



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Г. Домокош

P-888

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ
ВЕРШИННОЙ ЧАСТИ
В ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ

Дубна 1962 год

Г. Домокош^{х)}

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ
ВЕРШИННОЙ ЧАСТИ
В ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ

1344/6 48.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

х) Командирован из Центрального научно-исследовательского института
физики Венгерской Академии наук

1. Введение

Ренормализационная группа была применена для исследования асимптотического поведения разных функций Грина в многочисленных работах (см. ^{/1/}, где цитирована предыдущая литература). При этом, решение уравнений ренормализационной группы фиксировано с помощью некоторого "принципа соответствия", т.е. выбрано то решение, которое при малых значениях константы связи переходит в результаты теории возмущений.

В настоящей работе мы снова исследуем асимптотику вершинной части при несколько иных предположениях, а именно: потребуем соответствия с теорией возмущений лишь при малых значениях инвариантной передачи импульса, а при больших значениях ее мы потребуем ограниченности постоянных перенормировки волновых функций. Физически это мотивируется тем обстоятельством, что в последнее время, используя спектральные представления простейших функций Грина, удалось построить модели теории поля с конечными постоянными перенормировки (см. например ^{/2/}).

Можно думать, что подобные модели лучше описывают поведение функций Грина, чем обычная теория возмущений. Итак, по нашему мнению, интересно исследовать и другие следствия, вытекающие отсюда.

2. Решение уравнений ренормализационной группы

Возьмем для определенности нейтральную, псевдоскалярную мезонную теорию, и рассмотрим пион-нуклонную вершину. Обозначим четырехмерные импульсы мезона и нуклонов через q, p, p' - соответственно. В дальнейшем эффект непосредственного пион-пионного взаимодействия учитывать не будем; можно показать, что оно меняет лишь значения постоянных в конечном результате, а не влияет на структуру асимптотического решения уравнений.

При физических значениях импульсов, мы имеем: $q^2 = \mu^2$ $p^2 = p'^2 = M^2$, где μ и M массы мезона и нуклона, соответственно.

Из соображений инвариантности следует, что при $p^2 = p'^2 = M^2$ вершинную часть можно писать так:

$$\Gamma_6(q; p, p') = \gamma^5 \Gamma(q^2, M^2, \mu^2; g^2).$$

Введем безразмерные переменные:

$$z = q^2/\lambda^2, \quad u = M^2/\lambda^2, \quad v = \mu^2/\lambda^2,$$

где λ - некоторый нормировочный импульс, и $\lambda^2 < 9\mu^2$.

Тогда получим функциональное уравнение для Γ в следующей форме (см. ^{1/}):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma(z, u, v; g^2)}{\partial z} &= z^{-1} \Gamma(z, u, v; q^2) \times \\ &\times \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \Gamma\left(\xi, \frac{u}{z}, \frac{v}{z}; [\Gamma(z, u, v; g^2)]^2 z_2^2 z_3 g^2 \right) \right]_{\xi=1}. \end{aligned} \quad (1)$$

При выводе уравнения (1) мы использовали условие нормировки:

$$\Gamma(1, u, v, g^2) = 1;$$

z_2 и z_3 - постоянные перенормировки пропагатора нуклона и мезона соответственно. Они выражаются через пропагаторы обычным образом ^{1/}.

При $q \rightarrow \infty$

$$z_2 \rightarrow Z_2 = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{S'_c(q)}{S_c(q)},$$

$$z_3 \rightarrow Z_3 = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\Delta'_c(q)}{\Delta_c(q)}.$$

Пределы, по предложению, конечны. По теореме Лемана, Симанзика, Циммерманна ^{3/}, $\Gamma(z, u, v; g^2) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$. Поэтому асимптотическое решение уравнения получим, если разложим выражение (1), стоящее в квадратных скобках, по $g^2 \equiv [\Gamma(z, u, v, g^2)]^2 z_2^2 z_3 g^2$. (Заметим, что это разложение не зависит от сходимости ряда теории возмущений при физическом значении константы связи).

Таким образом, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma(z, u, v; g^2)}{\partial z} &\approx z^{-1} g^2 Z_2^2 Z_3 (\Gamma(z, u, v; g^2))^3 \times \\ &\times \left[\frac{\partial}{\partial \xi} f\left(\xi, \frac{u}{z}, \frac{v}{z}\right) \right]_{\xi=1}. \end{aligned} \quad (2)$$

$f(\xi, \frac{u}{z}, \frac{v}{z})$ - вклад неприводимой вершинной диаграммы третьего порядка, при нефизических "массах" нуклона и мезона: $u/z, v/z$ соответственно.

Легко показать, что

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\partial f(\xi, \frac{u}{z}, \frac{v}{z})}{\partial \xi} = \frac{-1}{(4\pi)^2}, \quad (3)$$

если не учитывать прямого пион-пионного взаимодействия. (Учет последнего меняет лишь значение постоянной, стоящей справа в уравнении (3)).

Используя (2) и (3), получим асимптотическое решение функционального уравнения (1):

$$Z_2 Z_3^{1/2} g \Gamma(q^2, M^2, \mu^2; g^2) \approx \pi g^{1/2} (\log q^2)^{-1/2} \quad (q^2 \rightarrow \infty) \quad (4)$$

Величина $Z_2 Z_3^{1/2} \Gamma(q^2, M^2, \mu^2; g^2)$ связана с асимптотическим значением следующего инварианта ренормализационной группы:

$$\bar{u}(p') \gamma_5 u(p) F(q^2) = \bar{U}(p') \gamma_5 U(p) \Gamma(q^2) \left(\frac{\Delta'_0(q^2)}{\Delta_0(q^2)} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где $u(p), U(p)$ и т.д. являются перенормированными и перенормированными волновыми функциями нуклона.

Видно, что $F(q^2)$ - пионный формфактор нуклона. Сравнивая выражения (4) и (5), получим:

$$F(q^2) = O \left((\log q^2)^{-1/2} \right) \quad (q^2 \rightarrow \infty).$$

Обсуждение результатов

Из формул (4) - (6) видно, что полученная нами асимптотика форм-фактора не зависит от константы связи пион-нуклонного взаимодействия. Это указывает на то, что даже в предположении разложимости в степенной ряд при малых q^2 ($\xi=1$) получим сингулярное по g^2 решение в асимптотике. Заметим еще, что наше предположение о конечности Z_2 и Z_3 в мезонной теории не противоречит результатам Челлена^{/4/}. Действительно, у нас, как легко видеть, $Z_1 = \infty$.

В квантовой электродинамике имеется всего две константы перенормировки (из-за тождества Варда), так что наше предположение о конечности Z_2 и Z_3 не может быть непосредственно сопоставлено с результатами Челлена.

Хотелось бы еще заметить, что, согласно нашим результатам, $F(q^2)$ стремится к нулю очень медленно. Если подобное поведение получится, например, и для электромагнитных формфакторов нуклона, то будет очень трудно сделать заключение о стремлении к нулю экспериментально измеренных форм-факторов.

Автор считает приятным долгом выразить свою благодарность профессору Д.И.Блохинцеву за ценные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, гл. УШ, (Гостехиздат, Москва, 1957).
2. M.Gell Mann, F.Zachariasen, Form-factors and Vector Mesons, Preprint, 1961.
3. H.Lehmann, K.Symanzik, W.Zimmermann, Nuovo Cim. 2, 425 (1955).
4. G.Kallen, in Handbuch der Physik, vol V/1 (Ed.S.Flügge). Springer, Berlin, 1957.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 января 1962 года.