

43

P-89

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

Г.А. ЛЕКСИН

ОБ УПРУГОМ РАССЕЙАНИИ НУКЛОНОВ ЯДРАМИ

1957 г.

---

P-89

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

$\frac{5}{\text{Л-43}}$

Г.А. ЛЕКСИН

ОБ УПРУГОМ РАССЕЙАНИИ НУКЛОНОВ ЯДРАМИ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

1957 г.

---

Большое число хорошо известных экспериментальных данных указывает на то, что столкновение высокоэнергичного ( $E \gtrsim 100$  Мэв) нуклона с ядром сводится в большинстве случаев к столкновению с отдельным нуклоном ядра или к ряду таких столкновений. При рассмотрении этого явления можно считать, что

а) сечение взаимодействия двух нуклонов равно сечению в свободном нуклон-нуклонном столкновении;

б) нуклоны ядра в момент соударения не взаимодействуют между собой. Результат взаимодействия нуклонов можно учесть заданием волновой функции ядра  $\psi_{\text{я}}(\tau)$  или функции распределения нуклонов ядра по импульсам  $N(k)$ . Такой подход к проблеме соударения нуклона с ядром получил название импульсного приближения. В настоящее время не известно достаточных условий применимости импульсного приближения. Необходимо, по крайней мере, чтобы длина волны и эффективный радиус взаимодействия были меньше, чем расстояние между нуклонами в ядре.

Определенный успех импульсного приближения, в частности, в расчете упругого рассеяния высокоэнергичных нуклонов дейтронами, позволил попытаться применить его для расчета угловой зависимости дифференциального сечения упругого рассеяния нуклонов ядрами. Такие вычисления имеют определенный методический интерес и позволяют сделать некоторые физические выводы, не зависящие, по-видимому, от использования ряда упрощающих предположений.

Если нуклон, характеризуемый радиусом вектором  $\vec{\tau}_0$ , налетает на ядро, состоящее из  $A$  нуклонов, положение каждого из которых задает радиус-вектор  $\vec{\tau}_i$ , то такую систему удобно рассматривать в координатах Якоби:

$$\vec{R} = \frac{\vec{\tau}_0 + \sum \vec{\tau}_i}{A+1}, \quad \vec{R}' = \frac{\sum \vec{\tau}_i}{A}, \quad \vec{x} = \vec{\tau}_0 - \vec{R}', \quad \vec{\tau}'_i = \vec{\tau}_i - \vec{R}'$$

Гамильтониан системы записывается в виде:

$$H = \frac{P_R^2}{2m(A+1)} + \frac{P_x^2}{2m \frac{A}{A+1}} + \sum_l \frac{P_{z_l}^2}{2m} + \sum_l u_l(z_l) + \sum_l V_l(\vec{x} - \vec{z}_l) \quad (I)$$

Здесь  $\vec{P}_R$ ,  $\vec{P}_x$  и  $\vec{P}_{z_l}$  импульсы, сопряженные координатам  $R$ ,  $x$  и  $z_l$  соответственно;  $u_l(z_l)$  - потенциал взаимодействия между нуклонами внутри ядра, обуславливающий вид волновой функции  $\Psi_0(z)$  ядра;  $V_l(\vec{x} - \vec{z}_l)$  - потенциал взаимодействия налетающего нуклона с  $l$ -тым нуклоном ядра. Рассматривается система бесспиновых частиц. Можно ожидать, что более подробный расчет приведет лишь к малым изменениям в области применимости импульсного приближения. В выражении (I) отсутствует член кулоновского взаимодействия. Это ведет к некоторому занижению рассчитанных значений сечений упругого рассеяния протонов ядрами в области малых углов рассеяния  $\leq 5-10^0$ .

Матричный элемент процесса упругого рассеяния имеет вид:

$$\mathcal{K} = \Omega^{-1} \sum_l \iint d\vec{x} d\vec{z} \Psi_{як}^*(\vec{x}, \vec{z}_l) V_l(\vec{x} - \vec{z}_l) \Psi_{ян}(\vec{x}, \vec{z}_l) \quad (2)$$

где  $\Psi_{ян} = e^{i\vec{P}_0 \vec{x}} \Psi_я(\vec{z})$ ,  $\Psi_{як} = e^{i\vec{P}_k \vec{x}} \Psi_я(\vec{z})$ .

В соответствии с основными представлениями, положенными в основу импульсного приближения, волновая функция ядра может быть представлена как произведение волновых функций отдельных нуклонов в ядре:

$$\Psi_я(\vec{z}) = \prod_l \Psi(\vec{z}_l)$$

После преобразований, полностью аналогичных преобразованиям, проведенным в (I), выражение (2) приобретает вид:

$$\mathcal{K} = \Omega^{-1} \left\{ \sum_l \int d\vec{y} e^{i\vec{q} \vec{y}} V_l(\vec{y}) \right\} \left\{ \int d\vec{z}_l e^{i\vec{q} \vec{z}_l} |\Psi(\vec{z}_l)|^2 \right\}, \quad (3)$$

если волновая функция в ядре нормирована на 1.



Первые скобки в выражении (3) представляют собой (с точностью до постоянного множителя) амплитуду рассеяния нуклона на нуклоне  $\alpha_{NN}$  - с изменением импульса  $q$ . Ее не следует вычислять в специальных предположениях в виде потенциала, а прямо взять из известных экспериментальных данных по рассеянию протонов на свободных протонах и нейтронах. Тогда дифференциальное сечение упругого рассеяния нуклонов (например, протонов) на ядре с зарядом  $Z$  и атомным номером  $A$  будет выражаться формулой:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{PЯ}^*) = k \left\{ \sigma_{PP}(\theta_{PP}^*)Z + \sigma_{PN}(\theta_{PN}^*)(A-Z) \right\} S(q) + \mathcal{J}, \quad (4)$$

где  $S(q)$  равен квадрату второй скобки в выражении (3),  $k = \frac{4A^2}{(A+1)^2}$  - отношение телесных углов в с.ц.м. двух нуклонов и в с.ц.и. нуклона и ядра,  $\mathcal{J}$  -интерференционный член:

$$\mathcal{J} = \sum_{k=1}^A \sum_{l=1}^Z (\alpha_{Pn_l} \alpha_{PPk} + \alpha_{PPl} \alpha_{PPk} + \alpha_{Pn_l} \alpha_{Pn_k}) S(q). \quad (5)$$

Угол рассеяния протонов  $\theta_{PЯ}^*$  в с.ц.и. протона и ядра и угол рассеяния нуклона на свободном нуклоне  $\theta_{PP}^* = \theta_{PN}^*$  в с.ц.и. двух нуклонов связаны соотношением;

$$\sin \frac{\theta_{PP}^*}{2} = \sqrt{k} \sin \frac{\theta_{PЯ}^*}{2} \quad (6)$$

Формулы (4)-(6) переходят при  $Z=1, A=2$  в соответствующие формулы для случая упругого рассеяния протонов на дейтронах, полученные в работе<sup>(1)</sup>. При выводе формулы (4) не учитывалось многократное рассеяние и поглощение падающих нуклонов внутри ядра мишени. Эти эффекты кажутся не очень существенными для оценки величины сечения упругого рассеяния нуклонов легкими ядрами. Для проведения численных расчетов приходится пренебрегать интерференционным членом, о величине которого можно в принципе

судить из сравнения результатов расчетов с опытом.

§ 2. Для иллюстрации применимости полученных формул было проведено сравнение результатов расчетов с опытом по упругому рассеянию протонов с энергией 340 Мэв на углероде. Экспериментальные данные<sup>(2)</sup> приведены на рис. I. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов на углероде, как и на других ядрах характеризуется при высоких энергиях падающих протонов быстрым спадом с увеличением угла вылета протона. Не исключено, как указывают авторы работы<sup>(2)</sup>, наличие дифракционных минимумов и максимумов, которые отчетливо проявляются при рассеянии протонов ядрами тяжелее углерода. Возможно, что в рассматриваемом случае дифракционная картина сглажена за счет неполного отделения упругого процесса от квазиупругого рассеяния протонов на отдельных нуклонах ядер углерода, а также за счет конечного углового разрешения аппаратуры.

Расчеты дифференциального сечения упругого рассеяния были проведены в различных предположениях о волновой функции нуклона в ядре углерода:

1) Волновая функция Бете-Пайерлса:  $\sim e^{-\alpha r} / r$

В этом случае нуклоны в ядре распределены по импульсам следующим образом:

$$N(k) \sim \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + k^2} \quad (7)$$

2) Волновая функция  $\psi \sim e^{-\alpha^2 r^2}$ , отвечающая гауссовскому распределению импульсов:

$$N(k) \sim e^{-\frac{k^2}{\alpha^2}}, \quad (8)$$

где в (7) и (8)  $\alpha^2 \hbar^2 = 2.0 \cdot 16 \text{ Мэв}$ .

3) Волновая функция постоянная внутри ядра и равна нулю вне ядра.

4) Рассмотрен также более реальный случай постоянной плотности нуклонов внутри ядра и спадающей плотности вне его при различном характере изменения плотности и разных размерах области, где оно происходит.

Прежде всего следует отметить сильную зависимость результатов расчетов (именно фактора слипания  $S(q)$ ) от вида волновой функции нуклона в ядре. Рис. 2 иллюстрирует эту зависимость для перечисленных случаев. Кривая IV построена в предположении линейного спада плотности от максимальной до 0 на расстоянии в  $1 \cdot 10^{-13}$  см. На рис. 2 по оси абсцисс отложен угол вылета протонов, а по оси ординат - фактор слипания в логарифмическом масштабе. Сильное различие кривых позволяет сделать некоторые замечания о волновой функции нуклона внутри ядра. Кстати, известные расчеты квазиупругого рассеяния <sup>(3)</sup>, гораздо менее критичны к виду  $\psi_n(r)$  или  $N(k)$ . Заметное отличие наблюдается лишь на крыльях максимума энергетического спектра протонов, рассеянных ядром на данный угол (или на крыльях соответствующих "кривых разлета"), где такое сравнение, по-видимому, теряет смысл, из-за нарушений необходимых условий применимости импульсного приближения.

Волновые функции видов (7) и (8) дают слишком большие значения  $S(q)$  для углов  $\gamma$   $10-15^\circ$ . Представление ядра в виде сферы постоянной плотности с резкими краями приводит к спадающим до нулевых значений минимумам в дифференциальном сечении, как в случае дифракции на абсолютно черном ядре. Лучшее согласие с экспериментальными данными дает, по-видимому, кривая, типа IV. Минимум на кривой IV имеет глубину, зависящую прежде всего от соотношения размеров области постоянства ~~области постоянства~~

и спада волновой функции. Если размеры края ядра считать постоянными при переходе к большим  $A$ , то качественно становится ясным наблюдаемое на опыте углубление дифракционных минимумов при рассеянии на средних и тяжелых ядрах.

По кривым рисунка I можно судить о согласии расчетов с опытом. Кривая I на рис. I соответствует кривой IV на рис. 2, а кривая II рассчитана в предположении линейного спада плотности, начиная от центра ядра. Размеры ядра здесь и выше считались по формуле  $R = r_0 \sqrt[3]{A}$ , где  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$  см. Дальнейший подбор параметров и самого вида спада волновой функции едва ли целесообразен в рамках приближенной оценки.

§ 3. Таким образом результаты проведенных расчетов указывают, видимо, на постоянство волновой функции нуклона внутри ядра и ее спад в области  $\sim 1 \cdot 10^{-13}$  см на границе ядра. Этот вывод совпадает с результатом анализа рассеяния ядром быстрых электронов ( $E > 1$  Бэв), который указывает на постоянство плотности заряда внутри ядра и его медленный спад на границе. Вероятно такое распределение плотности справедливо не только для протонов, несущих заряд, но и для нейтронов в ядре. Распределение плотности внутри ядра, оцененное в настоящей работе, находится также в согласии с видом радиальной зависимости потенциала Саксена-Вуда, который широко применяется в расчетах, основанных на оптической модели ядра. Отмеченные совпадения качественных выводов настоящей работы и известных представлений о характере распределения нуклонов в ядрах позволяют, в свою очередь, расширить область применимости импульсного приближения, на случай упругого рассеяния нуклонов ядрами.

Остается, однако, вопрос о характере импульсного распределения нуклонов в ядрах. В упомянутой работе (3) посвященной



анализу данных экспериментов по квазиупругому рассеянию протонов протонами отдается предпочтение гауссовскому распределению импульсов нуклонов, как значительно обогащенному высокоимпульсными компонентами. Еще более богатое высокоимпульсными компонентами распределение Бете-Пайерлса вынуждены ввести авторы работы<sup>(4)</sup>, анализирующие процесс <sup>"риск чр"а</sup> ~~риск чр"а~~ дейтронов. Но в настоящей работе получены распределения сравнительно бедные высокоимпульсными компонентами. Причина такого расхождения лежит, по-видимому в том, что в процессе квазиупругого рассеяния и вылета дейтронов из ядер существенную роль играет<sup>ю</sup> особенности движения (корреляции) нуклонов в ядрах, связанные с взаимодействием двух, трех или большей группы нуклонов (фрагмента) тогда, как выше рассматривалось движение нуклона в среднем поле всех нуклонов ядра. К выводу о наличии коррелированных групп нуклонов в ядре пришли авторы работы<sup>(5)</sup> на основании анализа импульсных распределений нуклонов в ядрах, полученных в различных экспериментах. Расчет упругого рассеяния нуклонов с ядрами может дополнить число анализируемых экспериментов. Кажется, однако, что правильнее говорить не о рассеянии нуклона на нуклоне, обладающим в ядре высоким импульсом, а на тесной группе нуклонов, как целом. Правда, одно представление эквивалентно в какой-то мере другому, так как высокоимпульсные компоненты могут явиться результатом лишь тесной корреляции нуклонов в группах, но тогда представление о взаимодействии налетающего нуклона с отдельным нуклоном в ядре и само импульсное приближение оказываются не применимыми. Вывод о наличии в ядрах подструктур (фрагментов) подтверждается обширным экспериментальным материалом особенно данными по выбиванию быстрых фрагментов из ядра<sup>а</sup>.

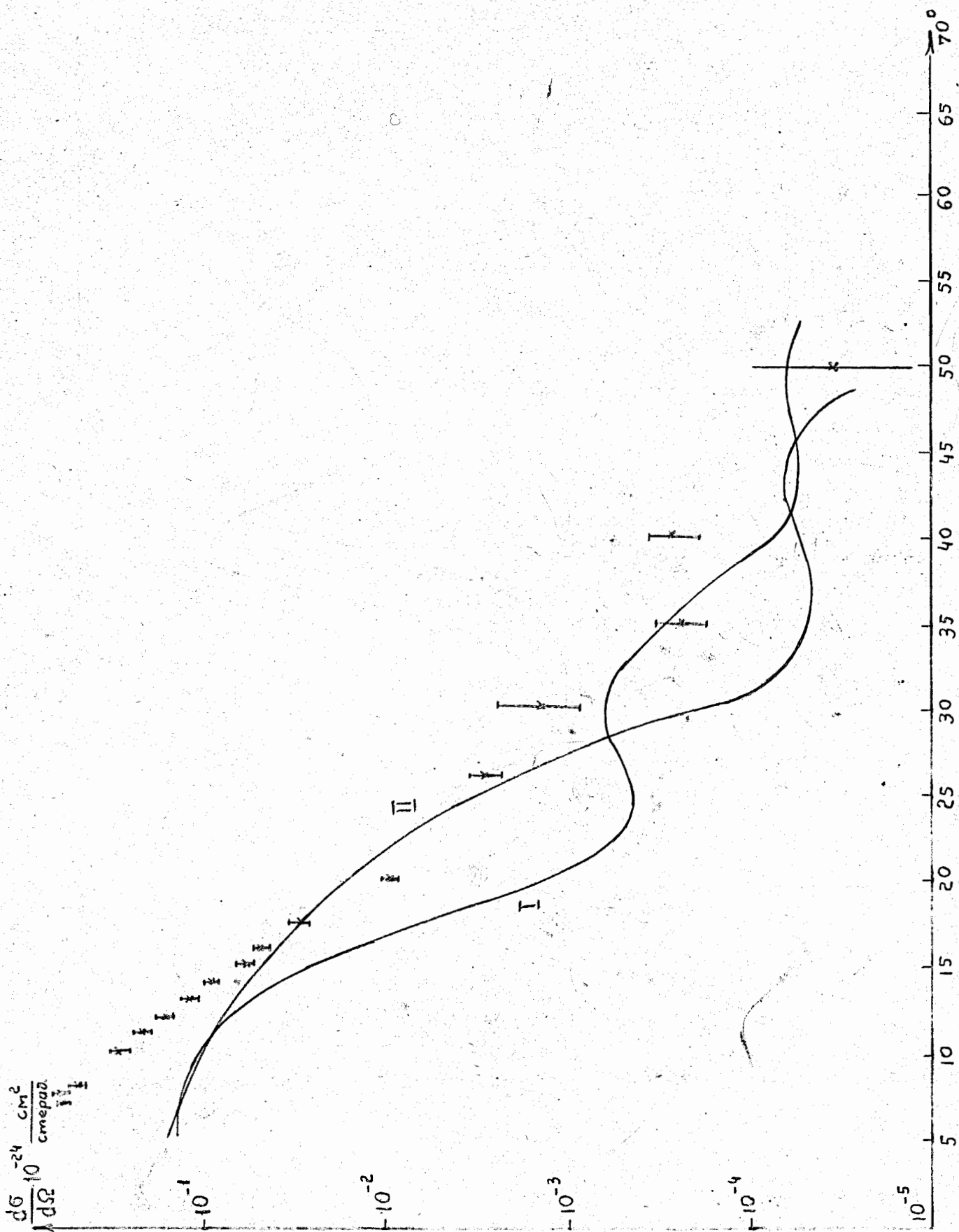
- 0 -

В заключение благодарю профессора М.Г.Мецерыкова и Б.М.Головина за обсуждение работы, а также Л.А.Кулюкину за помощь в проведении расчетов.

### Л и т е р а т у р а

1. G.F. Chew Phys. Rev. 74, 809, 48.
2. R.E. Richardson, W.P. Ball, CEleith, BjMoyer. Phys. Rev. 85. 29.52.
3. P.A. Wolf. Phys. Rev. 87. 434 52.
4. G.F. Chew, M.L. Goldberger Phys. Rev. 77. 370. 50.
5. K.A. Brueckner, R.I. Eden, N.C. Francis Phys. Rev. 98. 1445. 55.

-----ooo000ooo-----



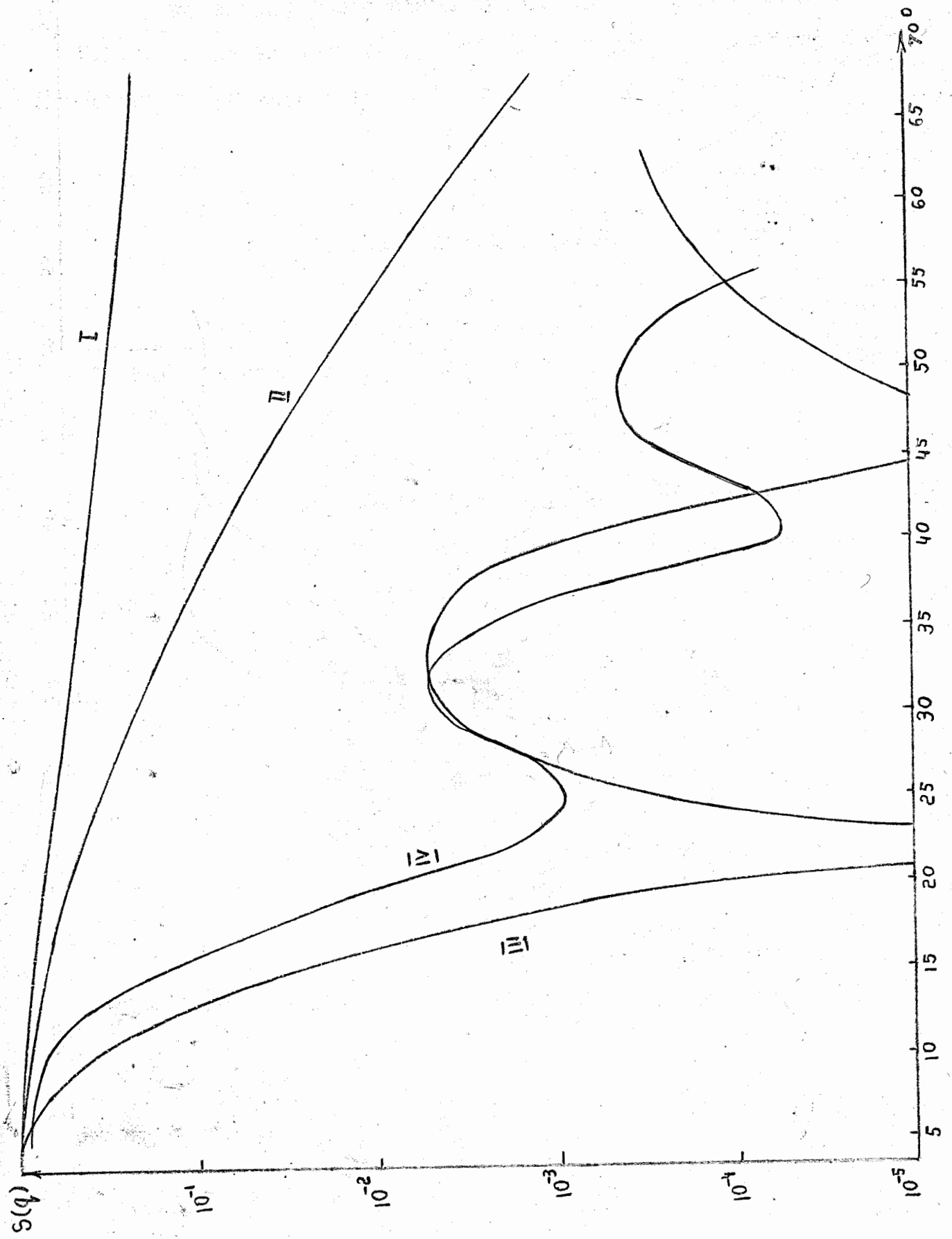


Рис. 2.