуклон-нуклонное рассеяние удовлетворительно описывается одномезонным приближением.

5. Фазовые сдвиги волн  $t = 0$  и  $t = 1$  по величине в среднем примерно одинаковы. Таким образом, нуклоны в состояниях с различными значениями изотопического спина  $t$  взаимодействуют одинаково интенсивно.

6. Крайне желательно уточнение  $\sigma_{np}(\theta)$  на углах  $\theta < 40^\circ$ , измерение  $P_{np}(\theta)$  в интервале  $\theta = 120 + 180^\circ$  и уточнение  $\sigma_{pp}(\theta)$  и  $A_{pp}(\theta)$ .

Авторы весьма благодарны старшему научному сотруднику Р.М.Рындину и научному сотруднику С.Н.Соколову за полезные обсуждения, Т.В.Рыльцевой за участие в составлении первых вариантов программы фазового анализа.

Таблица 2.

Ядерные фазовые сдвиги в градусах.

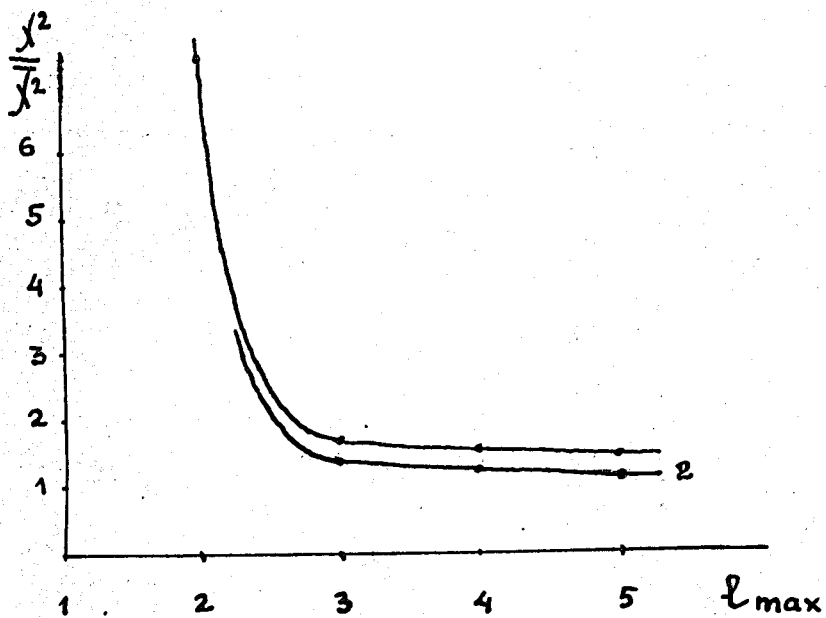
	$b_1$	c
$\chi^2$	84,7	92,3
$^1S_0$	5,17 $\pm$ 0,54	12,61 $\pm$ 0,91
$^3S_1$	13,45 $\pm$ 3,75	8,01 $\pm$ 11,3
$f^2$	0,0747 $\pm$ 0,0085	0,0652 $\pm$ 0,0105
$^3P_0$	-2,39 $\pm$ 0,98	-26,79 $\pm$ 1,12
$^1P_1$	-28,59 $\pm$ 3,32	-14,74 $\pm$ 5,91
$^3P_1$	-21,88 $\pm$ 0,17	-2,77 $\pm$ 0,47
$^3P_2$	15,98 $\pm$ 0,13	18,61 $\pm$ 0,45
$\epsilon_1$	8,26 $\pm$ 3,64	31,00 $\pm$ 3,26
$^3D_1$	-18,84 $\pm$ 3,23	-10,21 $\pm$ 6,96
$^1D_2$	7,02 $\pm$ 1,94	3,71 $\pm$ 0,27
$^3D_2$	25,47 $\pm$ 3,61	13,03 $\pm$ 2,44
$^3D_3$	0,82 $\pm$ 1,65	-1,90 $\pm$ 3,00
$\epsilon_2$	-2,65 $\pm$ 1,52	-6,70 $\pm$ 0,15
$^3F_2$	1,94 $\pm$ 0,35	1,98 $\pm$ 0,67
$^1F_3$	-3,39 $\pm$ 1,80	-1,10 $\pm$ 2,14
$^3F_3$	-2,50 $\pm$ 0,19	-1,90 $\pm$ 0,21
$^3F_4$	2,15 $\pm$ 0,19	1,43 $\pm$ 0,42
$\epsilon_3$	3,74 $\pm$ 2,56	7,88 $\pm$ 2,85
$^3G_3$	-2,90 $\pm$ 2,42	-0,95 $\pm$ 1,19
$^1G_4$	1,10 $\pm$ 0,15	1,90 $\pm$ 0,22
$^3G_4$	7,19 $\pm$ 1,92	4,56 $\pm$ 1,05
$^3G_5$	0,81 $\pm$ 1,40	-0,47 $\pm$ 1,35

## Ядерные фазовые сдвиги в градусах.

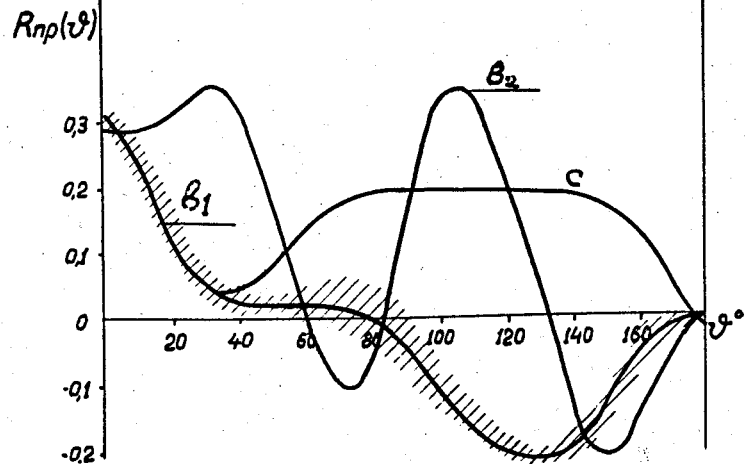
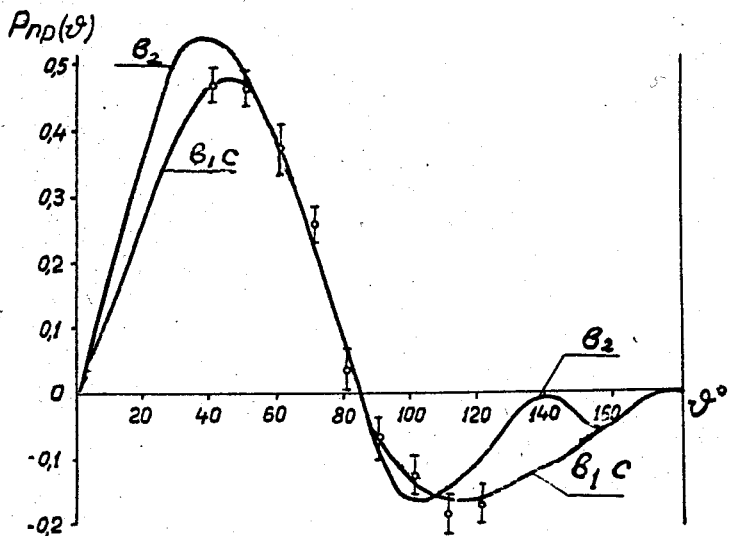
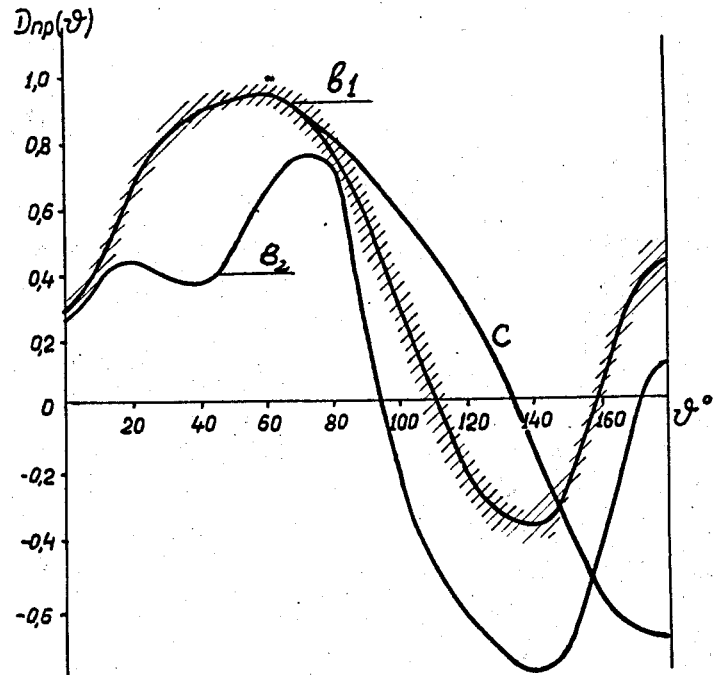
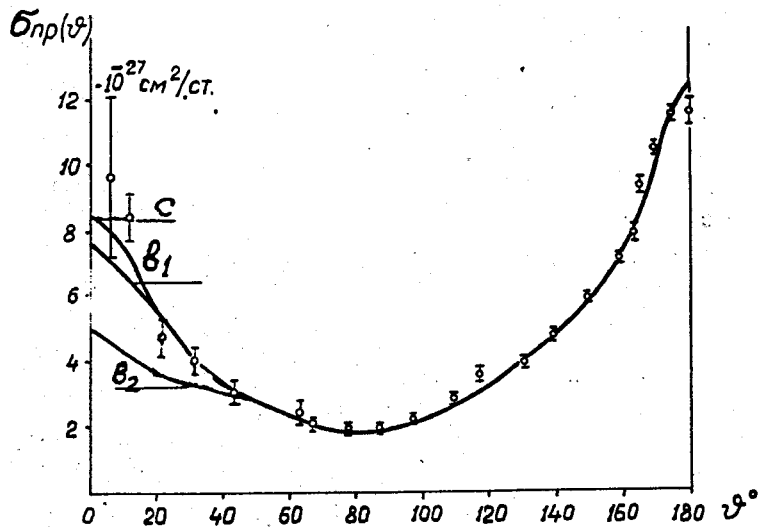
	$b_1$	$c$
$\chi^2$	70,18	74,83
$^1S_0$	$5,84 \pm 0,59$	$-10,33 \pm 0,93$
$^3S_1$	$12,20 \pm 6,00$	$14,92 \pm 6,51$
$f^2$	$0,065 \pm 0,028$	$0,069 \pm 0,034$
$^3P_0$	$-5,00 \pm 1,30$	$-29,03 \pm 1,08$
$^1P_1$	$-16,68 \pm 4,16$	$2,14 \pm 5,04$
$^3P_1$	$-21,41 \pm 0,38$	$-3,55 \pm 0,39$
$^3P_2$	$15,75 \pm 0,17$	$17,58 \pm 0,30$
$\epsilon_1$	$10,60 \pm 2,52$	$28,23 \pm 2,43$
$^3D_1$	$-17,16 \pm 5,43$	$-17,40 \pm 4,78$
$^1D_2$	$7,90 \pm 0,51$	$3,64 \pm 0,26$
$^3D_2$	$28,10 \pm 7,00$	$10,58 \pm 4,70$
$^3D_3$	$0,86 \pm 1,72$	$-3,02 \pm 2,74$
$\epsilon_2$	$-1,99 \pm 0,35$	$-7,15 \pm 0,22$
$^3F_2$	$2,10 \pm 0,46$	$2,16 \pm 0,37$
$^1F_3$	$-7,29 \pm 3,51$	$3,12 \pm 1,90$
$^3F_3$	$-2,45 \pm 0,2$	$-1,55 \pm 0,23$
$^3F_4$	$1,95 \pm 0,19$	$1,56 \pm 0,20$
$\epsilon_3$	$2,95 \pm 4,31$	$9,91 \pm 0,76$
$^3G_3$	$0,16 \pm 3,67$	$0,53 \pm 1,87$
$^1G_4$	$1,08 \pm 0,15$	$2,11 \pm 0,23$
$^3G_4$	$11,71 \pm 1,65$	$5,35 \pm 1,61$
$^3G_5$	$0,0003 \pm 1,29$	$-2,62 \pm 1,57$
$\epsilon_4$	$-1,31 \pm 0,19$	$-0,69 \pm 0,18$
$^3H_4$	$-1,39 \pm 0,42$	$-1,05 \pm 0,41$
$^1H_5$	$2,66 \pm 1,91$	$6,40 \pm 1,35$
$^3H_5$	$-0,23 \pm 0,20$	$-1,02 \pm 0,18$
$^3H_6$	$-0,94 \pm 2,59$	$-1,11 \pm 0,30$



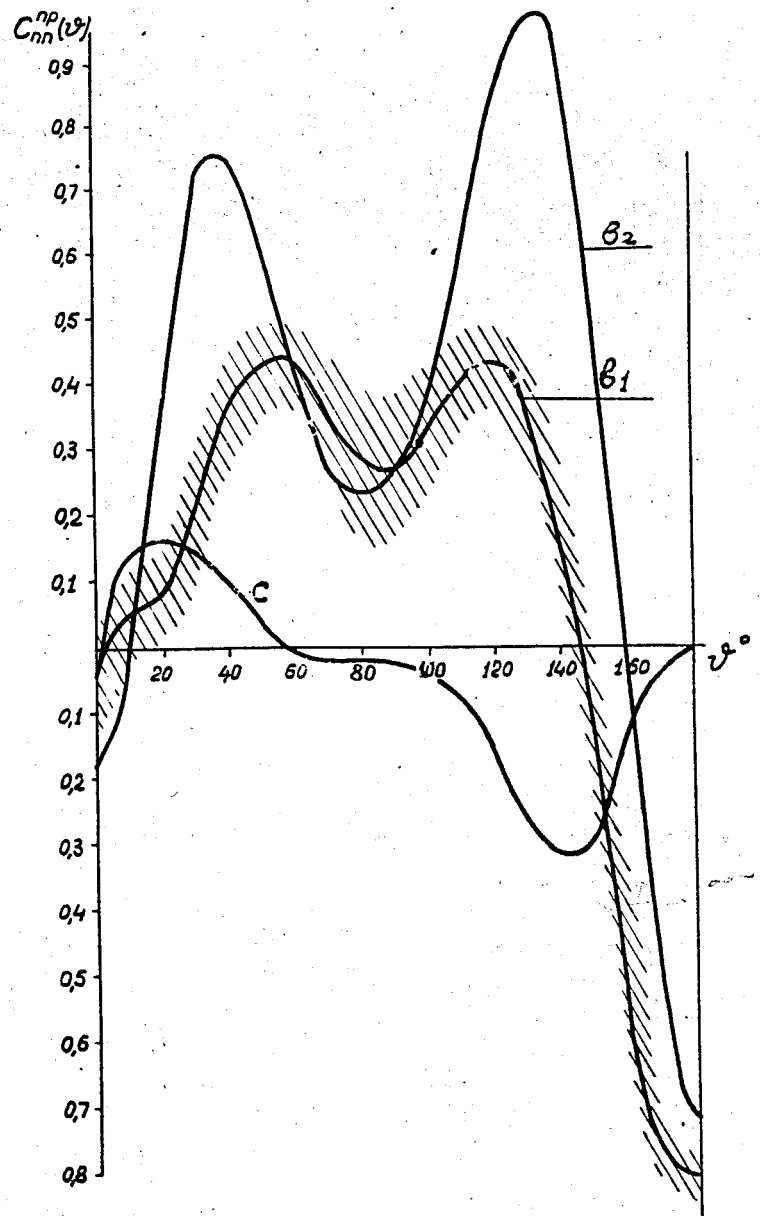
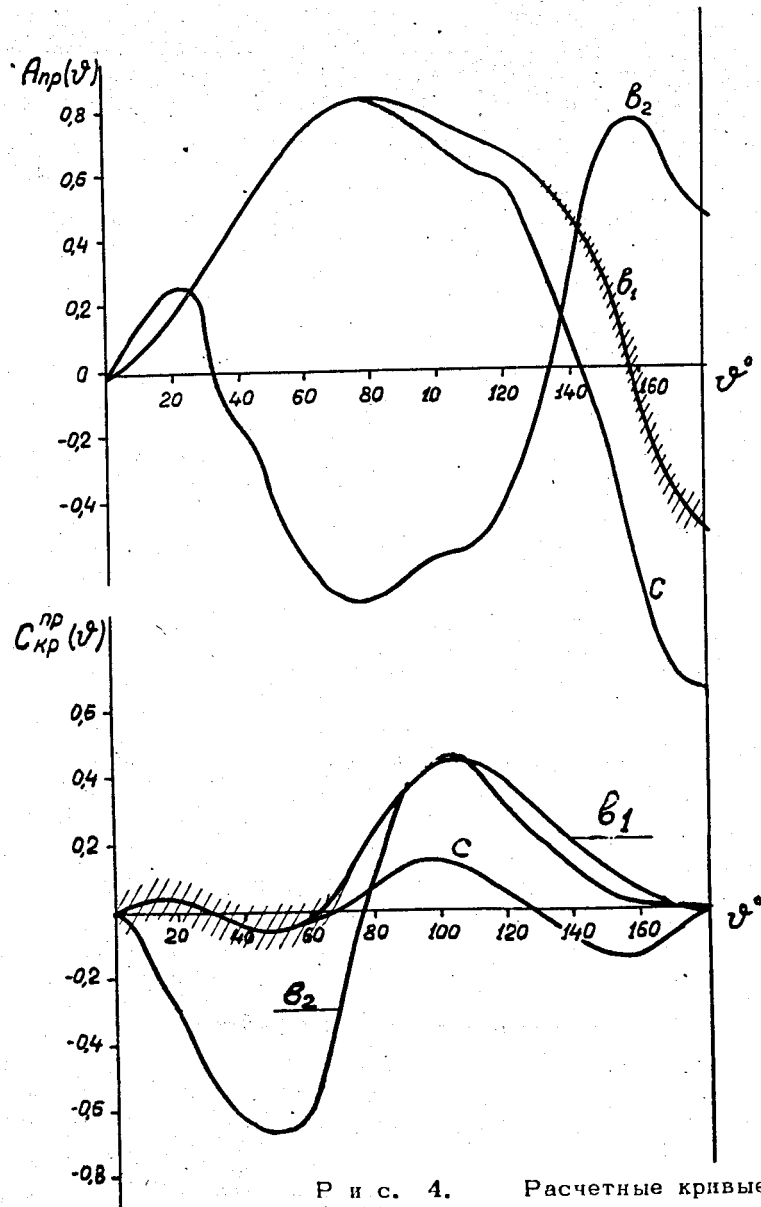
Р и с. 1. Зависимость  $\chi^2$  от приращения  $\delta_{3p_0}$ , измеренного в ошибках  $\Delta_{3p_0}$ .



Р и с. 2. Зависимость  $\chi^2/\bar{\chi}^2$  для набора  $b_1$  от  $l_{max}$ .  
2-кривая, полученная после исключения двух точек в  $A_{pp}$

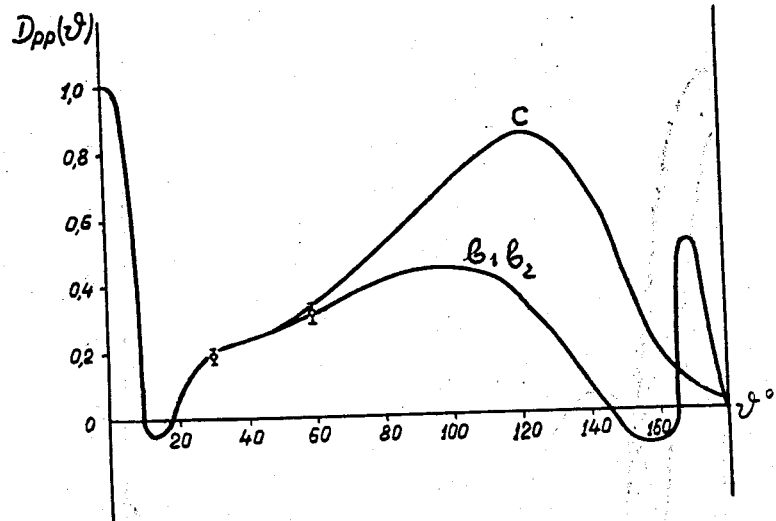
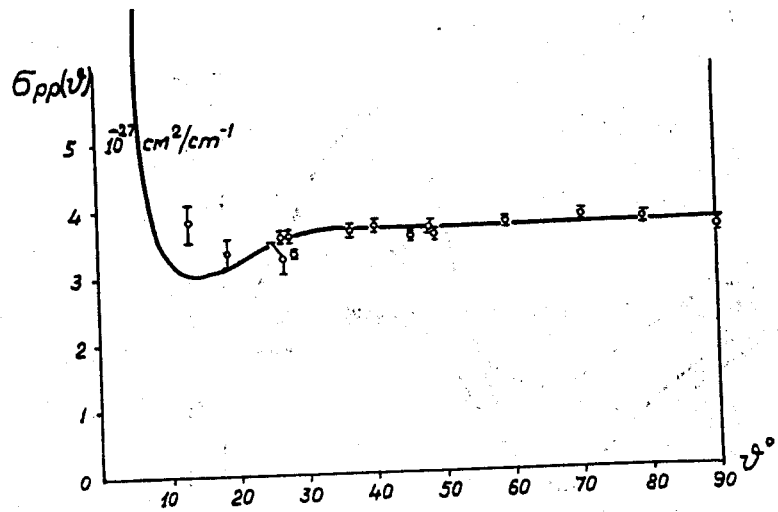


Р и с. 3. Расчетные кривые. На углах, где ошибки превышают 10%, коридор ошибок показан штрихами на кривой для набора  $b_1$ .  $\square$  - использованные экспериментальные данные.

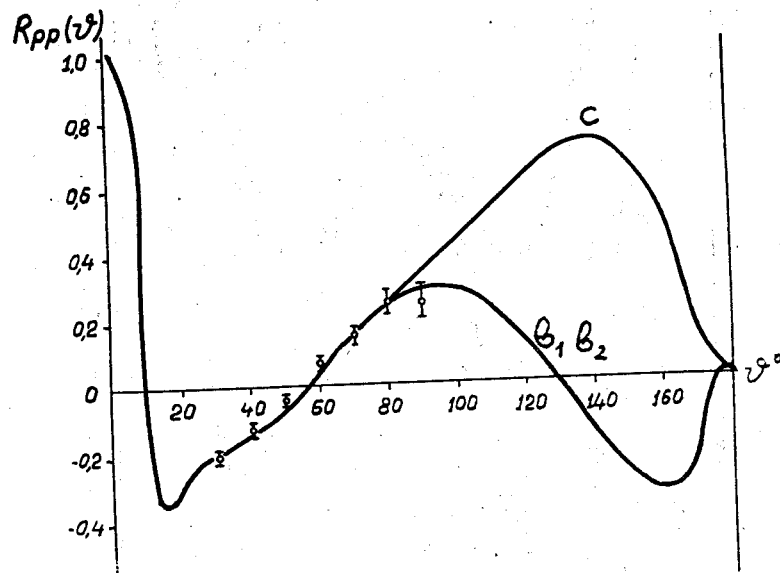
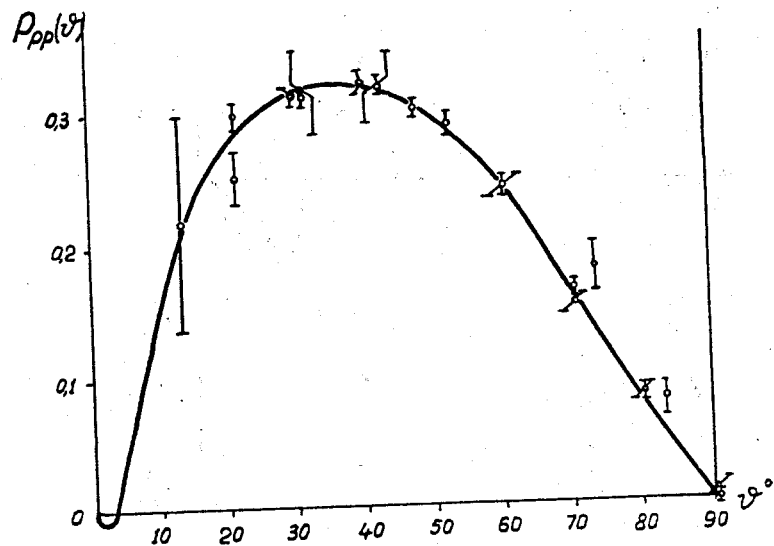


Р и с. 4. Расчетные кривые. Условные обозначения рис. 1.

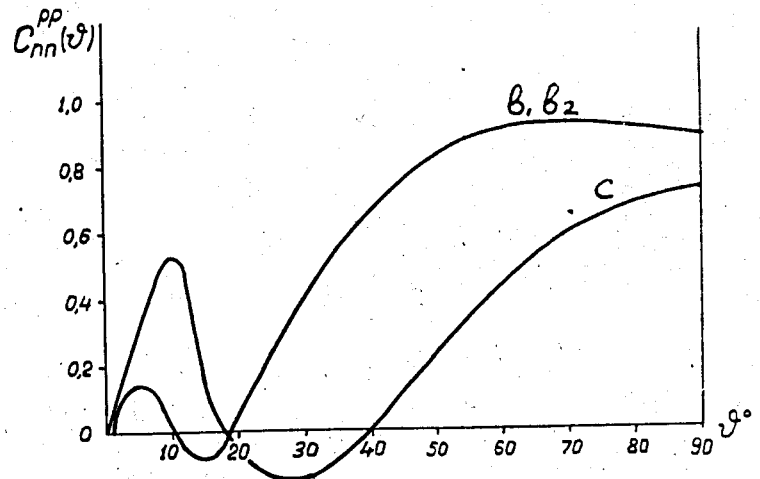
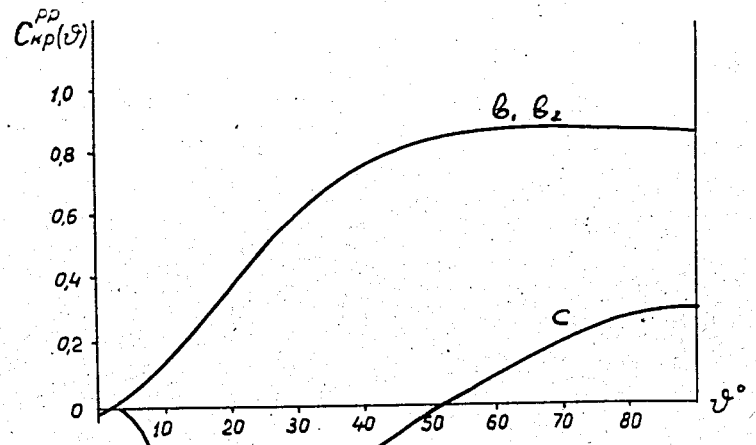
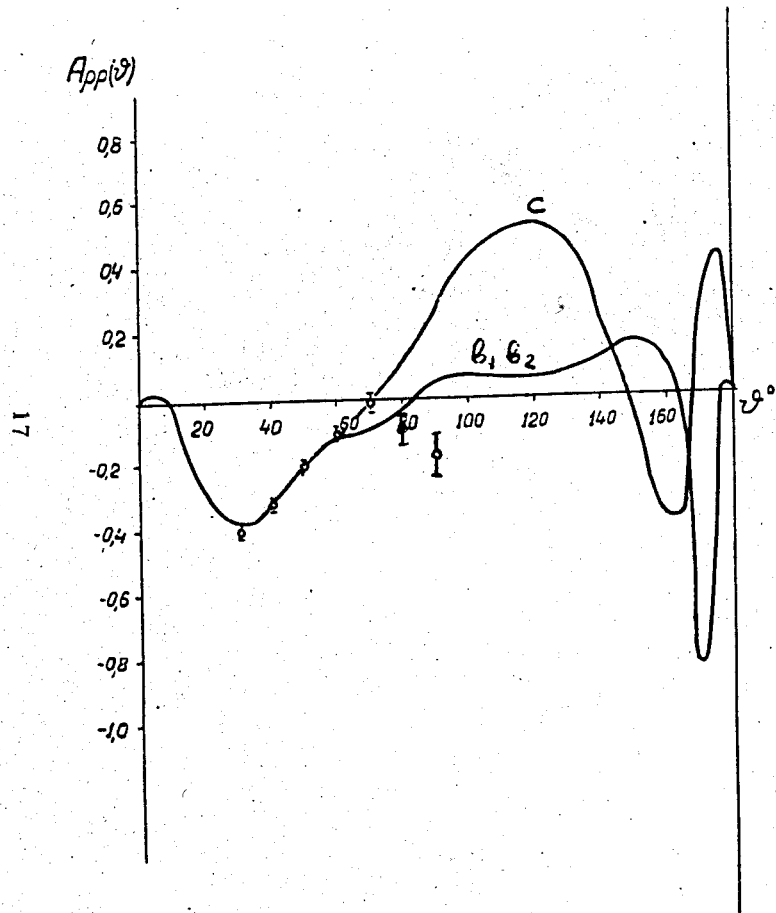




16



Р и с. 5. Расчетные кривые. Условные обозначения рис. 1.



Р и с. 6. Расчетные кривые. Условные обозначения рис. 1.

1. Л.И. Пузиков, Р.М. Рындин, Я.А. Смородинский. *Nucl. Phys.* 3,436, 1957.
2. Ю.М. Казаринов. Диссертация, ОИЯИ, 1956.
3. Б.М. Головин, В.П. Джелепов, В.С. Надеждин, В.И. Сатаров. *ЖЭТФ*, 36, 433, 1959.
4. P.Cziffra, M.H.MacGregor, M.J.Moravcsik, H.P.Stapp. *Phys. Rev.* 114, 880 (1959).
5. А.Ф. Грашин. *ЖЭТФ*, 36,1717, 1959.
6. M.H.MacGregor, *Phys. Rev.* 123, 2154 (1961).
7. M.H.MacGregor. *Phys. Rev.* 123, 1835 (1961).
8. M.H.MacGregor, M.J.Moravcsik. *Phys. Rev. Lett.* 4, 524 (1960).
9. K.Gotow, E.Heer. *Phys. Rev. Lett.* 5, 111 (1960).
10. W.H.Ness. *Rev. Mod. Phys.* 30, 368 (1951).
11. E.Baskir, E.H.Hafner, Roberts, I.H.Tinlot. *Phys. Rev.* 106, 564 (1957).
12. I.H.Tinlot, R.E.Werner. *UCRL XYO* 9747 (1961).
13. A.C.England, W.A.Gibson, K.Gotow, E.Heer, I.H.Tinlot. *Phys. Rev.* 124, 561 (1961).
14. Ю.М. Казаринов, Ю.Н. Симонов. *ЖЭТФ* /в печати/.
15. M.L.Goldberger, I.Nambu, R.Oehme. *Ann. Phys.* 2, 226 (1957).
16. H.P.Stapp, T.I.Ypsilantis, N.Metropolis. *Phys. Rev.* 105, 302 (1957).
17. L.Wolfenstein, I.Ashkin. *Phys. Rev.* 85, 947 (1952).
18. Ю.М. Казаринов, В.С. Киселев, И.Н. Силин, С.Н. Соколов. *ЖЭТФ*, 41, 197, 1961.
19. С.Н. Соколов, И.Н. Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, 1961.
20. W.S.Woolcock. *Proc. 1960 Ann. Intern. Conf.* p. 302 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел  
8 марта 1962 г.