

868



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

+

Ю.А. Будагов, П.Ф. Ермолов, Е.А. Куширенко,
В.И. Москалев

P-868

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ π -МЕЗОНОВ
С ГЕЛИЕМ
ПРИ ЭНЕРГИИ 153 МЭВ

Ю.А. Будагов, П.Ф. Ермолов, Е.А. Кушниренко,
В.И. Москалев

P - 868

1368/1 чр

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ π -МЕЗОНОВ
С ГЕЛИЕМ
ПРИ ЭНЕРГИИ 153 МЭВ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. В в е д е н и е

Основными процессами, происходящими при взаимодействии π -мезонов с энергиями в несколько сот миллионов электрон-вольт со сложными ядрами, являются когерентное упругое рассеяние на ядре как целом, неупругое рассеяние и поглощение π -мезонов. Упругое рассеяние анализируется обычно на основе оптической модели^{/1/}, которая описывает сложный процесс взаимодействия налетающего π -мезона с ядром путем введения в волновое уравнение некоторого эквивалентного комплексного потенциала $V = V_R + iV_I$, зависящего лишь от радиуса взаимодействия. Мнимая часть потенциала учитывает ослабление потока частиц, вызываемое неупругими процессами. Решение этого волнового уравнения позволяет получить угловое распределение упругого рассеяния и полное сечение всех неупругих процессов. Неупругое рассеяние π -мезонов ядрами рассматривается как результат рассеяния отдельными, не взаимодействующими между собой внутриядерными нуклонами, находящимися в потенциальной яме V_R и имеющими некоторое распределение по энергии /модель Сербера-Гольдбергера^{/2/}/. Наконец, поглощение π -мезонов ядрами удовлетворительно объясняется поглощением парами разноименных внутриядерных нуклонов^{/3/}.

Интенсивные исследования рассеяния π -мезонов свободными протонами, проведенные в последние годы, позволили вычислять действительную и мнимую части оптического потенциала^{/4/} /или соответствующие коэффициенты преломления и поглощения ядерного вещества^{/5/} на основании данных элементарных π - N -взаимодействий. Детальные расчеты Франка, Гаммеля и Ватсона /ФГВ/^{/4/} показали, что энергетическая зависимость V_R и V_I в области энергий до 300 Мэв обусловлена сильным резонансным π -мезон-нуклонным взаимодействием в состоянии с $T = 3/2$, $J = 3/2$ при энергиях около 180 Мэв. Поэтому экспериментальное определение V_R и V_I при энергиях, близких к резонансной, представлялось важным с точки зрения подтверждения основных положений модели ФГВ.

В интервале энергий до 300 Мэв взаимодействие π -мезонов с ядрами исследовалось в ряде работ, выполненных с помощью фотоэмюльсий^{/6-10/},

камер Вильсона^{/11-13/}, пузырьковых камер^{/14-16/}. В этих работах выявлены основные черты процессов, происходящих при взаимодействии π -мезонов со сложными ядрами, однако заключения этих работ, касающиеся упругого рассеяния, ввиду относительно небольшой статистической точности и трудности идентификации, носят в основном полукачественный характер. Значительно большая точность при измерениях упругого рассеяния достигнута электронными методами^{/17-19/}. В работах Бакера и др.^{/19/} было показано, что при энергиях π -мезонов около 80 Мэв очень хорошее согласие с экспериментом может быть получено на основе "модифицированной" модели Кисслингера^{/20/}, учитывающей градиент ядерной плотности на границе ядра. Измерения углового распределения упругого рассеяния π -мезонов с энергией 150 Мэв на ядрах С, Al, Си и Рb с помощью чувствительных к энергии черенковских счетчиков и амплитудного анализатора проведены Фуджи^{/21/}. Однако, вследствие недостаточного энергетического и углового разрешения установки в этой работе не было получено характерной дифракционной картины в области углов $> 40-60^\circ$, и поэтому анализ углового распределения проведен лишь для углов, меньших 40° . Величина V_1 , определенная в^{/21/}, близка к расчетной, однако глубина потенциальной ямы V_R оказалась большей, чем следует из расчетов ФГВ.

Взаимодействие π -мезонов с ядрами гелия впервые наблюдалось в диффузионной камере Фаулером и др.^{/22/}. Было зарегистрировано около 100 случаев взаимодействия при трех энергиях 53 Мэв / π^+ /, 68 Мэв / π^- / и 105 Мэв / π^- /. Козодаев и др.^{/23/} исследовали упругое рассеяние и неупругое π -He-взаимодействие также с помощью диффузионной камеры при энергии π^+ -мезонов 273 Мэв и π^- -мезонов 330 Мэв / 550 случаев при обеих энергиях /. Сечение упругого рассеяния π^- -мезонов в этой работе оказалось в области углов $5-15^\circ$ /с.д.и./ существенно меньшим, чем соответствующее сечение для π^+ -мезонов. Этот эффект интерпретируется авторами как проявление интерференции между кулоновским и ядерным рассеянием. Недавно Браутти и др.^{/24/} получили полные сечения π^- -He-взаимодействия и угловые распределения упругого π^- -He-рассеяния при энергиях 0,97, 1,67 и 2,26 Бэв с помощью гелиевой пузырьковой камеры.

В настоящей работе приводятся результаты исследования взаимодействия π^- -мезонов с ядрами гелия при энергии 153 Мэв, выполненного с помощью диффузионной камеры высокого давления в магнитном поле. Основной целью работы являлось получение сведений об угловом распределении упругого π^- -He-рассеяния с точностью, достаточной для надежного определения параметров оптической модели и сравнения их с расчетами ФГВ. Использование в качестве ядра-мишени такого легкого ядра, как He⁴, представлялось целесообразным, так как согласно ФГВ, глубина потенциальной ямы должна быть одинакова для тяжелых и легких ядер. В работе получены также полные сечения и некоторые другие характеристики ряда процессов, протекающих при неупругом π^- -He-взаимодействии.

2. Экспериментальная установка

Диффузионная камера и схема экспериментальной установки были уже подробно описаны ранее /25/.

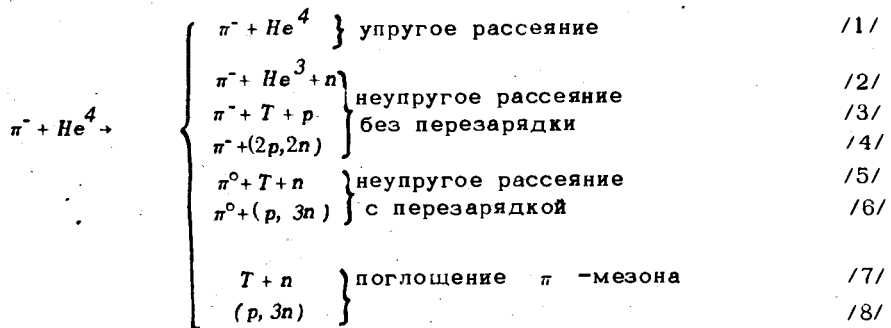
В настоящем опыте магнитное поле имело в рабочем камере следующие характеристики: 1/ напряженность поля в центре рабочего объема равна 12000 гс; 2/ максимальный спад поля по радиусу в центральной плоскости рабочего объема составляет 3%; 3/ максимальная неоднородность по высоте чувствительного объема равна +4%.

Средняя энергия мезонов в камере была определена путем измерения радиуса кривизны треков мезонов на специально отобранных кадрах и оказалась равной 153 Мэв. С учетом экспериментальной точности измерения радиусов / ~ 3% / для полуширины энергетического распределения π^- -мезонов в камере получено значение 9 Мэв. Суммарная примесь μ^- -мезонов и электронов в пучке составляла $16 \pm 2\%$ /25/.

Камера наполнялась обычным техническим гелием до давления $P_{эф} = 17,8$ атм. В серии экспозиций получено около 30000 стереофотографий. Некоторые данные, полученные при обработке этих фотографий, были опубликованы ранее /26/.

3. Обработка экспериментальных данных

При взаимодействии π^- -мезонов с ядрами He^4 возможны следующие реакции:



Реакции /1-2/ представляют собой на снимках двухлучевые звезды, /3-4/ - трехлучевые и /5-8/ - однолучевые звезды.

В результате просмотра фотографий было найдено 1802 случая $\pi^- - He$ взаимодействия /660 однолучевых, 848 двухлучевых и 294 трехлучевых звезд/, удовлетворявших определенным критериям отбора. Принималось, что все эти случаи относятся к взаимодействию π^- -мезонов с гелием, так как фон от взаимодействия π^- -мезонов со сложными ядрами примеси /метилловый спирт/ и водородом, не превышает 1%. Оценка его была произведена по данным, полученным при работе камеры с водородом на пучке π^- -мезонов с близкой энергией /25/.

Для определения эффективности просмотра был произведен особо тщательный вторичный просмотр части фотографий. Если принять эффективность двукратного просмотра за 1, то эффективности регистрации одно-, двух- и трехлучевых звезд равны соответственно $s_1 = 0,75 \pm 0,02$, $s_2 = 0,88 \pm 0,02$ и $s_3 = 0,90 \pm 0,02$.

Обработка случаев взаимодействия производилась репроеекционным методом. Для двух- и трехлучевых звезд непосредственно на репроеекторе были измерены координаты точки взаимодействия, координаты средней точки трека падающего π^- -мезона и каждого луча звезды, полярный θ и азимутальный ϕ углы каждого луча-звезды / $\phi = 0$ соответствует случаю, когда луч лежит в одной горизонтальной плоскости с падающим мезоном/. Точность измерения углов θ равна $0,7^\circ$, углов ϕ - около 3° . Измерение радиусов кривизны треков падающего π^- -мезона и вторичных частиц производилось с помощью специальных шаблонов. Точность измерения радиуса зависит от величины кривизны, длины и направления трека в пространстве. Средняя точность измерения радиусов в нашем случае при длине проекции трека на горизонтальную плоскость 20-25 см равна 3-4%, а при длине 7-8 см -5-7%. При вычислении импульса частицы по измеренному радиусу кривизны были введены поправки на неоднородность магнитного поля и усадку пленки / ~ 5%/. В случаях, когда вторичные тяжелые частицы останавливались в камере, измерялись длины их пробегов, в которые вводились поправки, учитывающие конечную ширину трека /для пробегов < 10 мм/, усадку пленки и изменение плотности газа по высоте рабочего объема камеры. Согласно оценкам, для пробегов более 5 мм точность определения энергии не хуже 15%.

Идентификация реакций /1-8/ производилась следующим образом. Прежде всего из всех двухлучевых звезд были отобраны случаи упругого $\pi^- - He$ рассеяния. Двухлучевая звезда считалась случаем упругого рассеяния, если выполнялись соотношения $|\phi_\pi - \phi_{He} - 180^\circ| < 5^\circ$ и $|\theta_{He} - \theta_{He}^{расч.}| < 2^\circ$, где ϕ_π , ϕ_{He} и θ_{He} - измеренные углы, а $\theta_{He}^{расч.}$ - расчетный угол рассеяния He , соответствующий по обычным кинематическим соотношениям упругого рассеяния измеренному углу θ_π . Для двухлучевых звезд, в которых пробег тяжелой частицы оканчивался в камере, дополнительным критерием отбора реакции /1/ являлось соответствие измеренного и рассчитанного пробегов. В результате было установлено, что из 848 двухлучевых звезд 521 представляет собой упругое рассеяние /реакция /1//, а 304 являются случаями реакции /2/. В остальных 23 случаях надежное разделение между реакциями /1/ и /2/ не могло быть произведено.

Более сложной является идентификация трехлучевых звезд, так как в эту группу помимо реакции /3/ с тремя заряженными частицами в конце входят еще реакции /4/ с конечными продуктами $\pi^- + d + p + n$, $\pi^- + p + p + n + n$ и $\pi^- + d + d$. Здесь для выделения реакции /3/ использовался кинематический анализ всех случаев с привлечением баланса импульсов и энергии при разных допущениях о природе вторичных тяжелых частиц / p , d или T /. В некоторых случаях в качестве дополнительных критериев для идентификации были использованы измерения радиуса кривизны вторичных частиц, пробегов или длин треков, не оканчивающихся в камере. Кинематические расчеты для всех трехлучевых звезд производились на электронной счетной машине "Урал". Процедура идентификации в общих чертах была аналогична описанной в /23/. Было установлено, что из 294 трехлучевых звезд 87 относятся к реакции /3/^{x/}, а остальные - к реакциям /4/.

Идентификация реакций /5-8/, входящих в группу однолучевых звезд, ввиду сложности и неоднозначности не производилась. Некоторые сведения о вероятности неупругого рассеяния с перезарядкой /реакции 5-8/ можно получить из факта наблюдения двух случаев, в которых вторичными частицами являются одна тяжелая положительная частица и быстрые электрон и позитрон с малым углом между ними - пара Далитца. Учитывая вероятность распада $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+ + \gamma$, равную $0,0117^{/27/}$, получим, что примерно в одной четверти одилучевых звезд происходит неупругое рассеяние с перезарядкой.

4. Полные сечения

Полное сечение π^- -He-взаимодействия и сечения отдельных реакций были определены путем подсчета числа случаев и полной длины треков π^- -мезонов в прямоугольной области, выбранной в центральной части камеры, в которой существуют наилучшие условия регистрации частиц /25/. Полные сечения рассчитывались по формуле:

$$\sigma = \frac{M_r}{L n_{\text{эфф.}} (1-q) s} \quad /10/$$

^{x/} В эту группу может входить некоторое число случаев реакции $\pi^- + He^4 \rightarrow \pi^- + d + d$, которые невозможно было кинематически отделить от реакции /3/. Однако, принимая во внимание малую величину энергии связи дейтрона, можно предположить, что вероятность реакции с вылетом двух дейтронов очень мала. Об этом свидетельствуют также результаты работы /23/, в которой не было идентифицировано ни одного случая такой реакции.

где M - число случаев данной реакции в выбранной области; $L = 15,87 \pm 0,09 \cdot 10^6$ см - полная длина треков π^- -мезонов в этой области; $n_{\text{эфф}} = 15,20 \pm 0,10 / 10^{20}$ - число ядер He^4 в 1 см^3 чувствительного объема при эффективном давлении 17,6 атм и температуре -25°C ; $q = 0,16 \pm 0,02$ - примесь μ^- -мезонов и электронов в пучке; r - коэффициент, учитывающий неэффективность регистрации случаев, обусловленную вылетом заряженных частиц с углами ϕ , близкими к 90° и 270° ; для реакции /1/ $r_1 = 1,25 \pm 0,04$ для реакции /2/ $r_2 = 1,16 \pm 0,04$, для остальных реакций $r_{3-8} = 1$; s - эффективность просмотра фотографий.

В таблице 1 приведены числа случаев M данной реакции и полные сечения, рассчитанные по формуле /10/. Для сечений указаны абсолютные средние квадратичные погрешности, включающие в себя статистические ошибки в M и неопределенности в значениях всех величин, использованных при расчете сечений по формуле /10/. Числа случаев, указанные в скобках, представляют собой количества событий данной реакции, идентификация которых была не совсем достоверной. При подсчете величин сечений они не учитывались, но неопределенность, вносимая ими, была учтена в ошибках сечений.

Т а б л и ц а 1.

Полные сечения реакций в π^- - He - взаимодействии при энергии 153 МэВ

Реакция	/1/	/2/	/3/	/4/	/5-8/	σ_t /1-8/	σ_i /2-8/
M	150/2/x/	104/2/	26	60	155/1/	495	345
$\sigma \cdot 10^{27} \text{ см}^2$	95,0 \pm 8,4 xx /	53,4 \pm 6,1	11,3 \pm 2,3	26,0 \pm 3,5	80,6 \pm 7,2	266 \pm 16	171 \pm 12

x/ Указано число случаев с углом рассеяния $\theta > 15^\circ$ /с.п.и./

xx/ В сечение введена поправка на рассеяние в угловой интервал $0-15^\circ$ /с.п.и./ и на кулоновское рассеяние и интерференцию кулоновского и ядерного рассеяний в интервале углов, больших 15° /см. раздел 5/.

Таблица 2 представляет сводку экспериментальных данных по сечениям π -He-взаимодействия в интервале энергий 60–2260 МэВ. Как видно из этой таблицы, изменение с энергией полного сечения π -He-взаимодействия и почти всех парциальных сечений в основном воспроизводит характер энергетической зависимости сечений элементарных π -N-взаимодействий. Эта зависимость повторяется также для полных сечений π -d-взаимодействия и в менее резкой степени для сечений более тяжелых ядер^{/28,14/}. Однако величина σ_t , полученная в настоящей работе, существенно ниже значений, следующих из кривой энергетической зависимости полного сечения π -He-взаимодействия, рассчитанной Браутти и др.^{/24/} по простой формуле $\sigma_t^{He} = 2(\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p})$, в которой полные сечения элементарных π -N-соударений усреднены по функции распределения внутриядерных нуклонов по скорости $P(\beta) d\beta = 3,41 \exp[-36,4 \beta^3] d\beta$.

Т а б л и ц а 2.

Сводка сечений π -He взаимодействия в интервале энергий 60–2260 МэВ

Ссыл- ка	Энер- гия /МэВ/	Час- тицы	в 10^{-27} см ²						
			σ_t /1-8/	σ_0 /1/	σ_1 /2-8/	$\sigma_{in,sc.}$ /2-4/	$\sigma_{exo} + \sigma_{ab}$ /5-8/	σ'_{exo} /5-6/	σ_{ab} /7-8/
22	60	π^+, π^-	89+18	37+12	52	15+18	37+12	22	15
22	105	π^-	207+24	74+14	133	51+12	82+12	62	20
н.р.	153	π^-	266+16	95+8,4	171+ 12x/	90,7+6,6	80,6+ 7,2-	20	61
23	273	π^+	220+20	75+9	145x/	84+9	55+8		
23	330	π^-	150+15	47+5	103x/	66+6	33+4		
24	970	π^-	167,4+ 5,4-						
24	1670	π^-	140,7+ 8,1-						
24	2260	π^-	104,7+ 1,5-						

x/ Сечения получены как разность σ_t и σ_0 и могут содержать вклад от реакций, не входящих в группу /2-8/.

5. Угловое распределение упругого n -He-рассеяния

1. Экспериментальные данные

Все случаи упругого рассеяния, пересчитанные в с.ц.и., были разделены на 15 угловых интервалов по 10° /случай рассеяния с $155^\circ < \theta < 180^\circ$ объединены в один интервал/. Случай рассеяния с $\theta < 15^\circ$ не учитывались в угловом распределении из-за крайне низкой эффективности наблюдения при этих углах θ . В столбцах 1 и 2 таблицы 3 приведены углы θ , соответствующие серединам угловых интервалов, и числа случаев рассеяния ΔN в каждом интервале. Для учета неэффективности регистрации случаев, плоскость рассеяния которых близка к вертикальной, были построены распределения случаев по азимутальному углу ϕ для различных угловых интервалов $\Delta\theta$. Найденная из этих распределений эффективность в интервале $\Delta\theta = 50^\circ - 130^\circ$ составляет 92% и падает до 63% в интервале $\Delta\theta = 15^\circ - 25^\circ$. Дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega$ /столбец 3 таблицы 3/ получены из угловых распределений $\Delta N/\Delta\Omega$ нормировкой на полное сечение σ_0 /табл. 1/^{x/ с учетом ϕ -неэффективности для данного $\Delta\theta$. Поправки на угловое разрешение не вводились, так как они не превышают нескольких процентов. Ошибки сечений, указанные в таблице, обусловлены главным образом статистическими погрешностями и неопределенностями от введения поправок.}

Т а б л и ц а 3.

Дифференциальные сечения упругого n -He-рассеяния

θ /с.ц.и./ ΔN	$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot 10^{27} \text{ см}^2 / \text{стерад.}$	θ /с.ц.и./ ΔN	$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot 10^{27} \text{ см}^2 / \text{стерад.}$
20° 82	$44,6 \pm 6,2$	100° 17	$2,23 \pm 0,55$
30° 124	$38,8 \pm 4,0$	110° 14	$1,84 \pm 0,49$
40° 97	$23,2 \pm 2,6$	120° 12	$1,60 \pm 0,46$
50° 75	$13,7 \pm 1,7$	130° 7	$1,21 \pm 0,46$
60° 39	$5,60 \pm 0,91$	140° 3	$0,72 \pm 0,43$
70° 8	$0,98 \pm 0,34$	150° 2	$0,69 \pm 0,50$
80° 4	$0,47 \pm 0,23$	$167,5^\circ$ 6	$1,72 \pm 0,76$
90° 14	$1,85 \pm 0,49$		

^{x/} При этом в полном сечении σ_0 не учитывались поправки на кулоновское рассеяние и на упругое рассеяние в угловой интервал $0-15^\circ$.

2. Расчеты по оптической модели

Поскольку полученное экспериментально угловое распределение упругого рассеяния обнаруживает ясную дифракционную картину с четким первым минимумом $\sim 80^\circ$ и вторым максимумом $\sim 100^\circ$, характерную для рассеяния прямоугольной потенциальной ямой, были выполнены расчеты углового распределения по оптической модели путем точного решения волнового уравнения с использованием комплексного прямоугольного потенциала $V = V_R + i V_I$ для области внутри ядра $r \leq R_0 = r_0 A^{1/3}$ и кулоновского потенциала $V_c = -\frac{2e^2}{r}$ для области вне ядра $r > R_0$. Уравнение Клейна-Гордона для π -мезона с полной энергией E

$$\nabla^2 \psi + \frac{(E-V)^2 - \mu^2 c^4}{\hbar^2 c^2} \psi = 0 \quad /11/$$

имеет решение вида

$$\psi(r, \theta) = \sum_{\ell} R_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos \theta) = \sum_{\ell} \frac{u_{\ell}(r)}{r} P_{\ell}(\cos \theta). \quad /12/$$

Радикальная волновая функция $u_{\ell}(r)$ для внутренней области $r \leq R_0$

$V = V_R + i V_I$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 u_{\ell}}{dr^2} + [k'^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}] u_{\ell} = 0, \quad /13/$$

где k' - волновое число внутри ядра:

$$k'^2 = k_0^2 + \frac{V_R^2 - V_I^2 - 2E V_R}{\hbar^2 c^2} + i \frac{2V_R V_I - 2E V_I}{\hbar^2 c^2} = a + ib, \quad /14/$$

$$k' = (a^2 + b^2)^{1/4} [\cos(\frac{1}{2} \arctg b/a) + i \sin(\frac{1}{2} \arctg b/a)] \quad /15/$$

а k_0 - волновое число свободного π -мезона с полной энергией E :

$$k_0^2 = (E^2 - \mu^2 c^4) / \hbar^2 c^2. \quad /16/$$

Регулярное в точке $r=0$ решение радиального уравнения /13/ выражается через сферическую функцию Бесселя комплексного аргумента $j_\ell(k'r)$

$$u_\ell(r) = (k'r) R_\ell(k'r) = A(k'r) j_\ell(k'r), \quad /17/$$

связанную соотношением

$$j_\ell(k'r) = \left(\frac{\pi}{k'r}\right)^{1/2} J_{\ell+1/2}(k'r) \quad /18/$$

с обычной функцией Бесселя полуцелого порядка $J_{\ell+1/2}(k'r)$. Так как таблицы функций Бесселя комплексного аргумента отсутствуют, то для нахождения решения /17/ было использовано рекуррентное соотношение /20/

$$\xi_\ell(x) = \frac{x^2 - \ell^2 + \ell x \xi_{\ell-1}(x)}{\ell x - x^2 \xi_{\ell-1}(x)} \quad /19/$$

с членом нулевого порядка

$$\xi_0(x) = \frac{\sin 2y - i \operatorname{Sh} 2z}{\operatorname{Ch} 2z - \cos 2y} \quad /20/$$

для функции

$$\xi_\ell(x) = \frac{d}{dx} \ln [x j_\ell(x)] = \frac{d}{dx} \ln [x^{1/2} J_{\ell+1/2}(x)], \quad /21/$$

которая, как легко видеть, является логарифмической производной от радиальной волновой функции $u_\ell(r)$. В формулах /19-21/ аргумент функции ξ_ℓ есть $x = k'r = y + iz$.

Радиальное волновое уравнение для области вне ядра ($r > R_0$, $V = V_c = -\frac{2e^2}{r}$) имеет вид:

$$\frac{d^2 u_\ell^c}{dr^2} + \left[k_0^2 - \frac{2n_0 k_0}{r} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_\ell^c = 0. \quad /22/$$

В уравнении /22/ квадратичный член V_0^2 за малостью не учитывался. n_0 представляет собой кулоновский параметр $n_0 = -\frac{2e^2}{\hbar v} = -\frac{2a}{\beta}$ ($a = 1/137$). Для π -мезонов с энергией 153 Мэв $\beta = 0,863$ и $n_0 = -0,0169$. Решением уравнения /22/ является линейная комбинация регулярного F_ℓ и нерегулярного G_ℓ в точке $r=0$, решения /30/:

$$u_\ell^0 = F_\ell + [G_\ell + iF_\ell] e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell. \quad /23/$$

Функции $F_\ell = F_\ell(n_0, k_0 r)$ и $G_\ell = G_\ell(n_0, k_0 r)$ представляют собой регулярную и нерегулярную вырожденные гипергеометрические функции.

Комплексные фазовые сдвиги δ_ℓ были найдены приравниваем логарифмических производных внешнего /23/ и внутреннего /17/ решений на границе ядра $r = R_0$:

$$\frac{[u_\ell^0(n_0, k_0 R_0)]'}{u_\ell^0(n_0, k_0 R_0)} = \frac{k'}{k_0} \xi_\ell(k' R_0) = \xi_\ell. \quad /24/$$

Отсюда следует уравнение для определения фаз δ_ℓ :

$$e^{2i\delta_\ell - 1} = \frac{2[F_\ell'(n_0, k_0 R_0) - F_\ell(n_0, k_0 R_0) \xi_\ell]}{[F_\ell(n_0, k_0 R_0) - iG_\ell(n_0, k_0 R_0)] \xi_\ell - F_\ell'(n_0, k_0 R_0) + iG_\ell'(n_0, k_0 R_0)}. \quad /25/$$

Знание фазовых сдвигов δ_ℓ позволяет вычислить дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния и полное сечение всех неупругих процессов по известным формулам:

$$\sigma(\theta) = |f^0(\theta) + f(\theta)|^2 = \left| -\frac{n_0}{k_0(1-\cos\theta)} e^{-i n_0 \ln \frac{1}{2}(1-\cos\theta) + i2\eta_0} + \frac{1}{2ik_0} \sum_{\ell} (2\ell+1) e^{2i\eta_\ell} (e^{2i\delta_\ell} - 1) P_\ell(\cos\theta) \right|^2, \quad /26/$$

$$\sigma_0 = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) |e^{2i\delta_\ell} - 1|^2, \quad /27/$$

$$\sigma_1 = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) (1 - |e^{2i\delta_\ell}|^2), \quad /28/$$

где $f(\theta) = f_r^0(\theta) + if_1^0(\theta)$ и $f(\theta) = f_r(\theta) + if_1(\theta)$ — амплитуды кулоновского и ядерного рассеяния, а $\eta_\ell = \text{Arg } \Gamma(1 + \ell + i\eta_0)$.

Численные расчеты дифференциального сечения /26/ были выполнены с помощью электронной счетной машины БЭСМ в интервале углов $5^\circ - 180^\circ$ через каждые $2,5^\circ$. Для четырех значений радиуса $r_0 = 1,5$, $r_0 = \frac{\hbar}{\mu c} = 1,414$, $r_0 = 1,2$ и $r_0 = 1,0$ /в единицах 10^{-13} см/ было рассчитано около 240 вариантов $\sigma(\theta)$ при различных значениях V_R и V_I , лежащих в интервалах $5 \text{ Мэв} \leq |V_R| \leq 50 \text{ Мэв}$ и $20 \text{ Мэв} \leq |V_I| \leq 90 \text{ Мэв}$. Так как в нашем случае $k_0 R_0 = 2,89$ для $r_0 = 1,5$, то расчет производился для значений ℓ , равных 0, 1, 2 и 3. Для проверки влияния фазы δ_4 часть расчетов была выполнена также и с учетом δ_4 .

Кулоновские волновые функции F_ℓ и G_ℓ и их производные F'_ℓ и G'_ℓ , входящие в уравнение /25/, были рассчитаны с помощью таблиц /31/ путем экстраполяции функций от положительных значений n_c , для которых составлены таблицы, к $n_c = -0,0169$. В тех случаях, когда функции табулированы до $n_c = 0$, неточность при экстраполяции менее 1%. При экстраполяции от значений $n_c = 0,1585$ неточность не превышает 2-3%.

Наряду с сечениями /26-28/ в каждом варианте был рассчитан также средний свободный пробег λ π -мезонов в ядерном веществе

$$\lambda = [2(\sqrt{a^2 + b^2} - a)]^{-1/2} = [2(a^2 + b^2)^{1/2} \sin(\frac{1}{2} \arctg b/a)]^{-1}, \quad /29/$$

связанный с комплексным показателем преломления ядерного вещества ν соотношением:

$$\nu = \frac{k'}{k_0} = \nu_0 + i(2k_0 \lambda)^{-1}, \quad /30/$$

и угловая зависимость сечения, обусловленного кулоновским взаимодействием:

$$\sigma^0(\theta) = [f_r^0(\theta)]^2 + [f_1^0(\theta)]^2 + 2f_r^0(\theta)f_1^0(\theta) + 2f_1^0(\theta)f_1^0(\theta). \quad /31/$$

3. Сравнение с экспериментальными результатами

С целью нахождения величин V_R , V_I и r_0 , наилучшим образом описывающих экспериментальное угловое распределение упругого рассеяния $\sigma^{\text{эксп.}}(\theta)$ и полное сечение неупругого взаимодействия $\sigma_i^{\text{эксп.}}$, для каждого варианта рассчитывался параметр χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{m=1}^{m=15} \left[\frac{\sigma(\theta_m) - \sigma_{\text{эксп.}}(\theta_m)}{\Delta\sigma_{\text{эксп.}}(\theta_m)} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_i - \sigma_{i, \text{эксп.}}}{\Delta\sigma_i} \right]^2, \quad /82/$$

где $\Delta\sigma$ обозначает экспериментальные ошибки сечений. Изменение величины χ^2 в плоскости V_R , V_I для $r_0 = 1,5$ представлено на рис. 1. Как видно из рисунка, в распределении χ^2 в этом случае имеется четкий минимум $\chi^2 \approx 30$ в районе $V_R = -/15-20/$ Мэв и $V_I = -/60-65/$ Мэв. Минимальное значение χ_{min}^2 равно 29,6 при $V_R = -15$ Мэв, $V_I = -65$ Мэв
 $\sigma_{\text{эксп.}}^{\text{расч}} = 97,2 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$, $\sigma_i^{\text{расч}} = 177 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$, $\lambda = 1,28 \cdot 10^{-13} \text{ см}$.
 Для $r_0 = 1,414$ минимум в распределении χ^2 гораздо более широк, не столь четко выражен и $\chi_{\text{min}}^2 \approx 50$. При $r_0 = 1,2$ и $r_0 = 1,0$, χ_{min}^2 достигают значений 150-300. Таким образом, из анализа распределения χ^2 можно заключить, что значениями параметров, при которых достигается наилучшее согласие с экспериментом, являются $r_0 = 1,5^{\text{хх}}$, $V_R = -/18 \pm 7/$ Мэв и $V_I = -/63 \pm 6/$ Мэв^{хх}.

Рис. 2,3 и 4 иллюстрируют характер изменения углового распределения при вариации параметров r_0 , V_R и V_I . Как видно из этих рисунков, расчетная кривая с параметрами $r_0 = 1,5$, $V_R = -20$ Мэв и $V_I = -60$ Мэв
 $\chi^2 \approx 29,9$, $\sigma_{\text{эксп.}}^{\text{расч}} = 94,1 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$, $\sigma_i^{\text{расч}} = 178 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$,
 практически не отличающаяся от кривой с $\chi_{\text{min}}^2 = 29,6$, правильно передает характер экспериментального углового распределения. В области углов до первого дифракционного минимума ($\theta < 80^\circ$) наблюдается очень хорошее согласие расчетного и экспериментального распределений, и только в области второго максимума расхождение несколько превышает двойную экспериментальную ошибку. Если принимать в расчет только область первого дифракционного максимума (первые 7 экспериментальных точек углового распределения), то при $r_0 = 1,5$ наблюдается минимум χ^2 / $\chi_{\text{min}}^2 = 6$ / для близких значений потенциалов $V_R = -/25 \pm 8/$ Мэв и $V_I = /50 \pm 10/$ Мэв.

х/ Следует отметить, что величина r_0 характеризует скорее радиус потенциальной ямы, чем радиус ядра, и может быть несколько больше последнего.

хх/ Указанные здесь ошибки потенциалов не учитывают явной корреляции между V_R и V_I .

Вычисления с учетом фазы δ_4 показали, что ее вклад в полное сечение упругого рассеяния не превышает 1%, а влияние на угловое распределение в области больших углов не приводит к лучшему согласию с экспериментом.

Можно ожидать, что лучшее согласие в области второго максимума может быть получено модификацией модели с прямоугольным потенциалом добавлением к потенциалу члена, пропорционального градиенту ядерной плотности на границе ядра /модель Кисслингера^{20/} и "модифицированная" модель Кисслингера^{19/}, или использованием потенциала с диффузным краем /например, потенциала Вудса-Саксона^{132/}. В обоих случаях необходимо введение добавочных параметров, описывающих условия на границе ядра. Хотя непосредственно модель Кисслингера при энергии около 150 Мэв неприменима^{19,20/}, была сделана формальная попытка оценить влияние на угловое распределение добавочного члена в потенциале, пропорционального $\nabla\rho \nabla\psi$. Этот член приводит к новому условию "сшивания" логарифмических производных на границе ядра^{20/}, которое в нашем случае будет иметь вид:

$$\frac{[\psi'(n_0, k_0 R_0)]}{\psi_0'(n_0, k_0 R_0)} = \frac{1-w}{k_0 R_0} + w \frac{k'}{k_0} \xi_\ell (k' R_0) = \xi_\ell, \quad /33/$$

где w - параметр / $w \leq 1$, при $w = 1$ условие /33/ переходит в /24/. При двух значениях $w = 0,75$ и $w = 0,5$ было рассчитано около 100 вариантов углового распределения для различных значений r_0 , V_R и V_I . Наилучшее согласие с опытом получено при $w = 0,75$, $r_0 = 1,5$, $V_R = -20$ Мэв и $V_I = -10$ Мэв / $\chi^2_{\text{min}} = 27/$. Рис. 5 показывает изменение углового распределения при вариации параметра w для $r_0 = 1,5$, $V_R = -20$ Мэв, $V_I = -60$ Мэв. При других значениях r_0 и $w = 0,5$ согласие с опытом очень плохое. Таким образом, несмотря на введение добавочного параметра не удается получить существенно лучшего согласия с экспериментом.

Потенциал Вудса-Саксона или другой какой-либо формы с размытым краем не был использован в настоящей работе в виду боль-

шой трудоемкости подобных расчетов. Однако следует отметить, что увеличение параметра диффузности в потенциале Вудса-Саксона приводит к уменьшению сечений на больших углах по сравнению с прямоугольным потенциалом /32,19/ и, таким образом, вряд ли улучшит согласие в нашем случае.

Приведенные на рис. 2-4 распределения $\sigma^c(\theta)$ показывают, что кулоновское рассеяние и интерференционные эффекты существенны лишь для углов $\theta < 15^\circ$. Хотя экспериментально угловой интервал $\theta < 15^\circ$ не учитывался, сравнение величин $\chi^2 = 29,9$ для $V_R = -20$ Мэв и $\chi^2 = 64,3$ для $V_R = +20$ Мэв /кривые "в" и "д" рис. 3/ подтверждает отрицательный знак действительной части потенциала при энергиях ниже резонансной. Распределение $\sigma^o(\theta)$ для $r_0 = 1,5$ $V_R = -20$ Мэв и $V_I = -60$ Мэв было использовано для получения поправки на кулоновское рассеяние в интервале углов $15^\circ - 180^\circ$ к полному сечению упругого рассеяния σ_o /табл.1/. Аналогично интегрирование зависимости $\sigma^{яд}(\theta) = \sigma(\theta) - \sigma^o(\theta)$ в области углов $0^\circ - 15^\circ$ дает поправку к σ_o , учитывающую упругое рассеяние в этот угловой интервал.

4. О б с у ж д е н и е

На основании общих квантово-механических принципов оптический потенциал $V(\epsilon)$ может быть выражен через амплитуду рассеяния вперед для свободного π -мезон-нуклонного рассеяния $f_o(\epsilon)$ /усредненную по всем протонам и нейтронам ядра/:

$$V(\epsilon) = - \frac{2\pi \hbar v A}{k} \rho f_o(\epsilon), \quad /34/$$

где ρ - плотность нуклонов в ядре, k и v - волновое число и скорость π -мезона, A - число нуклонов в ядре, ϵ - энергия, при которой происходит рассеяние π -мезонов внутри ядра.

Экспериментальные исследования рассеяния π -мезонов свободными нуклонами, выполненные к настоящему времени, позволяют вычислять $f_o(\epsilon)$, а, следовательно, и оптический потенциал $V(\epsilon)$. В самом деле, $\text{Re } f_o(\epsilon)$ может быть рассчитана по известным фазовым сдвигам или из дисперсионных соот-

ношений ^{/33/} для π -мезон-нуклонного рассеяния, а $Im f_0(\epsilon)$ - по полным сечениям π^+ - p -взаимодействия с использованием оптической теоремы $Im f_0(\epsilon) = k \sigma_{\pi N} / 4\pi$. Основным допущением такого рассмотрения является пренебрежение многочастичными силами внутри ядра. Франк, Гаммель и Ватсон ^{/4/} при вычислении $V(\epsilon)$ учли влияние принципа Паули, уменьшающего полные сечения $\sigma_{\pi N}$ при расчете $Im f_0(\epsilon)$, и ввели в мнимую часть потенциала добавочный член, учитывающий поглощение π -мезонов парами нуклонов ^{/3/}. На рис. 6 представлены рассчитанные ФГВ зависимости действительной и мнимой части потенциала от энергии π -мезона внутри ядра /штриховые кривые/. Сплошные кривые представляют собой те же зависимости, пересчитанные к кинетической энергии ϵ_0 π -мезонов в лаб. системе согласно соотношению $\epsilon_0 = \epsilon + V_R(\epsilon)$. Экспериментальными точками на рис. 6 обозначены результаты работ: 1/Шапиро ^{/12/} для C^{12} / π^- , 48 Мэв/, 2/ Байфилда и др. ^{/11/} для C^{12} / π^- , 62 Мэв/, 3/ Вильямса и др. ^{/19/} для Si / π^+ , 78 Мэв/, 4/ Певзнера и др. ^{/19/} для Al / π^+ 80 Мэв/, 5/ Аллена и др. ^{/10/} для ядер фотоэмульсии $/ \pi^-$, 88 Мэв/, 6/ Кесслера и Ледермана ^{/11/} для C^{12} и Pb / π^- , 126 Мэв/, 7/ Фуджи ^{/21/} для C^{12} / π^- 150 Мэв/, 9/ Никольского и др. ^{/9/} для ядер фотоэмульсии $/ \pi^-$, 160 Мэв/ и 10/ Джелепова и др. ^{/13/} для C^{12} / π^- , 280 Мэв/. Черными точками ^{/8/} при энергии 153 Мэв представлены данные настоящей работы для He^4 . Как видно из рисунка, они очень хорошо согласуются с расчетными кривыми ФГВ. Соответственно, для величины среднего свободного пробега в ядерном веществе получено значение $/1,28-1,40/ \cdot 10^{-13}$ см, что согласуется с рассчитанным ФГВ значением $\lambda / \frac{\hbar}{\mu c} \approx 1$.

Хорошее согласие экспериментальных значений V_R и V_I для He^4 с теоретическими указывает на применимость представлений оптической модели даже к такому легкому ядру, как He^4 . С другой стороны, оно подтверждает правильность основных положений модели ФГВ, в частности, небольшую роль многочастичных сил при взаимодействии π -мезонов с внутриядерными нуклонами и независимость глубины потенциальной ямы от размеров ядра. Существенным является также подтверждение значительного влияния на упругое рассеяние π -мезонов ядрами сильного π -мезон-нуклонного взаимодействия вблизи резонансной энергии /максимум V_I и прохождение через нуль

V_R при резонансной энергии/. Хорошее согласие экспериментальных и теоретических значений потенциалов указывает также на то, что такие эффекты, рассмотренные ФГВ, как влияние импульсного распределения нуклонов в ядре, пространственные корреляции внутриядерных нуклонов, неопределенность энергии π^- -мезона между двумя последовательными соударениями с нуклонами в ядре, по-видимому, не играют большой роли при рассеянии.

6. Неупругое взаимодействие π^- -мезонов с ядрами гелия

Среди неупругих процессов /2-8/ наибольший интерес представляют реакции /2/ и /3/, которые могут интерпретироваться как квазиупругое рассеяние π^- -мезонов на внутриядерном нейтроне /2/ и протоне /3/. Этот интерес обусловлен возможностью сравнения квазиупругого рассеяния π^- -мезонов на нуклонах внутри ядра и упругого рассеяния на свободных протонах с целью выяснения тождественности или различия их свойств.

Полные сечения реакций /2/ и /3/ приведены в таблице 1. Сравнение их показывает, что так же, как при энергии π^- -мезонов порядка 300 Мэв /23/, относительные вероятности рассеяния π^- -мезонов с энергией 153 Мэв на связанных нуклонах меньше, чем на свободных протонах при энергиях π^- -мезонов 150-170 Мэв /34/

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_3} = 4,7 \quad \frac{\sigma_{\pi^+p}}{\sigma_{\pi^-p}} = 8,2-8,4.$$

Угловые распределения $\sigma_2(\theta)$ и $\sigma_3(\theta)$ реакций /2/ и /3/ и угловое распределение всех неупруго рассеянных π^- -мезонов $\sigma_{\text{н.ас.}}(\theta)$ /реакции 2-4/ представлены в табл. 4 /в лаб. системе/. Указанные ошибки учитывают в

Т а б л и ц а 4
Угловые распределения неупруго рассеянных π^- -мезонов

θ /лаб. сист./	$\sigma_2(\theta)$	$\sigma_3(\theta)$	$\sigma_{2-4}(\theta) = \sigma_{\text{н.ас.}}(\theta)$
	в 10^{-27} см ² /стерад		
30 ⁰ +10 ⁰	3,58±0,72	1,07±0,36	5,87±0,90
50 ⁰ +10 ⁰	4,58±0,66	1,24±0,31	6,88±0,77
70 ⁰ +10 ⁰	3,60±0,57	0,70±0,21	6,41±0,67
90 ⁰ +10 ⁰	3,64±0,55	1,13±0,26	6,11±0,64
110 ⁰ +10 ⁰	5,09±0,68	0,82±0,23	8,95±0,80
130 ⁰ +10 ⁰	5,26±0,79	1,17±0,30	9,23±0,90
150 ⁰ +10 ⁰		0,48±0,24	7,63±1,00
155 ⁰ +15 ⁰	4,57±0,86		
170 ⁰ +10 ⁰			8,56±1,82

основном статистические погрешности и небольшую неопределенность от введения поправки на ϕ -неэффективность /для $\sigma_2(\theta)$ /. На рис. 7 и 8 угловые распределения $\sigma_2(\theta)$, $\sigma_3(\theta)$ и $\sigma_{in. sc.}(\theta)$ сравниваются соответственно с дифференциальными сечениями в лаб. системе $\sigma_{\pi^+p}(\theta)$, $\sigma_{\pi^-p}(\theta)$ и $\sigma_{\pi^+p}(\theta) + \sigma_{\pi^-p}(\theta)$ для свободного рассеяния /34/ при энергии $\epsilon = \epsilon_0 - V_R(\epsilon) \approx 170$ Мэв. Поскольку полные сечения реакций /2-4/ в 4-5 раз меньше соответствующих сечений для свободного рассеяния /что может быть объяснено влиянием таких факторов, как импульсное распределение нуклонов в ядре, экранировка и т.п./, угловые распределения для свободного рассеяния приведены в произвольном масштабе /штриховые кривые/. Сплошными кривыми нанесены угловые распределения для свободного рассеяния, умноженные на фактор Ватсона и Цемаха F_b / F_f /35/ /также в произвольном масштабе/. Этот фактор приближенно учитывает изменение кинематических соотношений при рассеянии π -мезонов на внутриядерных нуклонах, обусловленное наличием ядерного потенциала, зависящего от энергии π -мезонов. Угловая зависимость фактора F_b / F_f была рассчитана для величины потенциала $V_4 = -18$ Мэв, найденной в разделе 5. Сопоставление угловых распределений рис. 7 и 8 свидетельствует о том, что угловые распределения π -мезонов от реакций /2-4/ повторяют, в основном, угловые распределения свободного π -N-рассеяния. Существенное отличие, наблюдающееся лишь на малых углах, вероятно, обусловлено запретом малых передач импульсов внутриядерным нуклонам из-за принципа Паули. Следует отметить, что несмотря на грубость приближений, используемых Ватсоном и Цемахом, их расчеты качественно правильно передают характер изменения углового распределения, обусловленного влиянием ядра.

Импульсные спектры π^- -мезонов от реакций /2/ и /3/ приведены в опубликованной ранее работе /26/. Средние энергии этих спектров свидетельствуют в пользу однонуклонного характера взаимодействия π^- -мезонов с ядром.

Реакции, входящие в группу /4/, могут возникать в результате квазиупругого рассеяния π^- -мезона на внутриядерном нуклоне с последующим нуклонным каскадом в ядре, в результате последовательных соударений

π^- -мезона с несколькими нуклонами ядра, а также при коллективном взаимодействии с группой нуклонов. Пользуясь терминологией работы ^{/23/}, мы будем называть реакции /4/ процессами кратного рассеяния. Тогда относительная вероятность кратного рассеяния π^- -мезонов с энергией 153 Мэв в ядре He^4 :

$$\gamma_{кр} = \sigma_4 / (\sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4) = 0,29 \pm 0,06 .$$

Полученная величина $\gamma_{кр}$ совпадает с вероятностью кратного рассеяния в ядре He^4 при энергии π^- -мезонов около 300 Мэв ^{/23/} и близка к вероятности кратного рассеяния в He^4 протонов с энергией 630 Мэв ^{/36/}. Этот факт указывает на относительно большую и почти не зависящую от энергии и природы частиц роль кратных процессов в ядре He^4 .

Аналогично сказанному выше, реакция /5/ может считаться квазиупругим рассеянием π^- -мезона на внутриядерном протоне с перезарядкой, а реакции /6/ — процессами кратного рассеяния с перезарядкой. Так как реакции /5/ и /6/ отдельно не идентифицированы, то определить вероятность кратного рассеяния с перезарядкой не представилось возможным.

Оценка сечения неупругого рассеяния с перезарядкой, произведенная на основании наблюдения двух случаев, когда обрзующийся π^0 -мезон распадается по схеме $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+ + \gamma$, дает для σ_{exc} величину порядка $20 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$ /см. табл. 2/. Другая оценка этого сечения может быть сделана на основании соотношения между сечениями рассеяния π^- -мезонов на свободных протонах

$$R = Z \sigma(\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n) / [Z \sigma(\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p) + (A - Z) \sigma(\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p)]$$

в предположении, что на обычное рассеяние и рассеяние с перезарядкой влияние ядра сказывается одинаково ^{/11/}. Для энергии π^- -мезонов $\epsilon = \epsilon_0 - V_R(\epsilon) = 170 \text{ Мэв}$ $R \approx 0,2$. Тогда $\sigma_{exc} = R \sigma_{\pi^0} = 18 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$. Эти оценки показывают, что в нашем случае сечение неупругого рассеяния с перезарядкой составляет примерно 10% от сечения неупругого взаимодействия, что находится в согласии с результатами работы ^{/14/}. В свете этих данных величина $\sigma_{exc} = 62 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$, полученная Фаулером и др. ^{/22/} для π^-He -взаимодействия при энергии 105 Мэв, представляется аномально большой и является, по-видимому, ошибочной.

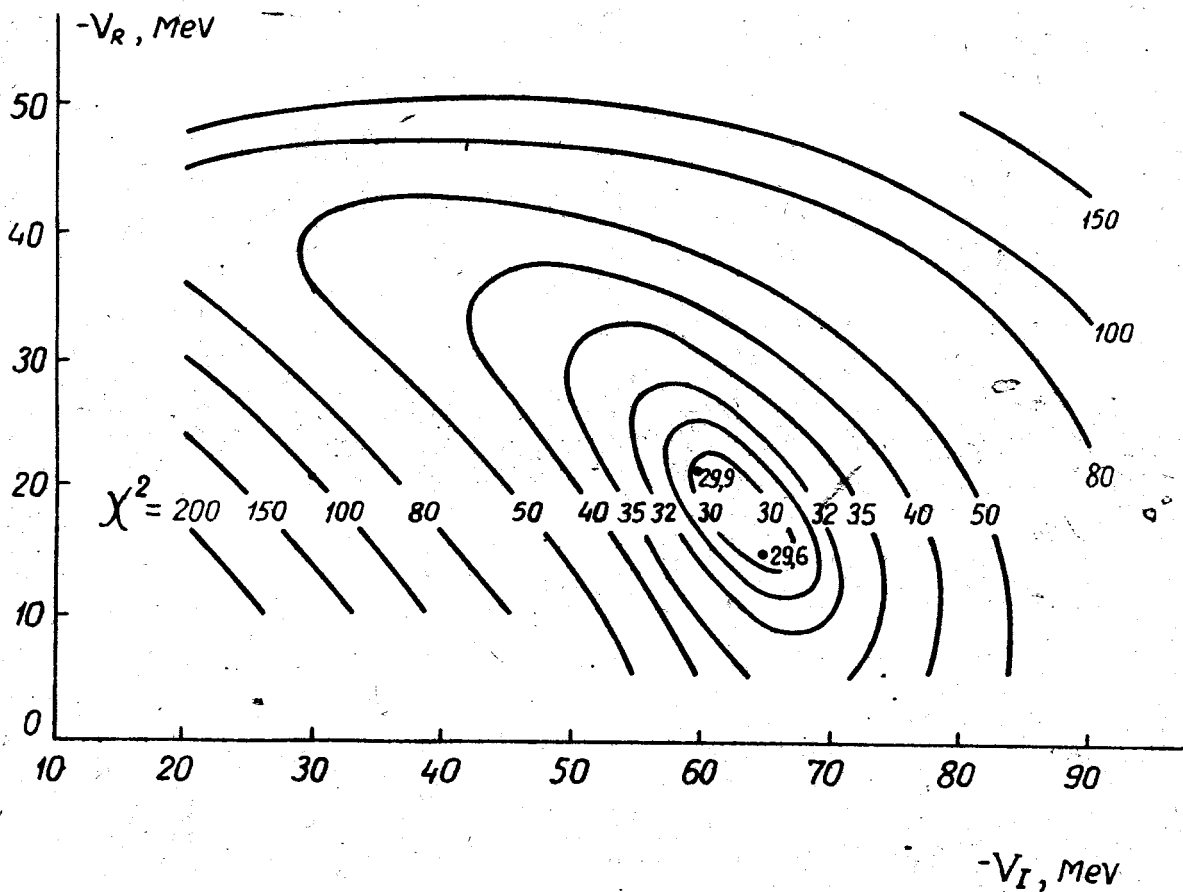
Пользуемся случаем выразить глубокую благодарность В.П. Джелепову, Р.М. Суляеву и Ю.А. Шербакову за ценные обсуждения, Н.С. Новиковой и Л.А. Смирновой за программирование и выполнение ряда расчетов на электронных счетных машинах БЭСМ и "Урал", Л.И. Краснослободцевой, Т.С. Сажневой и Ю.Л. Сайкиной за помощь в просмотре и обработке фотографий.

Л и т е р а т у р а

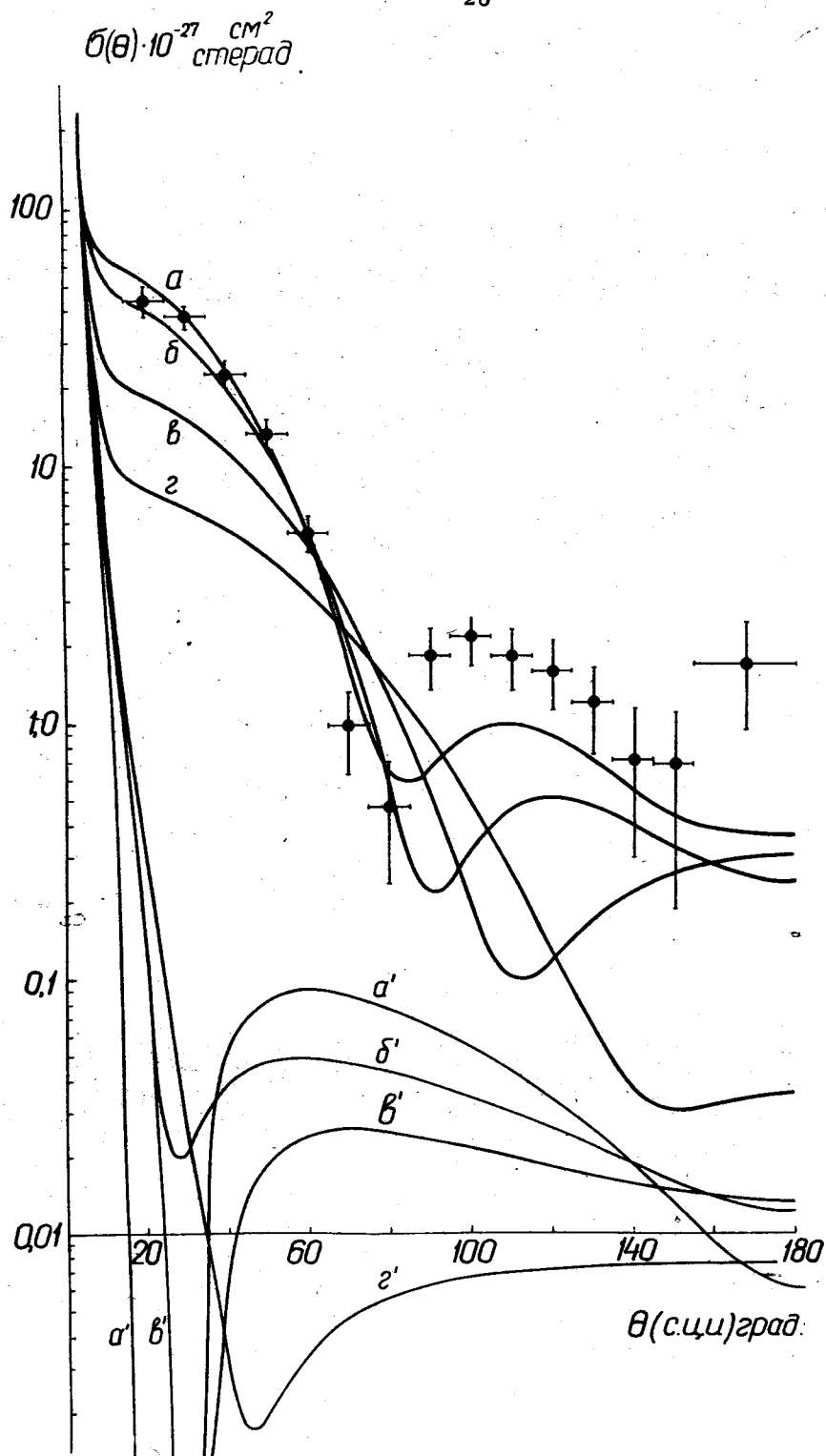
1. S.Fernbach, R.Serber, T.B.Taylor. Phys. Rev. 75, 1352 (1949).
2. R.Serber. Phys.Rev. 72, 1114 (1947); M.L.Goldberger. Phys. Rev. 74, 1269 (1948).
3. K.A.Brueckner, R.Serber, K.M.Watson. Phys. Rev. 84, 258 (1951).
4. R.M.Frank, J.L.Gammel, K.M.Watson. Phys. Rev. 101, 891 (1956).
5. R.M.Sternheimer. Phys. Rev. 101, 384 (1956).
6. G.Bernardini, E.T.Booth, L.Lederman, J.Tinlot. Phys.Rev. 82, 105 (1951); G.Bernardini, E.T.Booth, L.Lederman. Phys. Rev. 83, 1075 (1953), Phys.Rev. 83, 1277 (1953).
7. A.Minguzzi, G.Puppi, A.Ranzi. Nuovo Cim,11, 697 (1954); A.Minguzzi, Nuovo Cim. 12, 799 (1954).
8. Г.Е. Беловицкий. ЖЭТФ, 35, 838 /1958/.
9. Б.А. Никольский, Л.П. Кудрин, С.А. Али-Заде. ЖЭТФ, 32, 48 /1957/.
10. J.E.Allen, A.J.Apostolakis, Y.J.Lee, J.V.Major, E.Perez Ferreira. Phil.Mag. 4, 858 (1959).
11. H.Byfield, J.Kessler, L.M.Lederman. Phys. Rev. 86, 17 (1952); J.Kessler, L.M.Lederman. Phys.Rev. 94, 689 (1954).
12. A.M.Shapiro, Phys. Rev. 84, 1063 (1951).
13. В.П. Джелепов, В.Г. Иванов, М.С. Козодаев, В.Т. Осипенков, Н.И. Петров, В.А. Русаков. ЖЭТФ, 31, 823 /1956/;
В.Г. Иванов, В.Т. Осипенков, Н.И. Петров, В.А. Русаков. ЖЭТФ, 37, 863 /1959/.
14. Г.А. Блинов, М.Ф. Ломанов, Я.Я. Шаламов, В.А. Шебанов, В.А. Щеголев. ЖЭТФ, 35, 880 /1958/.
15. Ван Ган-чан, Ван Цу-цзен, Дин Да-цао, Л.Н. Дубровский, Е.Н. Кладницкая, М.И. Соловьев. ЖЭТФ, 35, 899 /1958/.
16. В.Г. Кириллов-Угрюмов, Л.П. Котенко, Е.П. Кузнецов, Ф.М. Сергеев, ЖЭТФ, 35, 1300 /1958/.
17. D.H.Stork. Phys. Rev. 93, 868 (1954).

18. P.Kane. Phys. Rev. 112, 1337 (1958).
19. A.Pevsner, J.Rainwater, R.E.Williams, S.J.Lindenbaum, Phys. Rev. 100, 1419 (1955); R.Williams, J.Rainwater, A.Pevsner. Phys. Rev. 101, 412 (1956); R.E.Williams, W.F.Baker, J.Rainwater. Phys. Rev. 104, 1695 (1956); W.F.Baker, J. Rainwater, R.E.Williams. Phys.Rev. 112, 1763 (1958); W.F.Baker, H.Byfield, J.Rainwater. Phys. Rev. 112, 1773 (1958); R.M.Edelstein, W.F.Baker, J.Rainwater. Phys.Rev. 112, 252 (1961).
20. L.S.Kisslinger. Phys.Rev. 98, 761 (1955).
21. T.A.Fujii. Phys. Rev. 113, 695 (1959).
22. E.C.Fowler, W.B.Fowler, R.P.Shutt, A.M.Thorndike, W.L.Whitemore. Phys. Rev. 91, 135 (1953).
23. М.С. Козодаев, Р.М. Суляев, А.И. Филиппов, Ю.А. Шербаков, ЖЭТФ, 31, 701 /1956/; ЖЭТФ, 33, 1047 /1957/; М.С. Козодаев, М.М. Кулюкин, Р.М. Суляев, А.И. Филиппов, Ю.А. Шербаков, ЖЭТФ, 38, 407 /1960/; ЖЭТФ, 39, 929 /1960/.
24. G.Brautti, L.Chersovani, C.Franzinetti, M.Sedmak-Furlan, R.Tosi-Torelli. Nuovo Cim. 19, 1270 (1961).
25. Ю.А. Будагов, С. Виктор, В.П. Джелепов, П.Ф. Ермолов, В.И. Москалев, ЖЭТФ, 38, 734 /1960/; Nucl. Phys. 22, 226 (1961).
26. Ю.А. Будагов, П.Ф. Ермолов, Е.А. Кушниренко, В.И. Москалев, ЖЭТФ, 40, 1615 /1961/.
27. Ю.А.Будагов, С. Виктор, В.П. Джелепов, П.Ф. Ермолов, В.И. Москалев, ЖЭТФ, 38, 1047 /1960/.
28. А.Е. Игнатенко, А.И. Мухин, Е.Б. Озеров, Б.М. Понтекорво, ДАН СССР, 103, 209 /1955/; ЖЭТФ, 31, 545 /1956/.
29. L.Infeld. Quart. Appl. Math. 5, 113 (1947); A.L.Aden, J.Appl. Phys. 22, 601 (1951).
30. Л.Шифф. Квантовая механика, М., ИЛ, 1957 г. § 20.
31. I.Bloch, M.H.Hull, A.A.Broyles, W.G.Bouricius, B.E.Freeman, G.Brett. Revs. Mod. Phys. 23, 147 (1951).
32. R.D.Woods, D.S.Saxon. Phys. Rev. 95, 577 (1954).
33. M.Goldberger, H.Miyazawa, R.Oehme. Phys. Rev. 99, 986 (1955).
34. J.Ashkin, J.B.Blaser, F.Feiner, M.O.Stem. Phys.Rev. 101, 1149 (1956).
35. K.M.Watson, C.Zemach. Nuovo Cim. 10, 453 (1958).
36. М.С. Козодаев, М.М. Кулюкин, Р.М. Суляев, А.И. Филиппов, Ю.А. Шербаков, ЖЭТФ, 38, 708 /1960/.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1961.

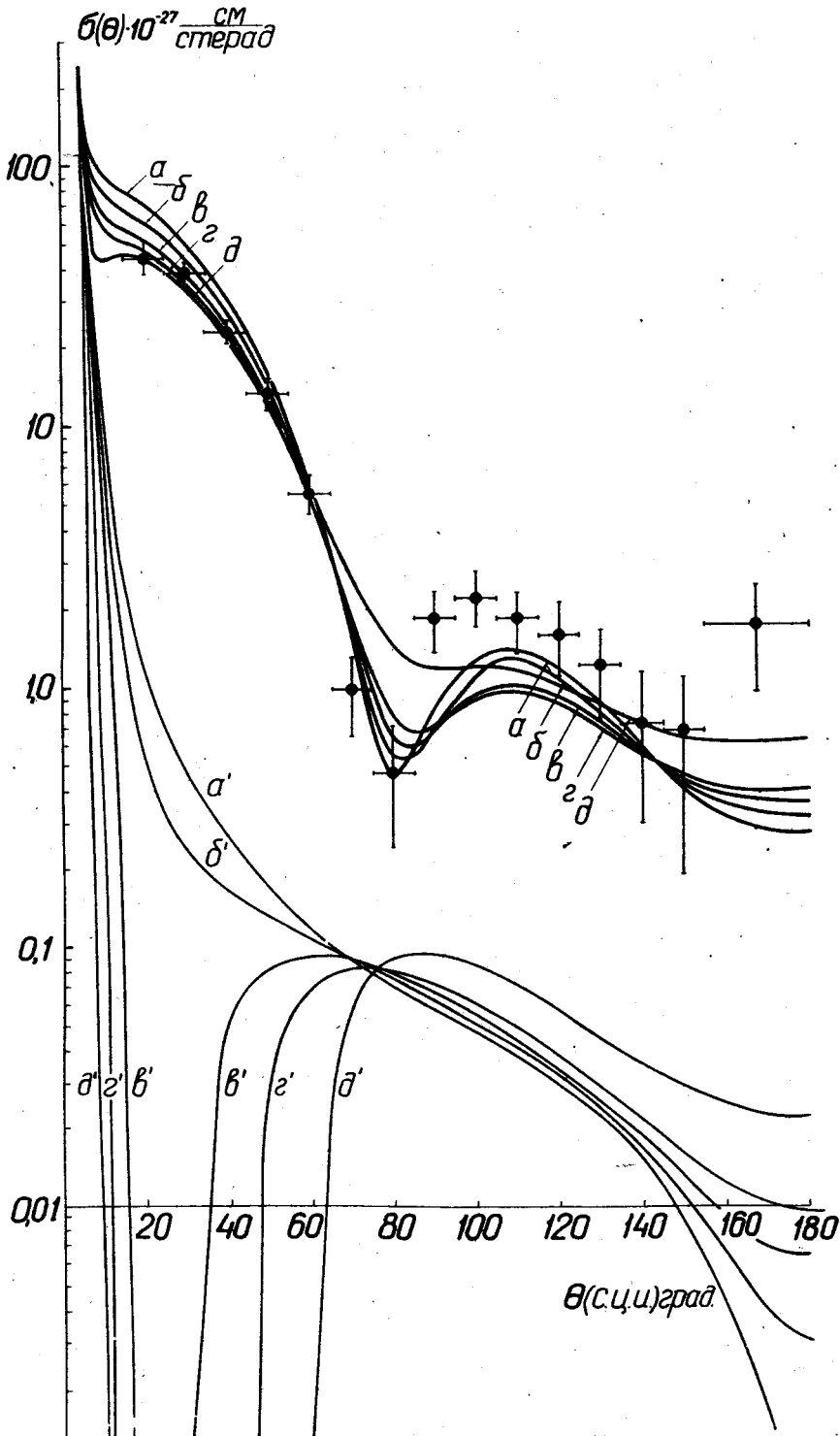


Р и с. 1. Распределение величины χ^2 в плоскости (V_R, V_I) для $r_0 = 1,5$.

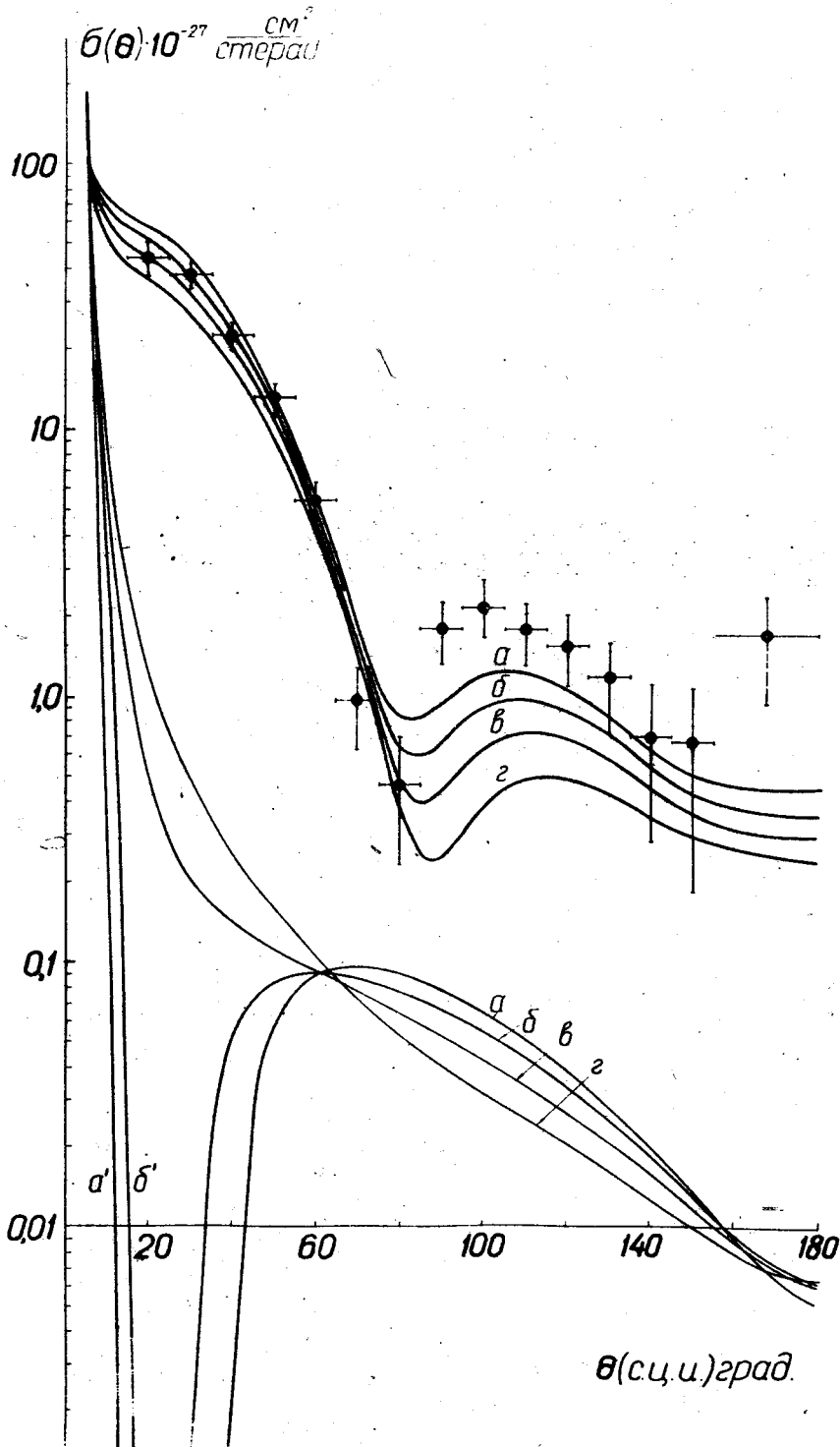


Р и с. 2.

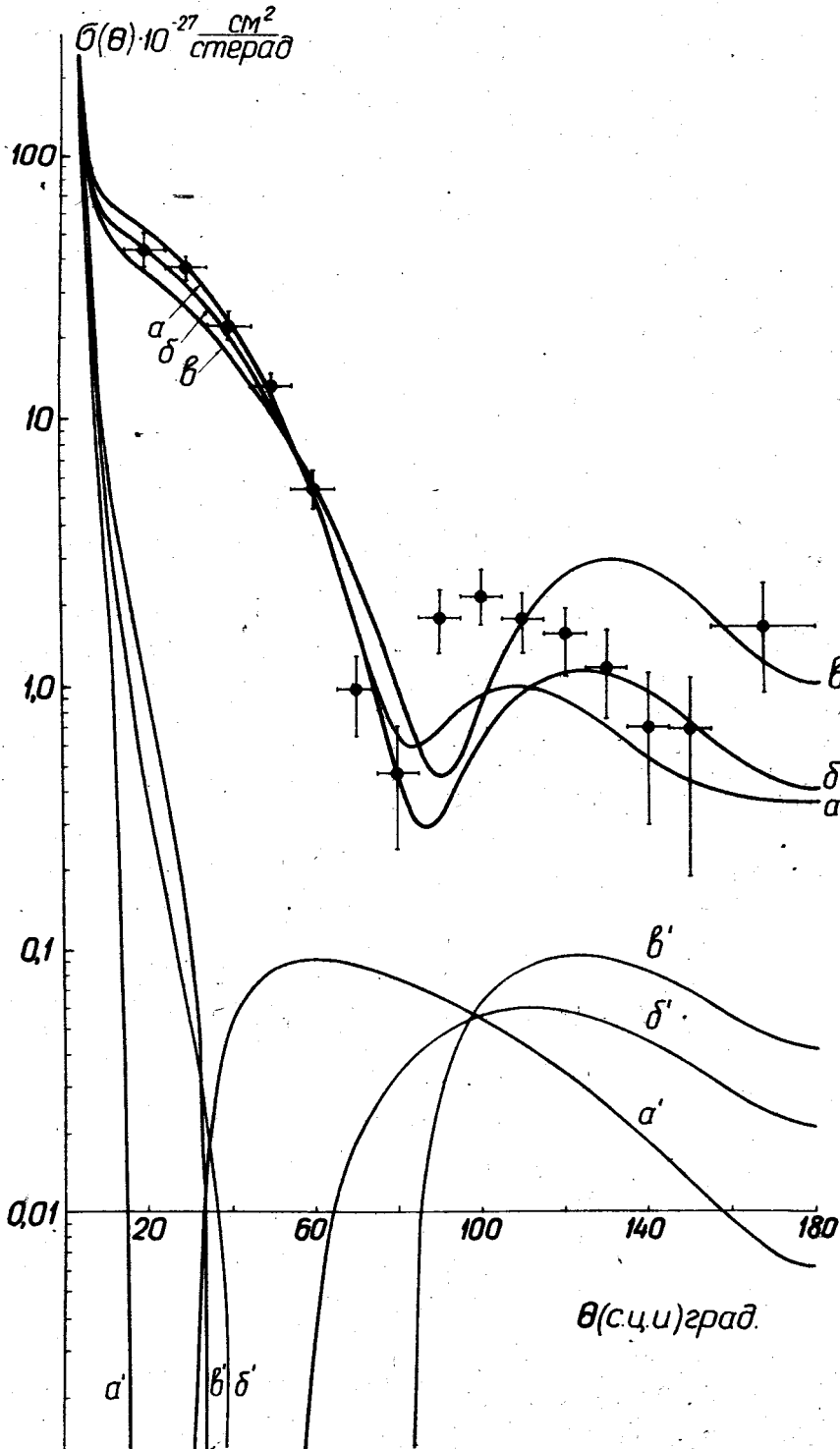
Изменение углового распределения упругого π -He-рассеяния $\sigma(\theta)$ /формула 26/ при вариации радиуса взаимодействия:
 а) $r_0 = 1,5$, б) $r_0 = 1,414$, в) $r_0 = 1,2$ и г) $r_0 = 1,0$
 / $V_R = -20$ Мэв, $V_I = -60$ Мэв/. Кривые a', b', γ' и z' -угловые зависимости сечения, обусловленного кулоновским взаимодействием. $\sigma^c(\theta)$ /формула 31/ при тех же значениях параметров r_0 , V_R и V_I



Р и с. 3. Изменение углового распределения упругого π -He-рассеяния при вариации действительной части потенциала: а) $V_R = -40$ Мэв, б) $V_R = -30$ Мэв, в) $V_R = -20$ Мэв, г) $V_R = -10$ Мэв и д) $V_R = +20$ Мэв / $r_0 = 1,5$, $V_I = -60$ Мэв. Кривые а', б', в', г' и д' - угловые зависимости $\sigma^c(\theta)$ при тех же значениях параметров.

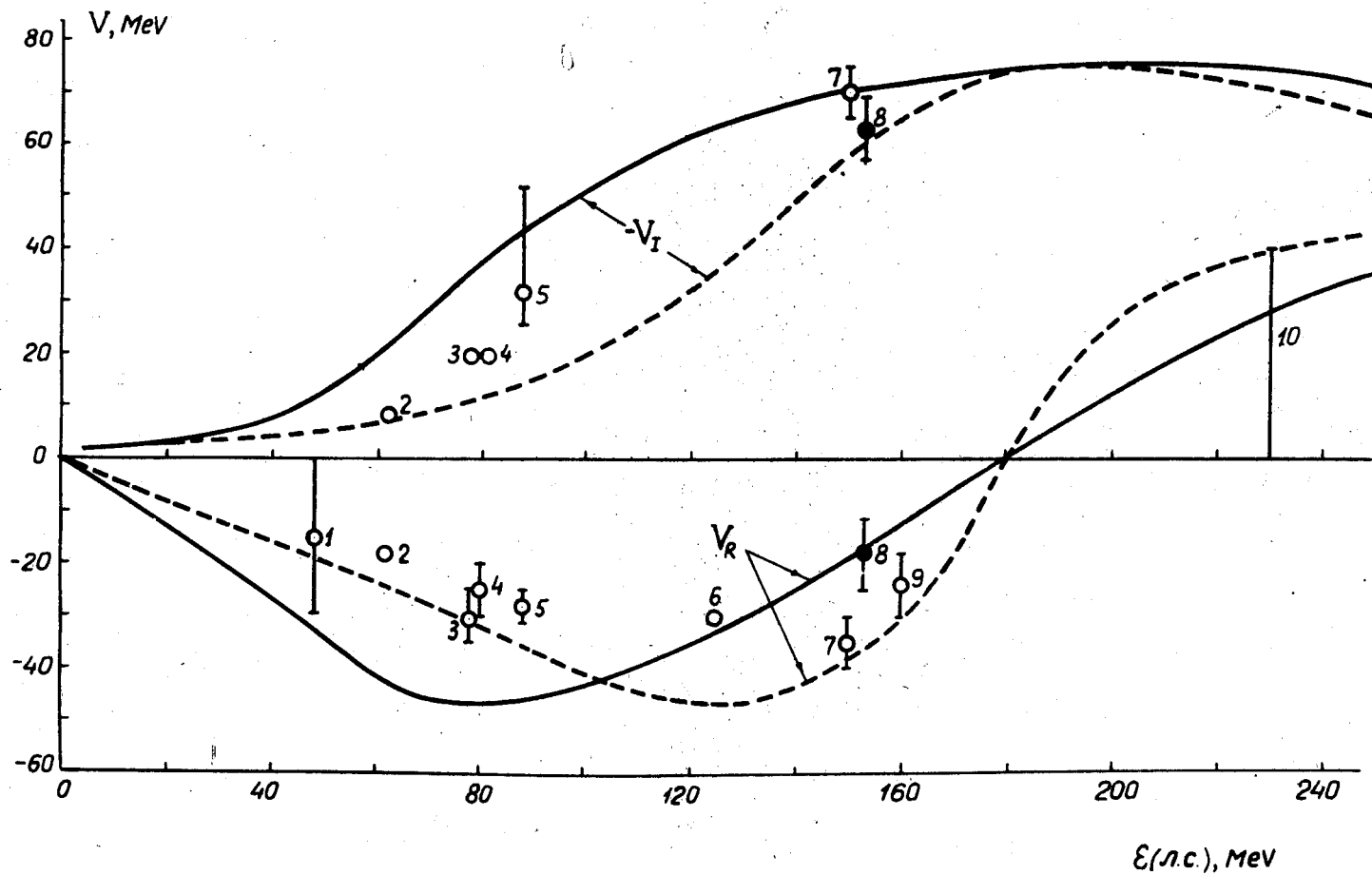


Р и с. 4. Изменение углового распределения упругого π -He-рассеяния при вариации мнимой части потенциала: а) $V_I = -70$ Мэв, б) $V_I = -60$ Мэв, в) $V_I = -50$ Мэв и г) $V_I = -40$ Мэв / $r_0 = 1,5$, $V_R = -20$ Мэв/. Кривые а', б', в' и г' - угловые зависимости $\sigma^c(\theta)$ при тех же значениях параметров.



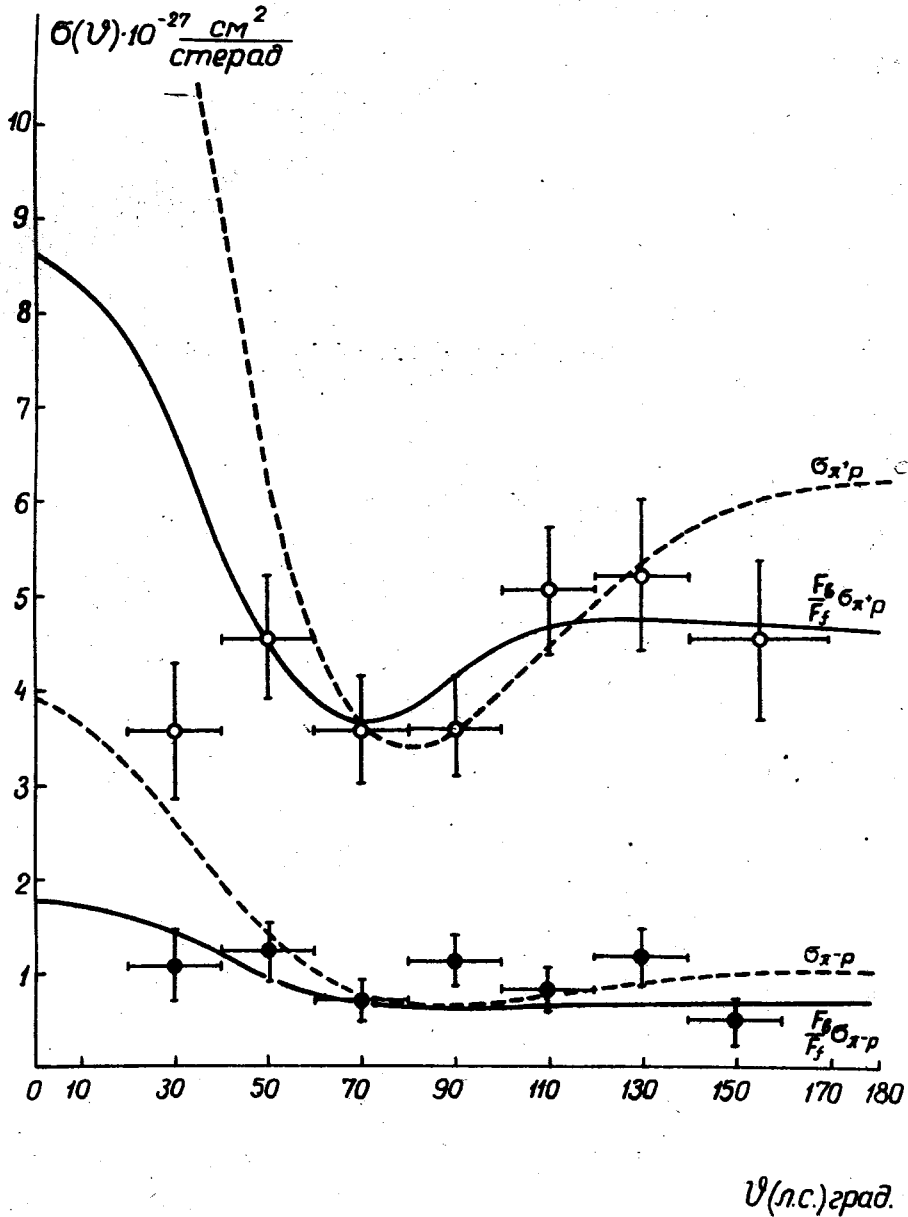
Р и с. 5.

Изменение углового распределения упругого π -He-рассеяния при вариации параметра w : а) $w = 1$, б) $w = 0,75$ и в) $w = 0,5$ / $r_0 = 1,5$, $V_R = -20$ Мэв, $V_1 = -80$ Мэв/. Кривые α' , β' и δ' -угловые зависимости $\sigma'(\theta)$ при тех же значениях параметров.

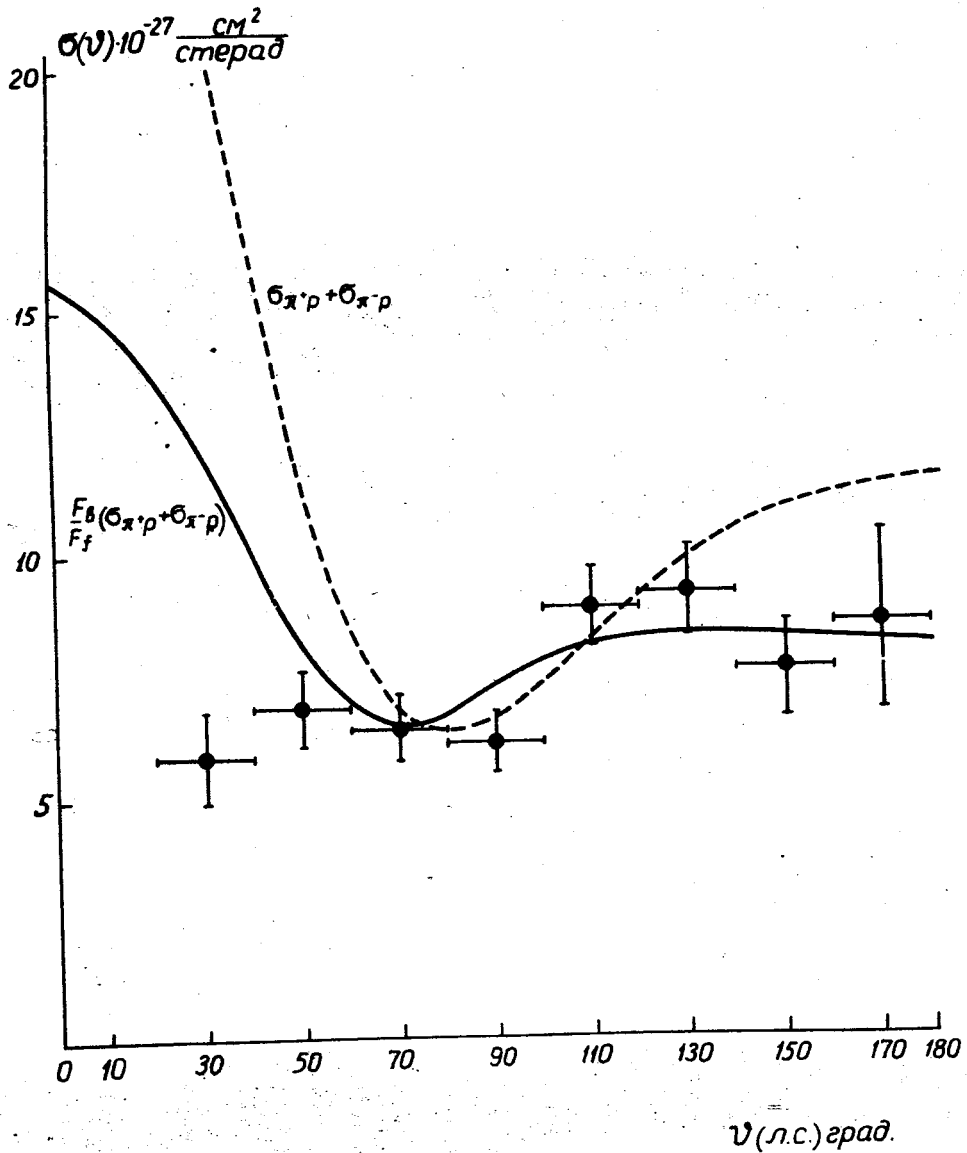


Р и с. 6.

Энергетические зависимости действительной и мнимой части оптического потенциала, рассчитанные ФГВ/4/ /штриховые кривые - функции от энергии π^+ -мезонов внутри ядра, сплошные - от кинетической энергии π^+ -мезонов в лаб. системе/. Экспериментальные точки - данные ряда работ /см. текст/.



Р и с. 7. Угловые распределения π^- -мезонов от реакции 2 / белые точки / и 3 / черные точки / в лаб. системе. Штриховые кривые - угловые распределения свободного π^+ -p π^- -р-рассеяния при энергии 170 Мэв / в произвольном масштабе /, сплошные кривые - те же распределения, умноженные на фактор Ватсона-Цемаха F_b / F_t / в произвольном масштабе /.



Р и с. 8.

Угловое распределение неупруго рассеянных π^- -мезонов /реакции 2-4/ в л.с. системе. Штриховая кривая - угловое распределение / $\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p}$ /, сплошная кривая $F_b/F_f (\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p})$ / в произвольных масштабах/.