ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

В.В. Кольга

Р - 931

КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАНСОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Nucl. Instr. Meth. 1963, v21, n2, p. 326-328.

Дубна 1962 год

В.В. Кольга

P - 931

КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАНСОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Направлено в *Nuclear Instruments*

Рассматривается метод компенсации внутренних нелинейных резонансов в релятивистском циклотроне. Компенсация осуществляется введением в зоне резонанса искусственной гармоники с амплитудой, зависящей от радиуса по определенному закону.

Релятивистский циклотрон со спиральной структурой магнитного поля характеризуется наличием значительных нелинейных сил, возникающих, в основном, из-за зависимости фазы вариации магнитного поля от радиуса. Эти нелинейности приводят к появлению зависимости частоты свободных колебаний от амплитуды, а также к возникновению внутренних нелинейных резонансов свободных колебаний частиц с фокусирующей гармоникой спирального магнитного поля. Так как в релятивистском циклотроне возможен режим работы, при котором частота вертикальных колебаний $Q_z = const$, начиная с некоторого радиуса, и изменяется только частота радиальных колебаний Q_r, то нелинейные резонансы будут возникать только с радиальными колебаниями при выполнении соотношения

$$Q = N/q \,, \qquad (1)$$

где N – число спиралей, q – целое число (порядок нелинейного резонанса).

В процессе ускорения частота радиальных колебаний изменяется приблизительно как $Q_r \approx E/E_0$ и частица должна, при определенных энергиях, проходить зоны нелинейных резонансов. Величины энергии ускоряемых протонов Мэв, соответствующие определенным нелинейным резонансам, в зависимости от числа спиралей приведены в таблице 1, рассчитанной на основе линейных уравнений при $Q_z = 0$.

Таблица 1

N \ Q_r	$N/3$	$N/4$	$N/5$
4	270	0	-
6	800	435	180
8	1340	860	540

Несмотря на относительно высокий порядок (q), внутренние нелинейные резонансы возбуждаются основной фокусирующей гармоникой магнитного поля, величина которой в сотни раз превышает амплитуды низших гармоник, возникающих из-за неточного изготовления магнитной системы. Поэтому в ряде случаев нелинейные резонансы высокого порядка вызывают большую раскачку колебаний чем линейные резонансы, возбуждаемые низшими гармониками. Расчеты показывают, что в релятивистском циклотроне, магнитное поле которого в медианной плоскости имеет вид /1/

$$H_z = H(r)\,\{1+\epsilon \sin(\frac{r}{\lambda} - N\phi)\}\,, \qquad (2)$$

нелинейные резонансы 3-го и 4-го порядков при разумных ϵ и λ вызывают раскачку радиальных колебаний, приводящую к практически полной потере ускоряемого пучка. Нелинейный резонанс 5-го порядка при амплитуде радиальных колебаний порядка 3 - 4 см и $\lambda > 6 - 8$ см может быть пройден без значительной потери ускоряемых частиц.

Следовательно, при ускорении в релятивистском циклотроне протонов до энергии в несколько сот Мэв необходимо использовать высокую периодичность магнитного поля $N = 7-8$, чтобы в диапазоне изменения частот радиальных колебаний остались лишь нелинейные резонансы не ниже 5-го разряда. Так как глубина вариации ϵ пропорциональна N, то использование высокой периодичности поля вызывает значительные трудности при реализации магнитной системы, создающей заданное магнитное поле.

В связи с этим представляется целесообразным рассмотреть возможные методы компенсации внутренних нелинейных резонансов 3-го и 4-го порядков.

В настоящем сообщении для этой цели предлагается ввести в зоне соответствующего нелинейного резонанса гармонику с периодичностью N, которая будет компенсировать основной нелинейный член в уравнении радиальных колебаний и в то же время не будет существенно влиять на линейные фокусирующие члены в уравнениях радиальных и вертикальных колебаний.

Уравнение радиальных колебаний с учетом основных нелинейных членов, вызывающих внутренние резонансы можно представить в виде

$$\rho'' + \{1 + n - \frac{\epsilon^2 R^2}{2[N^2-(1+n)]\lambda^2} + \frac{\epsilon R}{\lambda} \cos\phi\}\rho = \tag{3}$$

$$= ½ \frac{\epsilon R}{\lambda^2} \rho^2 \sin\phi + 1/6 \frac{\epsilon R}{\lambda^3} \rho^3 \cos\phi + \dots,$$

$$\phi = \frac{R}{\lambda} - N\phi, \quad R = \frac{pc}{eH(R)}.$$

В этом уравнении оставлены основные нелинейные члены, вызывающие нелинейные резонансы 3-го и 4-го порядков. Магнитное поле , в которое введены компенсирующие гармоники будет определяться выражением

$$H_z = H(r)\{1 + \epsilon \sin(\frac{r}{\lambda} - N\phi) + \frac{\epsilon}{2\lambda^2}(r - R_{01})^2 \sin(\frac{R_{01}}{\lambda} - N\phi) + \frac{\epsilon}{6\lambda^3}(r - R_{02})^3 \cos(\frac{R_{02}}{\lambda} - N\phi)\}, \tag{4}$$

где R_{01}, R_{02} - центры резонансных зон для резонансов 3-го и 4-го порядков, соответственно.

Как видно, амплитуда компенсирующих гармоник должна определенным образом зависеть от радиуса, В связи с тем, что присутствие гармоник необходимо только в резонансной зоне, координата в амплитуде компенсирующих гармоник изменяется в диапазоне $R_0 - \Delta r_s < r < R_0 + \Delta r_s$, где $2\Delta r_s$ - ширина зоны данного резонанса. Уравнение радиальных колебаний при наличии компенсирующих гармоник в зонах соответствующих резонансов примет вид

$$\rho'' + \{1 + n - \frac{\epsilon^2 R^2}{2[N^2-(1+n)]\lambda^2} + \frac{\epsilon R}{\lambda} \cos\phi\}\rho = \tag{5}$$

$$= ½ \frac{\epsilon R}{\lambda^2} \frac{\Delta R_1}{\lambda} \rho^2 \cos\phi_{01} - 1/6 \frac{\epsilon R}{\lambda^3} \frac{\Delta R_2}{\lambda} \rho^3 \sin\phi_{02} + \dots$$

$$\phi_0 = \frac{R_0}{\lambda} - N\phi, \qquad \Delta R = R - R_0.$$

Если необходима дальнейшая компенсация, то в зоне каждого нелинейного резонанса вводятся по две компенсирующие гармоники. Например, для случая нелинейного резонанса 3-го порядка магнитное поле будет иметь вид

$$H_z = H(r) \{ 1 + \epsilon \sin\left(\frac{r}{\lambda} - N\phi\right) + \frac{\epsilon}{2\lambda^2}(r-R_{01})^2 \sin\left(\frac{R_{01}}{\lambda} - N\phi\right) + \qquad (6)$$

$$+ \frac{\epsilon}{6\lambda^3}(r-R_{01})^3 \cos\left(\frac{R_{01}}{\lambda} - N\phi\right)\}.$$

Радиальные колебания вблизи нелинейного резонанса 3-го порядка при двух компенсирующих гармониках будут определяться уравнением

$$\rho'' + \{1 + n - \frac{\epsilon^2 R^2}{2[N^2-(1+n)]\lambda^2} + \frac{\epsilon R}{\lambda}\cos\phi\}\rho = -\frac{1}{4}\frac{\epsilon R}{\lambda^2}\left(\frac{\Delta R_1}{\lambda}\right)^2 \rho^2 \sin\phi_{01}. \qquad (7)$$

В принципе можно производить дальнейшую компенсацию. Однако расчеты, проведенные с помощью электронно-моделирующей установки ЭМУ-8, показали, что для приемлемой компенсации резонанса вполне достаточно введения одной компенсирующей гармоники. Это объясняется тем, что величина оставшегося нелинейного члена уменьшается до нуля при приближении к центру резонансной зоны, где $\Delta R = 0$.

Вводимые в зонах резонансов гармоники компенсируют только основной нелинейный член, вызывающий раскачку радиальных колебаний. Нетрудно показать, что следующий нелинейный член будет вызывать нелинейный резонанс с шириной полосы в 30-50 раз меньшей первоначальной, что практически не будет влиять на амплитуду радиальных колебаний.

Фаза компенсирующих гармоник не зависит от радиуса, поэтому они будут оказывать очень слабое влияние на частоты свободных колебаний.

Компенсирующие гармоники могут создаваться в зонах резонансов протяженностью в несколько см системой токовых обмоток.

Проведенное рассмотрение показывает, что данный метод, по-видимому, может быть применен для компенсации внутренних резонансов в релятивистском циклотроне.

Автор выражает благодарность В.П. Дмитриевскому за ряд ценных замечаний при обсуждении рассматриваемой проблемы.

Литература

1. Д.П. Василевская и др. Атомная энергия, 8, 189, (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 января 1962 года.