ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

В.Г. Маханьков

Р - 917

О ВОЗБУЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ, ГДЕ ЭЛЕКТРОНЫ ИМЕЮТ НАПРАВЛЕННУЮ СКОРОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ИОНОВ

Дубна 1962

В.Г. Маханьков

Р - 917

О ВОЗБУЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ, ГДЕ ЭЛЕКТРОНЫ ИМЕЮТ НАПРАВЛЕННУЮ СКОРОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ИОНОВ

14/6/1962

А н н о т а ц и я

Рассмотрено возбуждение электромагнитных волн в неограниченной системе, состоящей из ионов и движущихся относительно них электронов во внешнем магнитном поле. Показано, что в такой системе возможно возбуждение распространяющихся перпендикулярно к скорости электронов волн, для которых не выполено черенковское условие.

При исследовании спектра электромагнитных колебаний в неограниченной плазме, в которой все электроны имеют некоторую направленную скорость относительно всех ионов, будем исходить из дисперсионного уравнения:

$$|k^2\delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k})| = 0 , \qquad /1/$$

где ω и $\vec{k}$ – частота и волновой вектор соответственно, а ϵ_{ij} –тензор диэлектрической проницаемости системы. Мы будем рассматривать плазму в произвольной системе координат, где электроны и ионы имеют некоторые направленные скорости вдоль внешего магнитного поля $\vec{B}_0$. Тогда диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ при пренебрежении столкновениями электронов с ионами равна /для волн, распространяющихся перпендикулярно к $\vec{B}_0$, $\vec{k}\vec{u}_s = 0$ /

$$\epsilon_{ij}(\omega, k) = \sum_s \gamma_s a^s_{i\mu}[\epsilon^s_{\mu\nu}(\omega', k') - \delta_{\mu\nu}]\beta^s_{\nu j} + \delta_{ij} , \qquad /2/$$

где

$$a^s_{i\mu} = \delta_{i\mu} + \frac{u_{si}u_{sj}}{u_s^2}(\gamma_s - 1) + \frac{u_\nu k'_{sj}}{\omega} ,$$

$$\beta^s_{\nu j} = \gamma_s\delta_{\nu j} - \frac{u_{s\nu}u_{sj}}{u_s^2}(\gamma_s - 1) + \gamma_s\frac{k_\nu u_{sj}}{\omega} \qquad /3/$$

и

$$\gamma_s = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_s^2}} , \qquad \vec{k}' = \vec{k} - \frac{(\gamma_s + 1)^2}{\gamma_s}\frac{\omega}{u_s^2}\vec{u}_s, \quad \omega' = \gamma_s\omega, \quad \beta_s = \frac{u_s}{c} .$$

Индекс s относится к сорту частиц.

Подстановкой выражения /2/ в уравнение /1/ получим систему алгебраических уравнений. Мы будем рассматривать случай, когда пространственной дисперсией можно пренебречь. В этой области частот тензоры $\epsilon^s_{ij}(\omega', \vec{k}')$ имеют вид

$$\epsilon^s_{ij}(\omega', \vec{k}') = \begin{pmatrix} \epsilon^s_1 & -ig^s & 0 \\ ig^s & \epsilon^s_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^s_2 \end{pmatrix} , \qquad /4/$$

где $\varepsilon_1^s = 1 - \frac{\omega_{0s}^2/\gamma_s^2}{\omega^2 - \Omega_s^2}$, $g^s = -\frac{\omega_{0s}^2 \Omega_s/\gamma_s^2}{\omega(\omega^2 - \Omega_s^2)}$, $\varepsilon_2^s = 1 - \frac{\omega_{0s}^2/\gamma_s^2}{\omega^2}$.

и $\Omega_e = \frac{e B_0}{m c} > 0$.

Обозначим

$$1 - \sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{\omega^2 - \Omega_s^2} = a_1; \quad 1 - \sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{\omega^2 \gamma_s^2} = a_2, \quad \sum_s u_s \frac{\omega_{0s}^2}{\omega^2 - \Omega_s^2} = -a_u,$$

$$\sum_s u_s \frac{\omega_{0s}^2 \Omega_s}{\omega(\omega^2 - \Omega_s^2)} = -g_u, \qquad \sum_s \frac{\omega_{0s}^2 \Omega_s}{\omega(\omega^2 - \Omega_s^2)} = -g_\Sigma. \qquad /5/$$

Подставляя /4/ и /2/ с учетом /3/ и /5/ в уравнение /1/ получим:

$$\left[k^2\left(1 + \sum_s \frac{\omega_{0s}^2 \beta_s^2}{\omega^2 - \Omega_s^2}\right) - \frac{\omega^2}{c^2} a_2\right]\left[a_1\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} a_1\right) + \frac{\omega^2}{c^2} g_\Sigma^2\right] -$$

$$- \frac{\omega^2}{c^4} k^2 a_1 g_u^2 + \frac{k^2}{c^2} a_u^2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} a_1\right) + 2 \frac{k^2 \omega^2}{c^4} g_\Sigma g_u a_u = 0. \qquad /6/$$

Уравнение /6/ в общем виде решить не удается, поэтому рассмотрим его решение для двух предельных областей частот: $\omega^2 \gg \Omega_s^2$ и $\omega^2 \ll \Omega_s^2$.

В первой области $\omega^2 \gg \Omega_s^2$ уравнение /6/ в системе координат, где электроны и ионы подчиняются условию $\sum_s \beta_s \omega_{0s}^2 = 0$, распадается на три, одно из которых

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\left(1 + \sum_s \frac{\omega_{0s}^2 \beta_s}{\omega^2}\right) - \sum_s \frac{\omega_{0s}}{\gamma_s^2 c^2} = 0 \qquad /7/$$

имеет неустойчивые решения вида

$$\omega = \pm\sqrt{\frac{k^2 c^2 + \sum_s \omega_{0s}^2/\gamma_s^2}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(k^2 c^2 + \sum_s \omega_{0s}^2/\gamma_s^2\right) + 4k^2 c^2 \sum_s \omega_{0s}^2 \beta_s^2}}. \qquad /8/$$

Отсюда видно, что ω в области $\omega^2 \gg \Omega_s^2$ имеет $Im\,\omega > 0$ при любом $|\vec{k}|$, если $\vec{k}\vec{\beta}_s = 0$. Аналогичный результат был получен А.А. Рухадзе /1/ в отсутствии внешнего магнитного поля для любых частот.

Рассмотрим область $\omega^2 \ll \Omega_s^2$. В ней уравнение /6/ принимает вид /в системе центра инерции/:

$$\Big[k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\Big(1 + \sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{\Omega_s^2}\Big)\Big]\Big[k^2\Big(1 - \sum_s \frac{\omega_{0s}^2\beta_s^2}{\Omega_s^2}\Big) - \frac{\omega^2}{c^2} + \sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{c^2\gamma_s^2}\Big] - \frac{k^2}{c^2}\Big(\sum_s \frac{\beta_s\omega_0^2}{\Omega_s}\Big) = 0 \qquad /9/$$

Здесь опущены члены, пропорциональные $\sum\limits_s \frac{\beta_s\,\omega_{0s}^2}{\Omega_s^2}$, т.к. в системе центра масс эта сумма равна нулю.

Решением уравнения /9/ является

$$\omega = +\sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - DB}}{D}}\,,$$

где

$$A = \tfrac{1}{2}\Big[k^2c^2 + k^2c^2 D\Big(1 - \sum_s \frac{\omega_{0s}^2\beta_s^2}{\Omega_s^2}\Big) + D\sum_s \omega_{0s}^2/\gamma_s^2\Big], \quad D = 1 + \sum \frac{\omega_{0s}^2}{\Omega_s^2}\,,$$

$$B = k^2c^2\Big\{k^2c^2\Big(1 - \sum_s \frac{\beta_s^2\,\omega_{0s}^2}{\Omega_s^2}\Big) + \Big[\sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{\gamma_s^2} - \Big(\sum \frac{\omega_{0s}^2\beta_s^2}{\Omega_s}\Big)^2\Big]\Big\}.$$

Частота ω становится комплексной, когда $B < 0$. Последнее справедливо /в пренебрежении членами порядка m/M / при $\frac{M}{m} V_A < u_e$, где $V_A = \frac{B_0}{(4\pi NM)^{1/2}}$ альфвеновская скорость и u_e -относительная скорость электронов к ионам.

Автор благодарен А.А. Рухадзе и В. И. Векслеру за полезные советы.

Литература

1. А.А. Рухадзе .ЖЭТФ/ в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 февраля 1962.