

Г-42
942

У.5.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

С.С. Герштейн

P-942

ПЕРЕХОДЫ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ МЕЗОНОВ
ОТ ВОДОРОДА К ЯДРАМ
ДРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

ЖСЭТФ, 1962, т43, в2, с 706-719.

С.С. Герштейн

P-942

ПЕРЕХОДЫ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ МЕЗОНОВ
ОТ ВОДОРОДА К ЯДРАМ
ДРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1962 год

Имеется довольно большой экспериментальный материал, относящийся к поведению отрицательных мезонов в системах, содержащих наряду с водородом ядра других элементов с $Z > 1$ ^{/1-6/}. Специфическим мезоатомным процессом в таких системах является необратимый перехват отрицательных мезонов от ядер водорода к ядрам с зарядом $Z > 1$. Эксперимент указывает на то, что в конденсированных средах вероятность такого перехвата очень велика. Так, в опытах Панофского и др. ^{/1/} доля π^- -мезонов, захваченных протонами, была в LiH и CH_2 соответственно меньше, чем $6 \cdot 10^{-3}$ и $2 \cdot 10^{-3}$.

В настоящей работе указывается на то, что большая величина сечения перезарядки мезоатомов водорода на ядрах с $Z > 1$ связана с наличием большого числа пересечений молекулярных термов, отвечающих перезарядке.

В § 1 вычисляется сечение перехода μ -мезона с орбиты мезоатома водорода к ядрам углерода и кислорода. Указанный расчет представляет интерес для случая газообразного водорода (диффузионные камеры) ^{/2-4/}, где переход μ -мезоатомов водорода в нормальное состояние происходит быстрее, чем процесс перезарядки к ядрам примеси.

В § 2 рассмотрен вопрос о каскадных переходах в нормальное состояние мезоатомов C_μ и O_μ , образовавшихся в результате перехвата μ -мезонов от водорода.

В § 3 указано, что малая величина сечения перехвата μ -мезонов от водорода к ядрам He , наблюдаемая на опыте ^{/3,5/}, связана с отсутствием пересечений термов, отвечающих перезарядке, и сделана грубая оценка сечения перехода.

В § 4 обсуждаются вопросы, связанные с поведением π^- -мезонов в конденсированных средах, содержащих водород.

§ 1. Переход μ -мезона с K орбиты мезоатома водорода к ядрам углерода и кислорода

Рассмотрим перехват μ -мезона, находящегося на K -орбите мезоатома водорода, к ядрам с зарядом $Z > 1$. Поскольку кинетическая энергия мезоатома водорода мала по сравнению с расстояниями между мезоатомными уровнями, перехват μ -мезона к ядру Z возможен энергетически только на уровни с главным квантовым числом $n \leq Z$. Для перехвата μ -мезона на легкие ядра (например, углерод или кислород) существенны расстояния, как правило, значительно меньшие, чем размеры K -орбиты электронной оболочки a_e/Z ($a_e = \hbar^2/m\epsilon^2$ - боровский радиус электрона). Поэтому в дальнейшем будем пренебрегать влиянием электронной оболочки на процесс перехвата.

Гамильтониан системы, состоящей из протона, ядра и μ -мезона в мезоатомных единицах ($\hbar = 1$; $m_\mu = 1$; $\epsilon = 1$) имеет вид:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2M_1} \Delta_{\vec{R}_1} - \frac{1}{2M_2} \Delta_{\vec{R}_2} - \frac{1}{2} \Delta_{\vec{r}} - \frac{1}{r_1} - \frac{Z}{r_2} + \frac{Z}{R}, \quad (1)$$

где $\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}$ - координаты протона, ядра Z и μ -мезона. $r_1 = |\vec{r} - \vec{R}_1|$; $r_2 = |\vec{r} - \vec{R}_2|$; $R = |\vec{R}_2 - \vec{R}_1|$. Будем искать волновую функцию в виде:

$$\Psi = \Phi_0(\vec{R}) \phi_0(r_1) + \sum_i \Phi_i(\vec{R}) \phi_i^{(Z)}(r_2), \quad (2)$$

где $\phi_0(r_1)$ - волновая функция μ -мезона на K -орбите мезоатома водорода, $\phi_1^{(Z)}(r_2)$ - волновая функция μ -мезона у ядра Z (i - означает совокупность квантовых чисел). Как выяснится в дальнейшем, перехват μ -мезона происходит на расстояниях значительно больших боровского радиуса мезоатома $R \gg 1$. Поэтому приближение (2) не является слишком грубым. В качестве функций $\phi_1^{(Z)}(r_2)$ выберем функцию водородоподобного мезатома в параболических координатах (тем самым в нулевом приближении будет учтено влияние протона на μ -мезон, находящийся у ядра Z). Индекс i будет означать тогда совокупность параболических квантовых чисел (n_1, n_2, m) , где m - проекция момента количества движения μ -мезона на прямую, соединяющую ядра. Для неподвижно закрепленных ядер ' m ' представляет точное квантовое число. Поскольку, однако, учет движения ядер может приводить к изменению $m \rightarrow m \pm 1$, переход μ -мезона с K -орбиты протона к ядру Z может происходить как в состоянии с $m=0$, так и в состоянии с $|m|=1$. Рассмотрим вначале переходы без изменения $m=0$. Подставив (2) в уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) и учитывая, что ϕ_0 и $\phi_1^{(Z)}$ удовлетворяют уравнениям

$$\left(\frac{1}{2} \Delta_r^2 - \frac{1}{r_1}\right) \phi_0 = -\frac{1}{2} \phi_0 \quad (3)$$

$$\left(-\frac{1}{2} \Delta_r^2 - \frac{Z}{r_2}\right) \phi_1^{(Z)} = -\frac{Z^2}{2n^2} \phi_1^{(Z)},$$

получим (после умножения соответственно на функции ϕ_0 и $\phi_1^{(Z)}$ и интегрирования по координатам мезона) следующую систему уравнений для функции Φ_0 и Φ_1 :

$$\left(-\frac{1}{2M} \Delta_R^2 - E + E_0 + V_{00}(R)\right) \Phi_0 = \sum_i V_{0i} \Phi_i \quad (4a)$$

$$\left(-\frac{1}{2M} \Delta_R^2 - E + E_1 + V_{11}(R)\right) \Phi_1 = V_{10} \Phi_0, \quad (4b)$$

где $M = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ - приведенная масса ядер, E_0 и E_1 - энергии изолированных мезоатомов протона и ядра Z ; $V_{00}(R)$ и $V_{11}(R)$ - потенциальные энергии термов, отвечающих при $R \rightarrow \infty$ мезону, находящемуся соответственно на K -орбите протона и в состоянии $i(n_1, n_2, m)$ у ядра Z .

$$V_{00} = Z \left(\frac{1}{R} - \left\langle \frac{1}{r_2} \right\rangle_{00} \right) \quad (5a)$$

$$V_{11} = \left(\frac{Z}{R} - \left\langle \frac{1}{r_1} \right\rangle_{11} \right) \quad (5b)$$

$$V_{01} = \left(\left\langle \frac{1}{r_1} \right\rangle_{01} - \left\langle \frac{1}{r_1} \right\rangle_{11} S \right) \quad (5в)$$

$$V_{10} = Z \left(\left\langle \frac{1}{r_2} \right\rangle_{10} - \left\langle \frac{1}{r_2} \right\rangle_{00} S \right), \quad (5г)$$

где

$$S = \int \phi_1^{(Z)} \phi_0 dr, \quad (6a)$$

$$\langle \frac{1}{r_1} \rangle_{0i} = \int \phi_0 \frac{1}{r_1} \phi_i^{(z)} dr \quad (66)$$

При выводе системы (4) пренебрегается рядом членов:

1) Члены вида $(\int \phi_i^{(z)} \frac{1}{r_1} \phi_i^{(z)} dr) \Phi_i$, перепутывающие уравнения (46) для $i \neq i'$, могут быть опущены, так как волновые функции $\phi_i^{(z)}$ в параболических координатах представляют "правильные" линейные комбинации водородоподобных функций, дающие линейный эффект Штарка и тем самым обеспечивающие равенство нулю матричного элемента $\langle \frac{1}{r_1} \rangle_{ii'}$ ($i' \neq i$) с точностью до $o(\frac{1}{R^3})$;

2) Опущены члены типа $\frac{1}{2M_1} (\int \phi_i^{(z)} \Delta_r \phi_0 dr) \Phi_0$; $\frac{1}{2M_2} (\int \phi_0 \Delta_r \phi_i^{(z)} dr) \Phi_i$, возникающие при действии операторов $\frac{1}{2M_1} \Delta_{R_1}$ и $\frac{1}{2M_2} \Delta_{R_2}$ на волновые функции $\phi_0(|r^2 - R_1^2|)$ и $\phi_i^{(z)}(r - R_2)$. Указанные члены, представляющие динамические поправки к адиабатическому приближению и при $M_1, M_2 \gg 1$ малы по сравнению с членами, стоящими в правых частях уравнений (4а), (4б). Следует отметить, что диагональные элементы $\frac{1}{2M_1} \int \phi_0 \Delta_r \phi_0 dr = -\frac{1}{2M_1}$ и $\frac{1}{2M_2} \int \phi_i^{(z)} \Delta_r \phi_i^{(z)} dr = -\frac{1}{2M_2} \frac{1}{n^2}$ в уравнениях (4) включены в E_0 и E_i , поскольку они представляют поправки, соответствующие (с точностью до $1/M_1^2, 1/M_2^2$) введению приведенной массы μ -мезона в изолированных мезоатомах, так что:

$$E_0 = -\frac{M}{2(M_1+1)} \approx -\frac{1}{2}(1 - \frac{1}{M_1}); \quad E_i \approx -\frac{1}{2n^2}(1 - \frac{1}{M_2}); \quad (7)$$

3) Члены $\frac{1}{M_1} \vec{\nabla}_R \Phi_0 (\int \phi_i^{(z)} \phi_0 dr)$ и $\frac{1}{M_2} \vec{\nabla}_R \Phi_i (\int \phi_0 \vec{\nabla}_r \phi_i^{(z)} dr)$ при $M_1, M_2 \gg 1$ малы по сравнению с $V_{0i} \Phi_i$ и $V_{i0} \Phi_0$ и поэтому для переходов без изменения m ими можно пренебречь. Существенно отметить, однако, что именно эти члены вызывают переходы $m \rightarrow m \pm 1$.

Для определения сечения перехвата μ -мезона от протона к ядру уравнения (4) должны быть решены с граничными условиями, требующими, чтобы функции Φ_i содержали при $R \rightarrow \infty$ только расходящиеся волны. Если волна Φ_0 нормирована на единичный поток:

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{v}} \sum_{\ell} i^{\ell} (2\ell+1) e^{i\ell} P_{\ell}(\cos\theta) \{ \sin(kR - \frac{\pi\ell}{2} + \alpha_{\ell}) + \gamma_{\ell} \exp i(kR - \frac{\pi\ell}{2} + \alpha_{\ell}) \} \frac{1}{kR}, \quad (8)$$

то

$$\Phi_i \approx \frac{1}{\sqrt{v_i}} \frac{e^{ik_i R}}{kR} \sum_{\ell} i^{\ell} (2\ell+1) a_{\ell}^i P_{\ell}(\cos\theta)$$

и сечение перехвата в состоянии i равно

$$\sigma_i = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) |a_{\ell}^i|^2, \quad (9)$$

где $k^2 = 2M(E - E_0)$; $k_i^2 = 2M(E - E_i)$, а v и v_i - скорости относительного движения ядер при $R \rightarrow \infty$: $v = k/M$ $v_i = k_i/M$.

Характерной особенностью рассматриваемой задачи, определяющей большое сечение перехвата, является пересечение молекулярных термов. Это обстоятельство нетрудно устано-

вить с помощью простых физических соображений. Рассмотрим терм $V_{00}(R)$, отвечающий на больших расстояниях движению мезоатома водорода в поле ядра Z . Поскольку на больших расстояниях $\langle \frac{1}{r} \rangle_{00} \approx 1/R$, из равенства (5а) видно, что

$$V_{00} \approx o(l^{-R}) \quad R \rightarrow \infty \quad (10a)$$

$$V_{00} \approx \frac{Z}{R} \quad R \rightarrow 0. \quad (10б)$$

Фактически этот результат будет вполне понятен, если учесть электрическую нейтральность мезоатома водорода на больших расстояниях^{x)}.

С другой стороны, термы $V_{ii}(R)$, отвечающие мезоатому Z_μ в поле протона, должны на больших расстояниях давать отталкивание между ядрами $V_{ii} \approx (Z-1)/R$. Выбор в качестве $\phi_i^{(Z)}$ "правильных" линейных комбинаций, дающих линейный эффект Штарка, позволяет получить из (5б) на больших расстояниях с точностью до членов $O(\frac{1}{R^3})$ следующее выражение:

$$V_{ii} \approx \frac{Z-1}{R} + \frac{3}{2} \frac{n(n_1 - n_2)}{ZR^2}. \quad (12)$$

Благодаря довольно быстрому возрастанию $V_{ii}(R)$ с уменьшением R и относительному постоянству V_{00} термы $(E_0 + V_{00})$ и $(E_i + V_{ii})$ могут пересекаться на довольно больших расстояниях. Принимая (10а) и (12), получим для точек пересечения (если они лежат на достаточно большом расстоянии) следующее уравнение:

$$-\frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{1}{M_1}} = -\frac{Z^2}{2n^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{M_2}} + \frac{Z-1}{R} + \frac{3n(n_1 - n_2)}{2ZR^2}. \quad (13)$$

Получающиеся из (13) расстояния R , на которых происходит пересечение для случая ядер углерода ($Z = 6$; $M_2 = 12M_1$) и кислорода ($Z = 8$, $M_2 = 16M_1$), приведены в таблице 1.

Разумеется, в определении точек пересечения, лежащих на малых расстояниях ($R \approx 3-4$), имеется довольно большая неопределенность, поскольку потенциалы V_{00} и V_{ii} на этих расстояниях могут уже существенно отличаться от их асимптотических значений (10а) и (12). Более того, по-видимому, вообще нельзя поручиться, что термы, соответствующие на бесконечности состояниям мезоатома углерода с главным квантовым числом $n = 3$ или кислорода

x) Поведение терма V_{00} , описываемое (10а), вытекает из формулы (5а), полученной в первом приближении теории возмущений. В действительности второе приближение, учитывающее поляризацию мезоатома, должно давать на больших расстояниях слабое притяжение между ядрами

$$V_{00} \approx -\frac{9}{4} \frac{Z^2}{R^4}. \quad (11)$$

xx) Отметим, что указанное здесь пересечение σ термов противоречит общей теореме Неймана-Вигнера о невозможности пересечения термов одинаковой симметрии. Это обстоятельство связано с тем, что для частицы, находящейся в поле двух кулоновских центров, имеется дополнительное вырождение, связанное с разделением переменных, и теорема Неймана-Вигнера в этом случае не применима (см. [7]).

с $n = 4$, пересекают терм V_{00} , так как быстрый рост V_{00} с уменьшением R может начаться как раз при расстояниях порядка $R \approx 3 - 4$, т.е. там, где, согласно таблице 1 должны лежать точки пересечения термов. Что касается термов, соответствующих на больших расстояниях мезоатомам углерода и кислорода с еще меньшими главными квантовыми числами, то они, по-видимому, определенно не могут пересечься с термом, соответствующим мезоатому водорода и возникающая картина (см. рис. 1) должна напоминать случай молекулы HeH^{++} [8], где терм $2p\sigma$, отвечающий атому водорода, не пересекается с термом $1s\sigma$, отвечающим на бесконечности состоянию иона гелия. Для решения вопроса о пересечении термов на малых расстояниях следовало бы точно численно решить задачу о мезоне в поле двух кулоновских центров. Однако, как будет показано ниже, независимо от существования точек пересечения, перехваты μ - мезонов от водорода на уровни углерода с $n \leq 3$ и кислорода с $n \leq 4$ оказываются сильно подавленными, и, таким образом, неопределенность, связанная с поведением потенциалов на малых расстояниях, становится для рассматриваемой задачи несущественной.

Как известно [9-10], в случае пересечения двух молекулярных термов сечение неупругого столкновения определяется формулой (9) с q'_l , равными:

$$|q'_l|^2 = (1 - \ell^{\delta_1}) \ell^{-\delta_1} \sin^2 r_l, \quad (14)$$

где

$$\delta_1 = \left\{ \frac{2\pi |V_{10}|^2}{v_0 |F^1 - F^0|} \right\}_{R=R_0} \quad (15)$$

$$F^1 = -\frac{dV_{11}}{dR}; \quad F^0 = -\frac{dV_{00}}{dR},$$

а v_0 - относительная скорость ядер в точке пересечения молекулярных термов R_0 , определяемой равенством (13). С учетом (11) v_0 равно

$$v_0 = \left[\frac{2}{M} (E - E_0 + \frac{9}{4} \frac{Z^2}{R_0^4} - \frac{\epsilon(\ell + \frac{1}{2})^2}{2M R_0^2}) \right]^{1/2}. \quad (16)$$

Величина r_l в (14) представляет разность интегралов действия для термов V_{00} и V_{11} , взятых от соответствующих классических точек останова до точки пересечения термов:

$$r_l = \int_{E-E_0-V_{00}(R)=0}^{R_0} \sqrt{2M(E-E_0+V_{00})} dR - \int_{E-E_1-V_{11}(R)}^{R_0} \sqrt{2M(E-E_1-V_{11})} dR.$$

Усреднение по энергии (по r_l) дает вместо (14)

$$|q'_l|^2 = \frac{1}{2} (1 - \ell^{\delta_1}) \ell^{-\delta_1} \quad (17)$$

или при $\delta_1 \ll 1$

$$|q'_l|^2 \approx \delta_1/2 \quad (17a)$$

(что совпадает с результатом, даваемым методом искаженных волн [12]).

В рассматриваемом нами случае перехвата μ -мезона от протона к ядрам с $Z > 1$ терм V_{00} пересекается довольно большим числом различных термов V_{11} . Поэтому формула (17), справедливая для случая пересечения двух термов, должна быть соответствующим образом изменена. Указанные изменения формулы (17), учитывающие наличие нескольких пересечений, могут быть легко сделаны, если воспользоваться известной классической интерпретацией формулы (17).

Пусть в нулевом приближении имеется пересечение двух молекулярных термов $00'$ и $11'$ (см. рис. 2а); тогда наличие переходов должно приводить эффективно к раздвижению термов, так что пересечение оказывается невозможным. (Строго говоря, вблизи точки пересечения вообще незаконно говорить о двух различных термах). Вероятность того, что при прохождении через точку пересечения термов система остается в том же самом электронном (мезоатомном) состоянии, т.е. произойдет неадиабатический переход с одной потенциальной кривой ($01'$) на другую ($10'$) (или с ($0'1$) на ($1'0$)),

$$P = \ell^{-\delta} \quad (18)$$

(где δ определяется формулой, аналогичной (15)), а вероятность того, что при прохождении точки пересечения система остается на той же самой потенциальной кривой равна

$$(1 - P) = (1 - \ell^{-\delta}).$$

Поскольку при атомном столкновении точка пересечения проходится дважды (один раз при уменьшении расстояния до точки остановки и другой раз при разлете ядер, переход из состояния "0" в состояние "1" может произойти двумя способами: либо путем $0 \rightarrow 0' \rightarrow 1$, либо путем $0 \rightarrow 0' \rightarrow 1$. Таким образом, вероятность перехода из состояния "0" в состояние "1" оказывается равной

$$w = 2 \ell^{-\delta} (1 - \ell^{-\delta}), \quad (19)$$

что с точностью до нормировочного множителя совпадает с (17). Используя указанную классическую интерпретацию величины (18), как вероятности того, что при прохождении точки пересечения термов система сохранится в первоначальном электронном (мезонном) состоянии, нетрудно получить в классическом пределе выражение для вероятности перехода при наличии нескольких пересечений. Если терм "0" пересекается термами "1", "2", ..., i , ..., n в точках $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ (нумерация термов дана в порядке уменьшения расстояния), то вероятности перехода из состояния "0" соответственно в состояние $n, n-1, \dots, i$ очевидно равны (см. рис. 2б)

$$\begin{aligned} w_n &= 2 P_1 P_2 \dots P_i \dots P_{n-1} P_n (1 - P_n) \\ w_{n-1} &= 2 P_1 P_2 \dots P_{n-2} P_{n-1} (1 - P_{n-1}) [1 - P_n (1 - P_n)] \\ w_i &= 2 P_1 P_2 \dots P_{i-1} P_i (1 - P_i) [1 - P_{i+1} (1 - P_{i+1}) - \\ &\quad - P_{i+1}^2 P_{i+2} (1 - P_{i+2}) - \dots - P_{i+1}^2 P_{i+2}^2 \dots P_{n-1}^2 P_n (1 - P_n)], \end{aligned} \quad (20)$$

где $P_i = e^{-\delta_i}$ и δ_i определяются по формуле (15), при этом полная вероятность неупругого перехода из состояния "0" в состояния "1", "2", ... равна

$$w = 2 \{ P_1 (1 - P_1) + P_1^2 P_2 (1 - P_2) \dots + P_1^2 P_2^2 \dots P_{n-1}^2 P_n (1 - P_n) \}. \quad (21)$$

Из формул (20), (21) легко видеть, что если какая-либо из величин $\delta \rightarrow 0$, то соответствующий переход не влияет на вероятности остальных переходов. С другой стороны, если какая-нибудь из величин δ_i велика, т.е. $P_i \ll 1$, то переходы на уровни $i+1, \dots, n$, точки пересечения которых с уровнем "0" лежат на расстояниях меньших R_i , оказываются сильно подавленными. Физически это обстоятельство вполне ясно, так как большая величина δ_i приводит эффективно к сильному раздвижению уровней "0" и "i", в связи с чем уменьшается вероятность перехода не только на уровень "i", но и на все остальные уровни, точки пересечения которых лежат при меньших расстояниях (см. рис. (26)).

В таблицах 1а и 1б приведены значения δ_i , вычисленные по формуле (15) для переходов на различные уровни мезоатомов углерода и кислорода. При этом величины F^i вычислялись из потенциалов (12), а F^0 принималась равной нулю (поскольку члены порядка $1/R^3$ и $1/R^4$ в потенциалах (12) также не учитывались), Имея в виду, что столкновения происходят при малых (скорее всего тепловых) энергиях, можно при вычислении эффективных сечений ограничиться S -волной, а в формуле (16) пренебречь величиной $E - E_0$ по сравнению с $\frac{9}{4} \frac{Z^2}{R^4}$.

Как видно из таблицы 1, значения δ_i для различных квантовых чисел n_1, n_2 (даже при одинаковом n) могут отличаться на несколько порядков. Такая чувствительность δ_i к значениям n_1, n_2 вполне понятна, так как матричный элемент V_{10} определяется перекрытием волновых функций мезоатома водорода и ядра Z . Используя известные свойства водородоподобных волновых функций в параболических координатах^{/13/}, можно заключить, что при $n_2 > n_1$ наибольшие по модулю значения волновой функции мезоатома Z лежат внутри промежутка между ядром Z и протоном, в то время как при $n_2 < n_1$ - вне этого промежутка. Поэтому матричные элементы V_{10} быстро растут с увеличением разности $n_2 - n_1$. Следует заметить, что учет поляризации мезоатома Z_μ в поле протона может привести к существенному увеличению значений V_{10} для $n_2 - n_1 < 0$ за счет примеси состояний с $n_2 - n_1 > 0$. Однако качественные заключения, которые можно сделать из таблиц 1 (а,б) относительно роли отдельных переходов, при этом не изменятся.

Рассмотрим перехват μ - мезонов к ядрам углерода. Из приводимых в таблице 1а значений δ видно, что переходы на уровни, соответствующие главному квантовому числу $n = 5$, мезоатома C_μ весьма маловероятны. Переходы C_μ -мезона происходят в основном на уровни $(n = 4, n_1 = 1, n_2 = 2)$ и $(n = 4, n_1 = 0, n_2 = 3)$. При этом ввиду довольно большого значения δ для перехода на уровень $(n_1 = 0, n_2 = 3)$ переходы на все остальные уровни, точки пересечения которых лежат на меньших расстояниях, оказываются подавленными (как это следует из формул (20)). Действительно, каково бы ни было значение δ_i для уровней с $n = 3$, величина $e^{-\delta_i} (1 - e^{-\delta_i}) < 1/2$; поэтому наличие в выражениях (20) множителей $e^{-\delta_{i-1}}$ и с $\delta_{i-1} \approx 3$ уменьшает вероятность перехода на уровни с $n = 3$ до величины, оказывающейся малой по сравнению с вероятностями переходов на уровни $(n = 4, n_1 = 1, n_2 = 2)$ $(n = 4, n_1 = 0, n_2 = 3)$.

Переходы μ -мезонов к ядрам кислорода (см. таблицу 16) должны происходить в основном на уровни $(n=6, n_1=0, n_2=5) : (n=5, n_1=1, n_2=3) \quad (n=5, n_1=0, n_2=4)$.

При этом переход на уровень $(n=5, n_1=0, n_2=4)$ с $\delta=2,5$ подавляет переходы на уровни с $n \leq 4$. Таким образом, в обоих рассмотренных случаях оказываются малыми вероятности переходов на те уровни, точки пересечения которых с уровнем, отвечающем мезоатому P_μ , лежат на сравнительно небольших расстояниях (т.е. там, где используемые приближения могут давать большие ошибки). Тот факт, что переходы на соответствующие уровни оказываются автоматически подавленными за счет переходов на высшие уровни, позволяет надеяться на получение в рамках используемых приближений значительно более точных оценок для полной вероятности перехода.

Безразмерные вероятности переходов w_i , вычисленные согласно формулам (20) для наиболее вероятных переходов, представлены в таблице 1. Сечение перехода в соответствии с (9), (17) и (20) равно:

$$\sigma_i = \frac{\pi}{k^2} w_i^x, \quad (22)$$

Из таблиц 1 (а,б) видно, что полная безразмерная вероятность перехода w_i для углерода равна 0,21 и для кислорода $w_i = 0,32$. Легко видеть, однако, что выражение (22) для сечения перехода не может оставаться справедливым вплоть до самых малых энергий столкновения, где сечение неупругого процесса должно иметь вид $\sigma \sim \frac{1}{v}$. Действительно (см. Приложение 2), при энергиях столкновения

$$E \ll E_0, \quad \text{где} \quad E_0 = \frac{1}{9M^2Z^2} \approx \frac{8}{Z^2} \text{ (eV)}. \quad (23)$$

Сечение перехода имеет вид (в мезоатомных единицах)

$$\sigma_i = 3\pi \sqrt{\frac{2}{M}} \frac{Z}{v} w_i. \quad (24)$$

Если столкновения происходят при тепловых скоростях, то условие (23) выполняется практически уже при комнатных температурах. Таким образом, вероятность перехода в единицу времени $\lambda_z = N\sigma_i v$ (где N число ядер в см^3) должна вычисляться согласно (24). В условиях жидководородной камеры ($N = 3,5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$) вероятности перехода μ -мезонов от протонов соответственно к ядрам углерода и кислорода равны

$$\lambda_0 \approx 2,8 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1} \quad (25)$$

$$\lambda_0 \approx 5,6 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1} \quad (26)$$

и по порядку величины совпадают с экспериментальными значениями, полученными в работе В.П.Джелепова, П.Ф.Ермолова, В.Москалева и др. ^{/4/}, а также в работах ^{/3,5/}.

Ясно, что рассмотренный механизм должен давать приблизительно одинаковую по порядку величины вероятность перехода ко всем легким ядрам (за исключением He , см. § 3). На основании изложенного можно сделать также некоторые заключения относительно сечения перехвата μ -мезонов от дейтронов к ядрам $Z > 1$. Поскольку величина v_0 в (15) пропорциональна $M^{-1/2}$, то перехват μ -мезонов с дейтронов должен приводить к еще большему подавлению переходов с $\delta_i > 1$ и увеличивать вероятность переходов с $\delta_i \ll 1$.

х) Переходы в мезонные состояния $m=1$ для ядер, находящихся в S -состоянии не происходят (см. ^{/21/}).

Если основную роль в перехвате на углерод играет переход в состояние $(n=4, n_1=1, n_2=2)$, а на кислород - в состояние $(n=5, n_1=1, n_2=3)$, для которых $\delta_i \ll 1$, то вероятность перехода $w_i \sim M^{2i}$ и в области применимости формулы (24) - вероятность перехвата μ -мезонов в единицу времени (λ_z) от дейтронов должна быть примерно равна (или несколько меньше) вероятности перехвата от протонов.

Тот факт, что в работе Шиффа^{/5/} величина $X_{dNe} = \lambda_{dNe} (\lambda_0 + \lambda_{dp})$ оказывается больше величины $X_{pNe} = \lambda_{pNe} / (\lambda_0 + \lambda_{pp})$ (здесь λ_0 - вероятность распада μ -мезона, λ_{pp} и λ_{dp} - вероятности образования мезомолекул $pp\mu$ и $dp\mu$ (в сек⁻¹) и λ_{dNe} , λ_{pNe} - вероятности перехвата μ -мезона от дейтрона и соответственно от протона к Ne) может быть интерпретирован при $\lambda_{dNe} < \lambda_{pNe}$ различием в вероятностях λ_{pp} и λ_{pd} . Как показывают данные В.П. Джелепова и П.Ф. Ермолова^{x)} (в отличие от данных^{/14/}), в действительности $\lambda_{pd} < \lambda_{pp}$.

§ 2. Каскадные переходы в мезоатомах после перехвата μ -мезона

Пользуясь вычисленными в предыдущей главе вероятностями перехвата μ -мезона в различные состояния мезоатома Z_μ , можно рассчитать процесс дальнейшего каскадного перехода на К-орбиту мезоатома. В частности, можно вычислять вероятность испускания Оже-электронов в этом процессе. Указанная величина представляет интерес ввиду того, что в условиях водородной диффузионной камеры, использованной в работе В.П. Джелепова, П.Ф. Ермолова, В.М. Москалева^{/4/}, наличие Оже-электронов может служить для идентификации процесса перехвата.

При рассмотрении переходов в мезоатоме Z_μ удобно разложить волновые функции мезоатома Z_μ в поле протона (записанные в параболических координатах) по волновым функциям свободного мезоатома в сферических координатах. Пусть $\phi_{n_1 n_2 m}^{(Z)} = \phi_{n_1 n_2 m}(\xi, \eta, \phi)$ - нормированная волновая функция мезоатома Z в параболических координатах $\xi = r_2(1 + \cos\theta)$, $\eta = r_2(1 - \cos\theta)$; ϕ с квантовыми числами n_1, n_2, m , а $\Psi_{n\ell m} = R_{n\ell}(r_2) Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ - нормированная волновая функция в сферических координатах. Тогда

$$\phi_{n_1 n_2 m}^{(Z)} = \sum_{\ell=m}^{\ell=n-1} C_{n_1 n_2 m}^{\ell} \Psi_{n\ell m}, \quad (27)$$

где (для $m > 0$)

$$C_{n_1 n_2 m}^{\ell} = (-1)^m \sqrt{(2\ell+1) \frac{(\ell-m)!(n+\ell)!(n-\ell-1)!(n_2+m)!}{(\ell+m)!(n_1+m)! n_1! n_2!}}$$

$$\sum_{k=0}^{\ell-m} (-1)^k \frac{(\ell+m+k)!(n_1+m+k)!}{k!(m+k)!(\ell-m+k)!(n+m+k)!}$$

(Для $m < 0$ $C_{n_1 n_2 m}^{\ell} = (-1)^m C_{n_1 n_2 |m|}^{\ell}$). Для интересующих нас состояний, в которые совершается переход μ мезона, разложение (27) имеет вид

x) Частное сообщение.

$$Z = 6, \quad n = 4$$

$$\phi_{120} = \frac{1}{2} \Psi_{400} + \frac{\sqrt{5}}{10} \Psi_{410} - \frac{1}{2} \Psi_{420} - \frac{3\sqrt{5}}{10} \Psi_{430}$$

(29)

$$\phi_{030} = \frac{1}{2} \Psi_{400} + \frac{3\sqrt{5}}{10} \Psi_{410} + \frac{1}{2} \Psi_{420} + \frac{\sqrt{5}}{10} \Psi_{430}$$

$$Z = 8, \quad n = 5$$

$$\phi_{130} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{500} + \frac{1}{\sqrt{10}} \Psi_{510} - \frac{1}{\sqrt{14}} \Psi_{520} - \frac{\sqrt{2}}{5} \Psi_{530} - \frac{\sqrt{8}}{35} \Psi_{540}$$

$$\phi_{040} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{500} + \frac{\sqrt{2}}{5} \Psi_{510} + \frac{\sqrt{2}}{7} \Psi_{520} + \frac{1}{\sqrt{10}} \Psi_{530} + \frac{1}{\sqrt{70}} \Psi_{540}$$

$$Z = 8, \quad n = 6$$

$$\phi_{050} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Psi_{600} + \frac{\sqrt{5}}{14} \Psi_{610} + \frac{5}{2\sqrt{21}} \Psi_{620} + \frac{\sqrt{5}}{6} \Psi_{630} + \frac{\sqrt{7}}{14} \Psi_{640} + \frac{\sqrt{7}}{42} \Psi_{650}$$

Вероятности радиационных переходов из состояний (n, ℓ, m) можно получить из таблицы 15 книги Бете и Солпитера^{/15/}, умножая приведенные там значения на $\frac{Z^4}{m_\mu} \frac{m_\mu}{m}$ (m_μ, m - массы μ мезона и электрона). Учитывая, что размеры мезоатомных орбит значительно меньше электронных, можно рассматривать Оже-переходы мезоатомов (с передачей энергии электрону атомной оболочки) как процесс внутренней конверсии на электроны. Коэффициент конверсии для дипольного перехода имеет вид:

$$k = 16 \pi Z'^2 \alpha^3 \frac{\ell^{-4\eta} \operatorname{arccotg} \eta}{(1 - \ell^{-2\eta})(1 + \frac{1}{\eta^2})} \left(\frac{m c^2}{\Delta E} \right)^3, \quad (31)$$

где

$$\eta = Z' \alpha / \sqrt{2} \frac{W}{m c^2}, \quad \alpha = \ell^2 / h c,$$

ΔE - энергия мезоатомного перехода, W - энергия вылетающего электрона; $W = \Delta E - I_k$ (I_k - потенциал ионизации электрона на K -оболочке). Формула (31) учитывает, что электронная оболочка находится в поле ядра Z , экранированном μ -мезоном: $Z' = Z - 1$. Энергия ионизации электрона на K -оболочке ядра Z' вычислялась согласно известному правилу Слеттера^{/20/} $I_k = (Z' - 0,3)^2 \cdot 13,5 \text{ eV}$ и составляет для углерода $I_k = 0,3 \text{ КэВ}$ кислорода $I_k = 0,61 \text{ КэВ}$. Энергии перехода и соответствующие им коэффициенты конверсии (31) приведены в таблицах II (а,б). Используя эти коэффициенты конверсии и вероятности радиационных переходов, приведенные в^{/15/}, можно вычислить вероятность испускания Оже-электронов при каскадном переходе мезоатома из состояния $(n \ell)$ в основное. Действительно, если $R_{m\ell}$ - вероятность радиационного перехода из состояния n в состояние

n' , а $k_{nn'}$ - соответствующий коэффициент конверсии, то вероятность испускания Оже-электронов (A_n) равна:

$$A_n = \frac{\sum_{n'} k_{nn'} R_{nn'}}{\sum_{n'} (1 + k_{nn'}) R_{nn'}} + \frac{\sum_{n'} R_{nn'} \frac{\sum_{n''} k_{n'n''} R_{n'n''}}{\sum_{n''} (1 + k_{n'n''}) R_{n'n''}}}{\sum_{n'} (1 + k_{nn'}) R_{nn'}} + \dots \quad (33)$$

(суммирование в (33) производится по всем n' , n'' , допускаемым правилами отбора для дипольного излучения и условием $E_n > E_{n'} > E$). Практически в (33) можно ограничиться первым членом.

Вероятности испускания Оже-электронов при каскадных переходах в мезоатомах С и О приведены в таблицах III. Пользуясь разложениями (29), (30), можно получить соответствующие вероятности для переходов из состояний в параболических координатах (предпоследние колонки таблиц III). В последней колонке таблиц III указаны средние вероятности наблюдения Оже-электрона после перехвата, если считать, что перехват происходит на уровнях ($n = 4, n_1 = 1, n_2 = 2$) и ($n = 4, n_1 = 0, n_2 = 3$) для углерода и на уровнях ($n = 6, n_1 = 0, n_2 = 5$), ($n = 5, n_1 = 1, n_2 = 3$) ($n = 5, n_1 = 0, n_2 = 4$) для кислорода с соотношением вероятностей, даваемым таблицей II.

Таким образом, перехват μ -мезона к ядрам С и О приводит с вероятностью приблизительно 80% к появлению Оже-электрона с энергией несколько Кэв. Этот факт удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными В.П.Джелепова, П.Ф.Ермолова и др.¹⁴

§ 3. Переход μ -мезонов к He

Система μ He представляет исключение среди систем μZ . Молекулярные термы μ He подобны рассчитанным точно^{18/} термам системы He^+ . Согласно^{18/} терму $2p\sigma$, соответствующий при разведении атому водорода в нормальном состоянии, не пересекается с термом $1s\sigma$, соответствующим иону гелия. Таким образом, переход $\mu + He \rightarrow He_\mu + p$ должен в квазиклассическом приближении происходить за счет особенности в потенциальных энергиях при $R=0$. Поскольку точка $R=0$ лежит в подбарьерной области, вероятность перехода будет весьма мала^{х)}.

Сечение перехода определяется квадратом матричного элемента

$$f_{12} = \int_0^\infty \Phi_{1s\sigma} V_{12} \Phi_{2p\sigma} dR, \quad (34)$$

х) Вероятность переходов $\mu + He \rightarrow He_\mu + p$ на уровнях He_μ с $n=2$ стремится к нулю при малых энергиях столкновения (см. ^{16/}). Отметим также, что ввиду разности в эффективных массах уровень мезоатома μ на бесконечности лежит выше уровней мезоатома He_μ с $n=2$ и пересекается ими на расстояниях порядка $R \approx 20$. Однако на столь больших расстояниях перекрытие волновых функций μ и He_μ очень мало и переход практически не имеет места.

где $\Phi_{1s\sigma}$ и $\Phi_{2p\sigma}$ - волновые функции относительного движения ядер соответственно в мезонных состояниях $1s\sigma$ и $2p\sigma$, а V_{12} - возмущение, вызывающее переход (см. (5)). Согласно правилам вычисления квазиклассических матричных элементов^{/1/} величина f_{12} в квазиклассическом приближении пропорциональна экспоненциальному выражению:

$$f_{12} \sim \exp \left\{ \int_{a_0}^0 \sqrt{2M(V_{2p\sigma}(R) - E)} dR - \int_a^0 \sqrt{2M(V_{1s\sigma}(R) - E)} dR \right\}, \quad (35)$$

где $V_{2p\sigma}(R)$ и $V_{1s\sigma}(R)$ - молекулярные потенциалы в состояниях $2p\sigma$ и $1s\sigma$; a_0 и a_1 - соответствующие им классические точки остановки; M - приведенная масса ядер. При $R \rightarrow 0$,

$$V_{1s\sigma} \approx \frac{2}{R} + E_{1s}; \quad V_{2p\sigma} \approx \frac{2}{R} + E_{2p}, \quad (36)$$

где $E_{1s} = -9/2$ и $E_{2p} = -9/8$ - энергии мезоатома лития в состоянии $1s$ и $2p$. Используя (36), можно с точностью до коэффициентов порядка единицы вычислить предэкспоненциальный множитель в f_{12} . Сечение перехода по порядку величины оказывается равным

$$\sigma \approx \frac{\pi |V_{12}(0)|^2}{k^2 (E_{1s} - E_{2p})} \exp \{-2(B_{2p\sigma} - B_{1s\sigma})\}, \quad (37)$$

где $(B_{2p\sigma} - B_{1s\sigma})$ - экспоненциальное выражение (35), а $k^2 = 2MT$ (T - кинетическая энергия мезоатома $p\mu$). Используя численные значения потенциалов $V_{1s\sigma}$ и $V_{2p\sigma}$ ^{/8/}, можно оценить барьерные факторы; при $T=0$ для перехвата к He_3 $B_{1s\sigma} = 6,5$; $B_{2p\sigma} = 13,8$. Таким образом, экспоненциальный фактор в (3,7) составляет $\approx 10^{-8}$, а вероятность перехода μ - мезона к He , вычисленная согласно (3,7), оказывается по крайней мере на 5 порядков меньше, чем вероятность перехода к ядрам типа C , O , Ne . Ввиду малости сечения процесса $p\mu + He \rightarrow He\mu + p$ существенную роль может играть радиационный перехват мезонов $p\mu + He \rightarrow He\mu + p + \gamma$, при котором мезон в процессе столкновения переходит на орбиту $He\mu$, испуская рентгеновский квант. По оценкам^{/17/}, вероятность радиационного перехвата (в условиях жидкого водорода) может составить $\lambda_2 \approx 10^4 - 10^5 \text{ сек}^{-1}$, т.е. имеет тот же порядок, что и для процесса $p\mu + He \rightarrow He\mu + p$. Указание на малость сечения перехода μ - мезонов к He было сделано автором в 1960 году одновременно с проведением опытов^{/3/} и подтверждается экспериментальными результатами^{/3,5/}.

§ 4. Процессы перехвата в конденсированных средах

В предыдущем рассмотрении считалось, что перехват мезонов происходит из основного состояния $p\mu$. Такая ситуация имеет место в газообразном водороде при малой концентрации примесей, когда время перехода на K -орбиту значительно меньше перехвата. В конденсированных средах типа LiH , CH_2 и т.д. перехват отрицательных мезонов от водорода должен происходить с возбужденных состояний мезоатома водорода. Действительно, благодаря большому числу пересечений для возбужденных состояний сечение перехвата может приближаться к своему предельному значению $\sigma = \pi \lambda^2$, а вероятность перехода к величине $\approx 10^{11} \text{ сек}^{-1}$. Таким образом на достаточно высоких орбитах перехват мезонов к дру-

гим ядрам может успешно конкурировать с каскадными переходами в низшие состояния и с ядерным захватом (в случае π^- и K^- -мезонов) благодаря механизму Дея, Сноу и Сачера /18/.

Необходимо отметить также, что пересечение молекулярных потенциалов в системе $p\pi p$ должно приводить к большой ($10^{11} - 10^{12} \text{ сек}^{-1}$) вероятности неупругих столкновений $p\pi^{**} + p \rightarrow p\pi^* + p$, благодаря которым π^- -мезон может довольно быстро перейти из состояния с $n \geq 14$ на уровни $n = 4 - 5$, где работает механизм ядерного захвата /18/. Возможно, что указанный процесс существенен для объяснения малого времени жизни π^- -мезонов в водороде /19/.

В заключение приношу глубокую благодарность экспериментаторам Лаборатории ядерных проблем: В.П. Джелезову, П.Ф. Ермолову, А.И. Мухину, Б.М. Понтекорво и Р.М. Суляеву за стимулирование указанной работы и ценные замечания, а также Я.Б. Зельдовичу, Л.И. Лапидусу, А.А. Логунову, Я.А. Смородинскому и И.М. Шмушкевичу за плодотворные обсуждения.

Автор весьма признателен И.В. Пузынину и А.М. Газетовой за помощь в численных расчетах.

Приложение 1

Волновая функция мезоатома Z в состоянии с параболическими квантовыми числами $(n_1, n_2, m = 0)$ может быть записана (см. рис. 3) в виде /13/:

$$\phi_i^{(Z)} = \frac{Z^{3/2}}{\pi^{1/2} n^2} \ell^{-\frac{Zr_2}{n}} F(-n_1, 1; \frac{Zr_2(1-\cos\theta_2)}{n}) F(-n_2, 1; \frac{Zr_2(1+\cos\theta_2)}{n}), \quad (I\Pi 1)$$

где $n = n_1 + n_2 + 1$ - главное квантовое число; $F(a, y; x)$ - вырожденная гипергеометрическая функция. Волновая функция мезоатома водорода

$$\phi_0 = \frac{1}{\pi^{1/2}} \ell^{-r_1}. \quad (I\Pi 2)$$

При вычислении матричных элементов $\langle \frac{1}{r_2} \rangle_{10}$ и S (формулы (6)) в соответствующих интегралах удобно перейти к Эллиптическим координатам

$$\xi = \frac{r_1 + r_2}{R}; \quad \eta = \frac{r_1 - r_2}{R},$$

при этом

$$\cos\theta_2 = \frac{1 - \xi\eta}{\xi - \eta}.$$

Величины $\langle \frac{1}{r_2} \rangle_{10}$ и S соответственно равны

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle_{10} = \frac{Z^{3/2} R^2}{2n^2} \int_{+1}^{\infty} d\xi \int_{-1}^{+1} \ell^{-\omega R \xi + \epsilon R \eta} (\xi + \eta) F(-n_1, 1; \frac{ZR}{2n} (\xi - 1)(1 + \eta)) F(-n_2, 1; \frac{ZR}{2n} (\xi + 1)(1 - \eta)) d\eta$$

(I\Pi 4)

$$S = \frac{Z^3/2R^3}{4\pi^2} \int_1^\infty d\xi \int_{-1}^{\xi} d\eta \ell^{-\omega R\xi + \epsilon R\eta} (\xi^2 - \eta^2)^{-1} F(-n_1, 1; \frac{ZR}{2n} (\xi-1)(1+\eta)) F(-n_2, 1; \frac{ZR}{2n} (\xi+1)(1-\eta)) d\eta, \quad (I\text{П}4')$$

где

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{n} + 1 \right); \quad \epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{n} - 1 \right).$$

Представив вырожденные гипергеометрические функции в виде полиномов и выполняя элементарное интегрирование, можно вычислить величины $\langle \frac{1}{r_2} \rangle_{10}$ и S как функции параметров R , ω , ϵ . Поскольку, однако, этом связано с громоздкими вычислениями, а значения величин $\langle \frac{1}{r_2} \rangle_{10}$ и S требуется узнать только для одного определенного значения расстояния R_0 (соответствующего точке пересечения термов), вычисление интегралов (IП4) и (IП4') было проведено путем численного интегрирования на машине. Результаты интегрирования представлены в таблице 1. Зависимость величин (IП4) от расстояния R может быть проиллюстрирована на следующих примерах.

Для $Z = 6$ ($n = 4$, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$) при $R = 6,88$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = 6,50 \cdot 10^{-3}; \quad S = 2,87 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad R = 7,31$$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = 4,41 \cdot 10^{-3}; \quad S = 2,03 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad R = 7,71$$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = 3,10 \cdot 10^{-3}; \quad S = 1,48 \cdot 10^{-2}$$

Для $Z = 8$ ($n = 5$, $n_1 = 1$, $n_2 = 3$) при $R = 7,94$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = -5,82 \cdot 10^{-3}; \quad S = -3,24 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad R = 8,24$$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = -4,53 \cdot 10^{-3}; \quad S = -2,57 \cdot 10^{-2} \quad \text{и при} \quad R = 8,52$$

$$\langle \frac{1}{r_2} \rangle = -3,56 \cdot 10^{-3}; \quad S = -2,06 \cdot 10^{-2}$$

П р и л о ж е н и е II

Сечение (22) получено в квазиклассическом приближении. Между тем, если длина волны падающей частицы λ значительно больше величины ρ , характеризующей радиус действия молекулярных потенциалов, то заведомо должна существовать область расстояний, на которых квазиклассическое приближение оказывается несправедливым. Укажем поэтому прежде всего область применимости выражения (22). Потенциал взаимодействия в начальном состоянии (когда μ -мезон находится у протона) имеет вид, изображенный на рис.1. На больших расстояниях

$$V \approx -\frac{a}{R^4}; \quad (a = \frac{9}{4} Z^2). \quad (III)$$

Условие применимости квазиклассического приближения: $\frac{d\lambda}{dR} \ll 1$ для потенциала (III) принимает вид

$$\frac{2R}{(2Ma)^{1/2} \left(1 + \frac{ER}{a}\right)^{3/2}} \ll 1,$$

(где M - масса, E - энергия налетающей частицы). Выражение, стоящее в левой части (ПП2), как функция R имеет максимальное значение при $R = (a/5E)^{1/4}$. Если энергия системы такова, что это максимальное значение удовлетворяет (ПП2), то квазиклассическое приближение проходит всюду на больших расстояниях. Отсюда получается критерий, ограничивающий применимость выражения (22) снизу

$$E \gg \frac{5^5}{2^4 \cdot 3^6 M^2 a} = \frac{0,12}{M^2 Z^2} \quad (\text{в мезоатомных единицах}) \quad (\text{ПП3}),$$

т.е.

$$E \gg \frac{8}{Z^2} (ev). \quad (\text{ПП3}')$$

Таким образом, если столкновения происходят при тепловых энергиях, условие (ПП3) не выполняется и сечение перехвата должно отличаться от (22).

Если $E \rightarrow 0$, то, как видно из (ПП2), условия квазиклассичности будут выполняться для

$$R \ll \left(\frac{Ma}{2} \right)^{1/2} \approx 3Z. \quad (\text{ПП4})$$

Интересующие нас точки пересечения термов (см. таблицу 1) лежат в указанной области и, следовательно, вычисление безразмерных вероятностей перехода w на основе квазиклассического рассмотрения правильно (за исключением усреднения $\sin^2 \tau$ в формуле (14)).

Мы покажем, что предельное выражение для сечения перехода при $E \rightarrow 0$ можно грубо получить из (22), учтя изменение нормировки квазиклассической функции. Для этого квазиклассическое решение в области (ПП4) следует сшить с точным решением уравнения Шредингера.

Если

$$E \ll \frac{0,12}{M^2 Z^2}, \quad (\text{ПП5})$$

то в области (ПП4) можно пренебречь энергией E по сравнению с $V(R)$. Пусть R - расстояние, для которого потенциал взаимодействия с достаточной точностью представляется (ПП4) тогда для $R < R \ll (Ma/2)^{1/2}$ и энергий, удовлетворяющих (ПП5), квазиклассическое решение для радиальной функции имеет вид:

$$U = \frac{f}{\sqrt{k}} \frac{1}{\sqrt{2M(E + \frac{V}{R^4})}} \cos \left(\int_b^R \sqrt{2M(E + V(R))} dR - \frac{\pi}{4} \right) \approx \\ \approx \frac{f}{\sqrt{k}} \frac{1}{\sqrt{2Ma}} R \cos \left(\frac{\sqrt{2Ma}}{R} - a \right), \quad (\text{ПП6})$$

где

$$a = \int_b^R \sqrt{2M V(R)} dR + \frac{\sqrt{2Ma}}{R} + \frac{\pi}{4}; \quad k = \sqrt{2ME},$$

b - классическая точка остановки (см. рис. 1). (Множитель f/\sqrt{k} введен для удобства нормировки, которая будет произведена в дальнейшем).

С другой стороны, точное решение уравнения Шредингера

$$\frac{d^2 u}{dR^2} + \frac{2Ma}{R^4} u = 0 \quad (\text{ПП } 7)$$

равно

$$u = C_1 R \cos \frac{\sqrt{2Ma}}{R} + C_2 R \sin \frac{\sqrt{2Ma}}{R} \quad (\text{ПП } 8)$$

и будучи представлено в виде

$$u = B R \cos \left(\frac{\sqrt{2Ma}}{R} - a' \right), \quad (\text{ПП } 9)$$

$$\operatorname{tg} a' = \frac{C_2}{C_1}; \quad B^2 = C_1^2 + C_2^2 = \frac{C_1^2}{\cos^2 a'}$$

может быть сшито с квазиклассическим решением (П7).

При этом в отличие от (ПП7), справедливость которого ограничена областью (ПП4), решение (ПП8) может быть продолжено в "квантовую" область больших R . Для

$$R \gg \sqrt{2Ma} \quad (\text{ПП } 10)$$

выражение (ПП9) переходит в решение для свободного движения

$$u = C_1 (R - \ell); \quad \ell = \frac{C_2}{C_1} \sqrt{2Ma} \quad (\text{ПП } 11)$$

и сшивается с решением вида

$$u = \frac{\sin(kR + \delta)}{k} \quad (\text{ПП } 12)$$

в области

$$kR \ll 1. \quad (\text{ПП } 13)$$

(В силу соотношения (ПП5) $\frac{1}{k} \gg (2Ma)^{1/2}$, так что условия (ПП10) и (ПП13) совместны и существует область расстояний $(2Ma)^{1/2} \ll R \ll \frac{1}{k}$, где решение имеет вид (ПП11).)

Если энергия удовлетворяет (ПП3), то квазиклассическое решение может быть продолжено до бесконечно больших R и (ПП6) непосредственно переходит в (ПП12) при $f=1$, а сечение перехода имеет вид (22).

В противоположном предельном случае (ПП5) нормировочный множитель f должен быть выбран из условий шивки решения (ПП8) с (ПП7) и (ПП12). Первое из них дает:

$$a' = a; \quad \frac{|f|}{k^{1/2} (2Ma)^{1/4}} = B = \frac{C_1}{|\cos a|},$$

а второе

$$C_1 = 1$$

отсюда

$$f^2 = k (2Ma)^{1/2} / \cos^2 a. \quad (\text{ПП } 14)$$

Величина a в (ПП7) не может быть определена без знания потенциала в области малых расстояний. Поэтому никаких заключений о величине a (помимо того, что $a \gg 1$) сделать

нельзя. Нам не остается ничего лучшего, как заменить $\cos^2 a$ в (III15) его средним значением $\frac{1}{2}$. (Такого же вида неопределенность возникает для $E \rightarrow 0$ при усреднении $\sin^2 r$ в формулах (14-17)).

Таким образом, для энергий $E \ll 8/Z^2$ (eV) сечение перехода по порядку величины получается умножением выражения (22) на

$$\bar{f}^2 = 2 \sqrt{2Ma} k = 3Z k \sqrt{2M} \quad (\text{III15})$$

и имеет вид $\sigma \sim \frac{1}{v}$. (См. (24)).

Л и т е р а т у р а

1. W.K.H.Panofsky, R.L.Aamodt and J.Hadley. Phys. Rev. 81. 656 (1951).
2. А.Ф.Дунайцев, В.И.Петрухин, Ю.Д.Прокошкин, В.И.Рыкалин. Препринт ОИЯИ Р-948.
3. О.А.Займидорога, М.М.Кулюкин, Б.Понтекорво, Р.М.Суляев, А.И.Филиппов, В.И.Цупко-Ситников, Ю.А.Шербаков. ЖЭТФ. 41,1804/1961/.
4. В.П.Джелепов, П.Ф.Ермолов, Ю.А.Кушнеренко, В.Н.Москалев, С.С.Герштейн. ЖЭТФ (в печати).
5. M.Schiff (preprint).
6. W.H.Barkas, J.N.Dyer, P.E.Giles, H.H.Heckman, C.J.Mason, N.A.Nickols, F.M.Shrith. Phys. Rev. 112, 622 (1950).
7. С.С.Герштейн и В.Д.Кривченков. ЖЭТФ, 40, 1491 (1961).
8. D.R.Bates and T.R.Carson. Proc. Roy.Soc. A233, 207 (1956).
9. L.D.Landau, Sow. Phys. 1, 89 (1932); 2, 46 (1932).
10. C.Zener. Proc. Roy. Soc. 137 A, 696 (1932).
11. E.C.G.Stueckelberg. Helv. Phys. Acta 5, 370 (1932).
12. Н.Ф.Мотт и Г.С.Мэсси. Теория атомных столкновений, ИЛ 1951.
13. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Квантовая механика.
14. J.G.Fetkovich, T.H.Fields, G.V.Yodh and M.Derrick. Phys. Rev. Lett. 4, 570 (1960).
15. Г.Бете и Э.Солпитер. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами (1960).
16. D.R.Bates and N.Lymm. Proc. Roy.Soc. A253, 141 (1959).
17. В.А.Анищук. Дипломная работа, МГУ.
18. T.V.Day, G.A.Snow, J.Sucher. Phys. Rev. Lett. 3, 61 (1959).
19. T.H.Fields, G.V.Yodh, M.Derrick and J.G.Fetkovich. Phys. Rev. Lett 5, 69 (1960).
20. П.Гомбаш. Проблема многих частиц в квантовой механике.
21. R. de L.Kronig, Zs. f. Phys. 46, 814 (1928); 50, 247 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
7 марта 1962 года.

ТАБЛИЦА I а) $Z=6$

$n = 3$				$n = 4$			
$n_1=0$ $n_2=2$	$n_1=1$ $n_2=1$	$n_1=2$ $n_2=0$		$n_1=0$ $n_2=3$	$n_1=1$ $n_2=2$	$n_1=2$ $n_2=1$	$n_1=3$ $n_2=0$
R_0	2,93	3,26	3,54	6,86	7,31	7,71	8,08
$\langle \frac{1}{t} \rangle_{10}$	$2,518 \cdot 10^{-1}$	$-1,470 \cdot 10^{-3}$	$4,079 \cdot 10^{-3}$	$-4,835 \cdot 10^{-2}$	$4,412 \cdot 10^{-3}$	$-2,822 \cdot 10^{-4}$	$4,377 \cdot 10^{-6}$
S_{10}	$6,531 \cdot 10^{-1}$	$22,079 \cdot 10^{-3}$	$13,509 \cdot 10^{-3}$	$-2,567 \cdot 10^{-1}$	$2,035 \cdot 10^{-2}$	$-1,354 \cdot 10^{-2}$	$9,688 \cdot 10^{-6}$
δ_i	0,66	0,08	$4 \cdot 10^{-5}$	3,24	0,08	$\sim 4 \cdot 10^{-4}$	$\sim 4 \cdot 10^{-7}$
w_i	0,016		$< 10^{-2}$	0,05	0,14		$< 10^{-2}$

$n = 5$

$n_1=0$ $n_2=4$	$n_1=1$ $n_2=3$	$n_1=2$ $n_2=2$	$n_1=3$ $n_2=1$	$n_1=4$ $n_2=0$
17,89	18,43	18,95	19,43	19,90
$8,40 \cdot 10^{-5}$	$-5,50 \cdot 10^{-6}$	$3,71 \cdot 10^{-6}$	$-3,76 \cdot 10^{-7}$	$3,35 \cdot 10^{-8}$
$1,063 \cdot 10^{-3}$	$-6,77 \cdot 10^{-5}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$-2,52 \cdot 10^{-6}$	$1,17 \cdot 10^{-7}$
$7 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	10^{-7}	$2 \cdot 10^{-9}$
$\ll 10^{-2}$				

ТАБЛИЦА I 8) $Z = 8$

	n = 4				n = 5		
	$n_1=0$ $n_2=3$	$n_1=1$ $n_2=2$	$n_1=2$ $n_2=1$	$n_1=3$ $n_2=0$	$n_1=0$ $n_2=4$	$n_1=1$ $n_2=3$	$n_1=2$ $n_2=2$
R_0	4,21	4,45	4,66	4,86	7,94	8,24	8,52
$\langle \frac{1}{z} \rangle_{i_0}$	$-1,540 \cdot 10^{-1}$	$1,071 \cdot 10^{-2}$	$-2,284 \cdot 10^{-3}$	$-2,214 \cdot 10^{-4}$	$3,642 \cdot 10^{-2}$	$-4,525 \cdot 10^{-3}$	$4,237 \cdot 10^{-4}$
S_{i_0}	$5,570 \cdot 10^{-1}$	$2,185 \cdot 10^{-2}$	$-8,506 \cdot 10^{-3}$	$-1,201 \cdot 10^{-3}$	$2,294 \cdot 10^{-1}$	$-2,573 \cdot 10^{-2}$	$2,384 \cdot 10^{-3}$
δ_i	1,52	0,13	$\sim 10^{-3}$	$\sim 4 \cdot 10^{-6}$	2,52	0,09	$\sim 10^{-3}$
w_i	0,02	0,01	$< 10^{-2}$		0,10	0,14	$< 10^{-2}$

		n = 6				
$n_1=3$ $n_2=1$	$n_1=4$ $n_2=0$	$n_1=0$ $n_2=5$	$n_1=1$ $n_2=4$	$n_1=2$ $n_2=3$	$n_1=3$ $n_2=2$	$n_1=4$ $n_2=1$
8,78	9,02	15,31	15,66	15,99	16,31	16,62
$-2,153 \cdot 10^{-5}$	$9,296 \cdot 10^{-7}$	$-9,549 \cdot 10^{-4}$	$1,006 \cdot 10^{-4}$	$-7,869 \cdot 10^{-6}$	$8,355 \cdot 10^{-7}$	$-2,729 \cdot 10^{-6}$
$-1,061 \cdot 10^{-4}$	$6,575 \cdot 10^{-6}$	$-1,096 \cdot 10^{-2}$	$1,121 \cdot 10^{-3}$	$-8,574 \cdot 10^{-5}$	$1,213 \cdot 10^{-4}$	$-1,334 \cdot 10^{-5}$
$\sim 5 \cdot 10^{-6}$	$\sim 3 \cdot 10^{-9}$	0,03	$\sim 5 \cdot 10^{-4}$	$\sim 4 \cdot 10^{-6}$	$\sim 3 \cdot 10^{-6}$	$\sim 3 \cdot 10^{-6}$
$\ll 10^{-2}$		0,05	$w_i \ll 10^{-2}$			

n = 7			
$n_1=5$ $n_2=0$	$n_1=0$ $n_2=6$	$n_1=1$ $n_2=5$	$n_1=2$ $n_2=4$
16,92	32,88	33,28	33,67
$3,960 \cdot 10^{-7}$	$5,447 \cdot 10^{-8}$	$-6,016 \cdot 10^{-9}$	$5,819 \cdot 10^{-10}$
$9,440 \cdot 10^{-7}$	$1,284 \cdot 10^{-6}$	$-1,334 \cdot 10^{-7}$	$1,180 \cdot 10^{-8}$
$\sim 10^{-7}$	$\sim 3 \cdot 10^{-9}$	$\sim 5 \cdot 10^{-11}$	$\sim 10^{-12}$
$\ll 10^{-2}$			

Энергии переходов и коэффициенты конверсии для мезоатомов углерода и кислорода

а) $Z = 6$

Начальное состояние	Конечное состояние	Конечное состояние		
		$n = 3$	$n = 2$	$n = 1$
$n = 4$	ΔE (кэВ)	4,9	18,9	94,5
	k	11,2	0,14	$6 \cdot 10^{-4}$
$n = 3$	ΔE (кэВ)	-	14	89,6
	k	-	0,37	$7 \cdot 10^{-4}$
$n = 2$	ΔE (кэВ)	-	-	75,6
	k	-	-	$1,3 \cdot 10^{-3}$

б) $Z = 8$

Начальное состояние		Конечное состояние				
		$n = 5$	$n = 4$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 1$
$n = 6$	ΔE (кэВ)	2,19	6,2	14,9	39,8	174
	k	435	11,7	0,71	0,03	$2 \cdot 10^{-4}$
$n = 5$	ΔE (кэВ)	-	4,03	12,7	37,6	171,8
	k	-	44	1,2	0,04	$2 \cdot 10^{-4}$
$n = 4$	ΔE (кэВ)	-	-	8,7	33,6	167,8
	k	-	-	4,02	0,05	$2 \cdot 10^{-4}$
$n = 3$	ΔE (кэВ)	-	-	-	24,9	152,1
	k	-	-	-	0,14	$3 \cdot 10^{-4}$
$n = 2$	ΔE (кэВ)	-	-	-	-	134,2
	k	-	-	-	-	$5 \cdot 10^{-4}$

Таблица III.

Вероятность испускания Оже электронов при переходах
в основное состояние мезоатомов.

а) $Z = 6$

	4s	4p	4d	4f	$n=4$ $n_1=1$ $n_2=2$	$n=4$ $n_1=0$ $n_2=3$	Среднее
A_n	83%	33%	76%	95%	84%	60%	70% (78%)*

* Для перехвата в состояния $(n=4; n_1=1; n_2=2)$ и $(n=4; n_1=0; n_2=3)$
с соотношением вероятностей 0,14 : 0,05

б) $Z = 8$

	5s	5p	5d	5f	5g	$n=5$ $n_1=1$ $n_2=3$	$n=5$ $n_1=0$ $n_2=4$	$n=6$ $n_1=0$ $n_2=5$	Среднее
A_n	92%	53%	82%	95%	100%	90%	74%	94%	77% (85%)*

* Для перехвата в состояния $(n=6; n_1=0; n_2=5)$, $(n=5; n_1=1; n_2=3)$
и $(n=5; n_1=0; n_2=4)$ с соотношением вероятностей 0,05:0,14
:0,10.

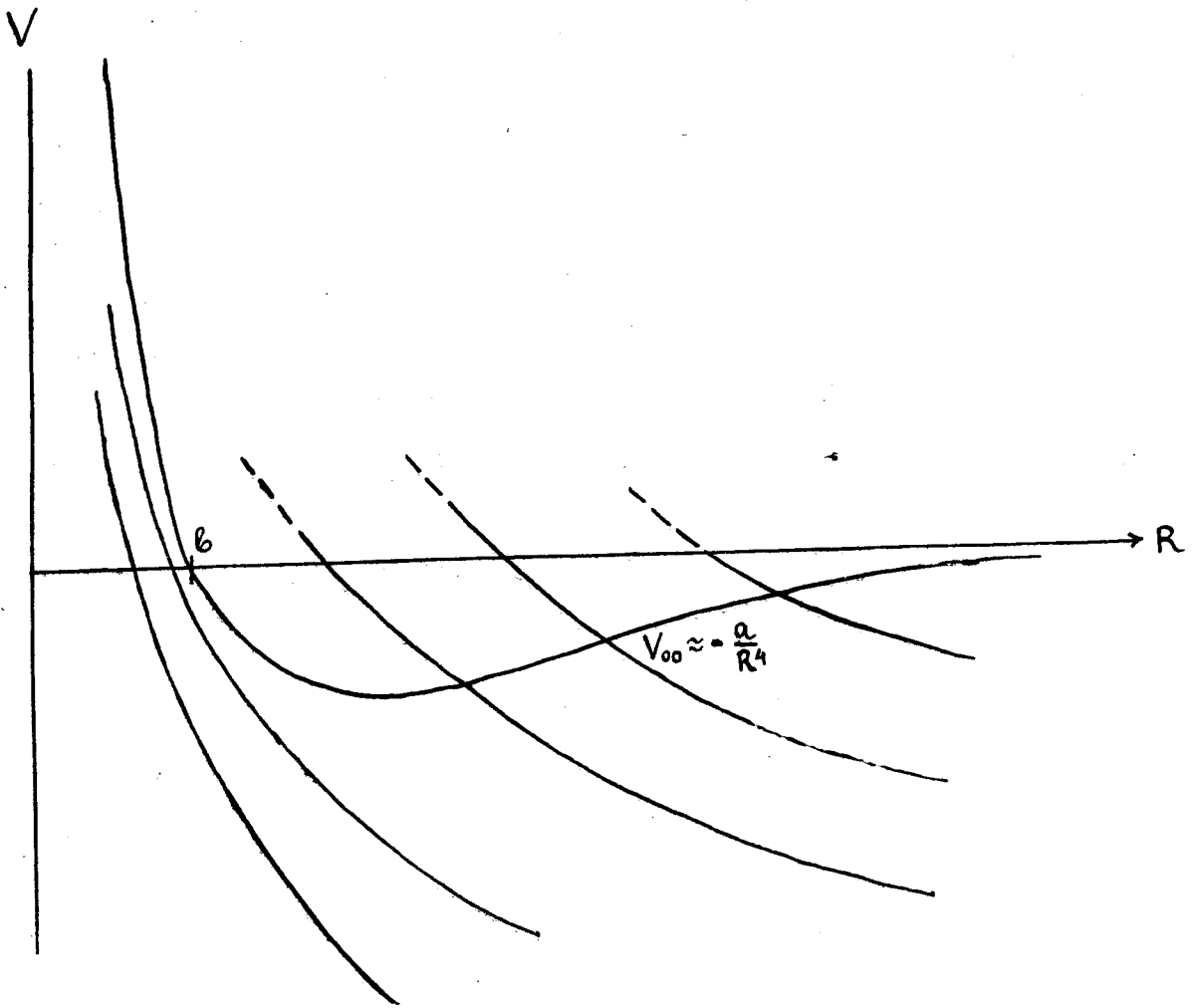
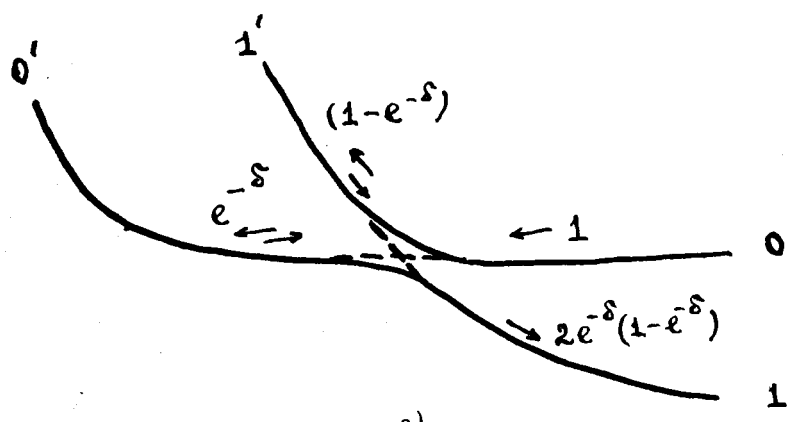
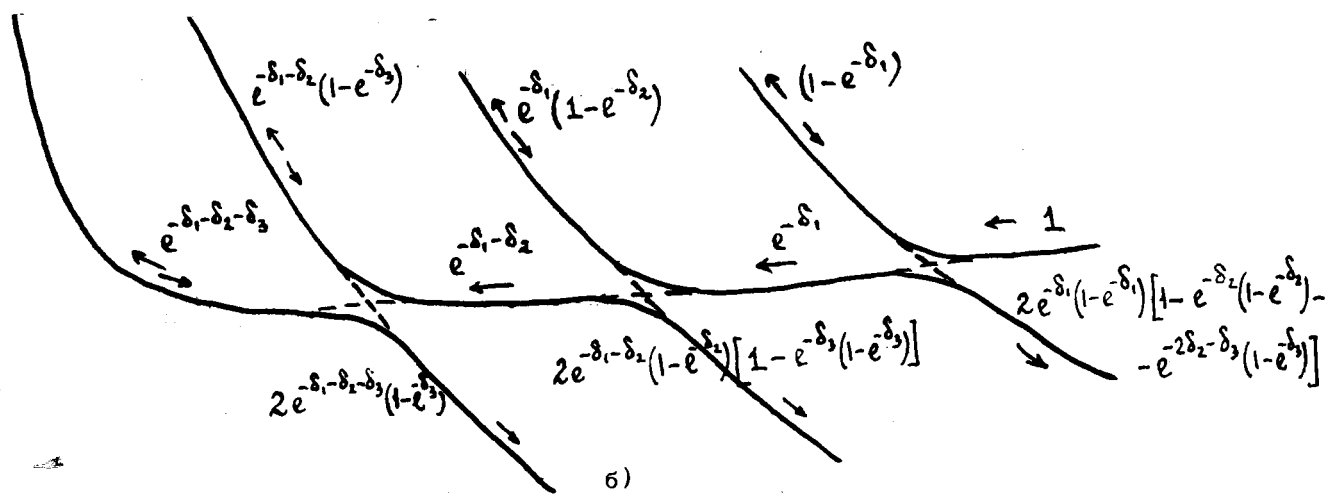


Рис. 1.



a)



б)

Рис. 2.

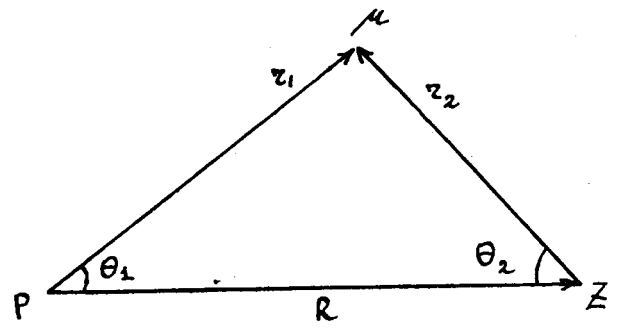


Рис. 3.