841

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Б.М. Барбашов

Р-841

О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСАХ В РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ ЛОУ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Дубна 1961

Б.М. Барбашов

Р-841

О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСАХ В РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ ЛОУ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

А н н о т а ц и я

Изучается возможность динамических резонансов в решениях уравнений Лоу для некоторых перенормируемых и неперенормируемых моделей теории поля. Показано, что ограничение на константу связи, вытекающее из требования аналитичности амплитуды, запрещает появление динамических резонансов в перенормируемых случаях. Оказалось, что S -фаза в неперенормируемой модели скалярных заряженных мезонов ведет себя подобно $\mathcal{P}$ -фазе в модели Чу-Лоу.

Abstract

A possibility is investigated of dynamic resonances in the solutions of Low equations for some renormalized and non-renormalized models of the field theory. It is shown that the restriction on the coupling constant resulting from the requirement of the analiticity of the amplitude forbids the appearance of the dynamic resonances in the renormalizable cases. It turned out that the S-phase in the non-renormalized model of the scalar charged mesons behaves like the $\mathcal{P}$-phase in the Chew-Low model.

1. Введение

Уделяется много внимания вопросу возникновения (πN), $(\pi\pi)$, а также (πk) и (kY) резонансов в системах, содержащих барионы и тяжелые частицы. С одной стороны, предпринимаются попытки объяснить некоторые из этих резонансов существованием новых нестабильных частиц, участвующих во взаимодействии /1,2/, с другой стороны, хорошо известны работы по исследованию резонансных решений интегральных уравнений, полученных на основе аналитических свойств амплитуды рассеяния. Сюда прежде всего следует отнести работу Чу и Лоу по πN резонансу при малых энергиях, а также попытки Чу и Мандельстама найти $\mathcal{P}$ -резонансное решение интегральных уравнений для $\pi\pi$ -взаимодействия.

Резонансы, обусловленные первым механизмом, т.е. участием во взаимодействии нестабильных частиц, сейчас принято называть кинематическими резонансами в то время как вторые - динамическими. Попытки динамического объяснения резонансов имеют пока ограниченный успех, так как до настоящего времени не найдено точных решений интегральных уравнений. Как следует из точных решений уравнений Лоу для некоторых простых моделей теории поля /3,4/, эти решения содержат в себе возможность как динамического объяснения резонансов, так и кинематического, так как решения явно содержат вклад от нестабильных частиц, так называемую R - функцию. Таким образом, если бы мы располагали точными решениями в реальном случае, то имелась бы возможность исследовать как первый, так и второй механизм резонансов.

В настоящей работе исследуются решения уравнения Лоу для некоторых моделей теории поля в предположении, что вкладов от нестабильных частиц нет, т.е. рассматривается возможность существования динамических резонансов.

В статье показано, что решения, содержащие динамический резонанс, возможны только для неперенормируемых моделей теории поля, перенормируемые же модели решений с резонансом не содержат. Этот вывод согласуется с исследованиями Ширкова, Ефремова, Чжу[5] о резонансе в $\pi\pi$ -системе.

Резонанс имеет место в неперенормируемых моделях даже с S -фазой в рассеянии. Кривые, описывающие поведение S -фазы для скалярной заряженной модели с производной, качественно совпадают с кривыми, полученными Г. Зальцманом [11] для P -фазы в модели Чу-Лоу. Отсюда можно заключить, что для получения резонанса в решении уравнения Лоу для π-N системы главным является не присутствие P -волны в рассеянии, а неперенормируемость взаимодействия.

2. Перенормируемые модели теории поля

В работе Костильехо, Далица, Дайсона[3] было найдено решение уравнения Лоу для амплитуды рассеяния $h_a(\omega)$ скалярных заряженных мезонов на фиксированном нуклоне /где $a = 0$ для положительных мезонов, $a = 1$- для отрицательных/. Решение имеет вид[x]

$$h_a(\omega) = \frac{1}{(-)^a (g^2/2\pi)^{-1} - \frac{1-\sqrt{1-\omega^2}}{\omega} - (-)^a R((-)^a \omega)} . \qquad /1/$$

Здесь $h_a(\omega) = \omega/k \sin\delta_a \, \ell^{i\delta_a}$.

Функция $R(\omega)$, как было показано Дайсоном[4] и др.[6], учитывает вклады в амплитуду от нестабильных частиц. Если потребовать, чтобы решение /1/ при разложении по g^2 совпадало с теорией возмущения, то необходимо $R(\omega) = 0$.

Из условия, что амплитуда имеет в ненаблюдаемой области только однонуклонный полюс /см. подробнее[3,7]/ возникает ограничение на константу связи $g^2/2\pi < 1$. Это ограничение исключает возможность резонанса в решении /1/. Действительно:

[x] В статье принято $\hbar = c = \mu = 1$.

$$Re\ h_a(\omega) = (-)^a\ g^2/2\pi\ \frac{1-(-)^a g^2/2\pi\ 1/\omega}{(1-(-)^a g^2/2\pi\ 1/\omega)^2+(g^2/2\pi\ k/\omega)^2}\ . \qquad /2/$$

Если бы $g^2/2\pi$ не было ограничено, то при $g^2/2\pi>1$ имелся бы, с одной стороны, дополнительный "нефизический" полюс в ненаблюдаемой области $\omega_0 < 1$, а, с другой, $Re\ h_a(\omega_{рез}) = 0$ для $a = 0$, где $\omega_{рез} = g^2/2\pi > 1$. Этот вывод иллюстрируется рис. 1.

Подобное положение осуществляется и в другой точно решаемой перенормируемой модели. Скалярные мезоны взаимодействуют с фиксированным нуклоном, который может находиться в двух состояниях /протон,нейтрон/, различающихся по массе $m_p = m_n + \Delta$, причем, если в задаче рассматриваются только стабильные частицы, то необходимо положить $\Delta<1$. Уравнение Лоу и его решение для этой модели записывается так/7,3/:

$$h_N(\omega) = -\frac{\delta_N g^2}{2\ (2\pi)^3}\left[\frac{\omega}{\Delta-\omega}+\frac{\omega}{\Delta+\omega}\right]+4\pi\omega\int_1^\infty \frac{k'd\omega'}{\omega'^2}\ |h_N(\omega')|^2 \times$$

$$\times\left[\frac{1}{\omega'-\omega-i\epsilon}+\frac{1}{\omega'+\omega}\right] \qquad /3/$$

$$h_N(\omega) = \frac{\omega\Delta}{2\pi^2(\omega^2-\Delta^2)\{-\delta_N(g^2/4\pi)^{-1}+\frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}\ \frac{\sqrt{1-\omega^2}-\sqrt{1-\Delta^2}}{\sqrt{1-\omega^2}+\sqrt{1-\Delta^2}}\}},$$

где

$$\delta_N = \begin{cases} 1 & N = p \quad \text{/протон/} \\ -1 & N = n \quad \text{/нейтрон/}\ . \end{cases}$$

В решении также отброшена $R(\omega)$-функция, описывающая вклады от нестабильных частиц. В работе/7/ было показано, что должно быть

$$\frac{g^2}{4\pi} < \frac{\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta}\ . \qquad /4/$$

Если /4/ не выполняется, то амплитуда будет иметь в интервале $0 \leq \omega \leq 1$ дополнительный полюс.

Условие /4/ одновременно с нефизическим полюсом исключает в решении /3/ возможность резонанса, так как при условии /4/ всегда

$$Re\left(\frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}\cdot\frac{\sqrt{1-\omega^2}-\sqrt{1-\Delta^2}}{\sqrt{1-\omega^2}\ \sqrt{1-\Delta^2}}\right)<(g^2/4\pi)^{-1}$$

/см. рис. 2/.

Таким образом, во всех случаях перенормируемых взаимодействий, разобранных выше, резонанс исключался ограничением на константу связи, вытекающим из аналитических свойств амплитуды[x/].

3. Неперенормируемые модели

Неперенормируемые модели получаются из рассмотренных выше введением во взаимодействие производной по времени от мезонных операторов. Например, для заряженной теории вместо $g\sum_{i=1}^{2} r_i\int d\vec{x}\,\phi_i(\vec{x},t)\,\delta(\vec{x})$ рассматривается гамильтониан взаимодействия вида

$$f\sum_{i=1}^{2} r_i\int d\vec{x}\,\frac{\partial\phi_i(\vec{x},t)}{\partial t}\,\rho(\vec{x});\qquad \rho(\vec{x})=\sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{x}}\,v(\vec{k})$$

-форм-фактор нуклона. /Для дальнейших расчетов примем $v(k)=\frac{L^2}{L^2+k^2}$, L - импульс обрезания/. Из-за производной во взаимодействии уравнения Лоу для этих моделей будут содержать под интегралом по сравнению с перенормируемым случаем дополнительно множитель ω^2, при этом в отличие от /1/ $h(\omega)=\frac{\sin\delta_a\, e^{i\delta_a}}{k\,\omega\, v^2(k)}$.

В уравнениях Чу-Лоу[/13/] амплитуда P-волны связана с фазой так:

$$h_{a\beta}(\omega)=\frac{\omega\sin\delta_{a\beta}\; e^{i\delta_{a\beta}}}{k^3\, v^2(k)}.$$

Это приводит при малых k к следу-

[x/] Как показал Халфин[/12/], заданные аналитические свойства амплитуды приводят к ограничению на константу связи в том случае, когда в амплитуде ограничиваются конечным числом парциальных волн /во всех рассматриваемых здесь моделях имеется одна S или P волна/.

ющей зависимости фазы $\delta_{\alpha\beta}$ от импульса $ctg\ \delta_{\alpha\beta} \sim 1/k^3$ в то время как S -фаза в нашем случае для малых к имеет другое поведение $ctg\ \delta_\alpha \sim 1/k$.

Для заряженных мезонов теперь вместо /1/ имеем:

$$h_\alpha(\omega) = (-)^\alpha f^2/2\pi + \omega/\pi \int_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{|h_\alpha(\omega')|^2}{\omega' - \omega - i\epsilon} + \frac{|h_{1-\alpha}(\omega')|^2}{\omega' + \omega} \right] \qquad /5/$$

Решение без R -функции:

$$h_\alpha = \frac{1}{(-)^\alpha (f^2/2\pi)^{-1} - I(\omega)}, \qquad /6/$$

где

$$I(\omega) = \frac{L^5 \omega}{2(L+1)^2 (L + \sqrt{1-\omega^2})^2}.$$

Так же как и в первом примере /перенормируемая модель /1// из свойств амплитуды для $0 \leq \omega \leq 1$ получаем неравенство

$$f^2/2\pi < 2/L(1+1/L)^2. \qquad /7/$$

Однако в рассматриваемой неперенормируемой модели это ограничение на f^2 не исключает возможность существования резонанса в решении /6/.

На рис. 3 показано поведение функции $Re\, I(\omega)$. Из этого рисунка видно, что при условии /7/ в уравнении $Re\, h_\alpha^{-1}(\omega) = 0$ для $\alpha = 0$ /положительные мезоны/ имеется два корня

$1 < \omega_{1рез} \leqslant L/\sqrt{6}$ и $L/\sqrt{6} \leqslant \omega_{2рез} < \sqrt{L^2+1}$, т.е. существует два резонанса. Для достаточно больших $L\ (L \gg \sqrt{6})$ второй резонанс в точке $\omega_{2рез}$ будет лежать в области больших энергий, где применимость статического нуклона и одномезонного приближения нарушена. В то же время соответствующим выбором константы связи f^2 первый резонанс можно поместить в область малых энергий $1 < \omega_{1рез} < 2$

Из вида функции $Re\, l\,(\omega)$ на рис. 3 следует возможность резонанса и при $a = 1$ /отрицательные мезоны/. Однако, эти резонансы лежат при очень больших энергиях $\omega_{3\,\text{рез}} > \sqrt{L^2+1}$.

Интересным фактором является приведенное на рис. 4 качественное совпадение кривых $(-)^a f^2/2\pi\ Re\ h_a^{-1}(\omega) = (-)^a f^2/2\pi\ \ k\,\omega\, v^2(k)\, ctg\,\delta_a$ / $a = 0,1$ /, полученных из формулы /6/, и кривых $Re\ g_{aa}(\omega)$ / $a = 3,1$/ полученных Зальцманом [11] из решений уравнения Чу-Лоу для $\mathcal{P}$ -фаз в πN -рассеянии. /Расхождение для больших энергий объясняется различным выбором форм-факторов. В решении /6/ $v(k) = \dfrac{L^2}{L^2+k^2}$ и $L = 7$, у Зальцмана быстрее убывающий форм-фактор $v(k) = e^{-k/L}$, $L = 7$, поэтому кривые Зальцмана быстрее спадают с энергией, чем наши. В обоих случаях $f^2/2\pi = 0{,}08$/. Таким образом оказывается несущественным для характера решения уравнения Лоу присутствие S или $\mathcal{P}$ -волны в рассеянии. Определяющим для наличия резонансных решений является неперенормируемость взаимодействия /связь с производными/.

В качестве второго примера неперенормируемой модели рассмотрим скалярную симметричную теорию Кеммера с производной во взаимодействии $H_I = f\sum_{l=1}^{3} \tau_l \int \frac{\partial}{\partial t}\phi_l(\vec{x},t)\ \rho(\vec{x})\,d\vec{x}$. Хотя в этом случае не удается найти точного решения уравнения Лоу, так как здесь мы имеем систему уравнений для двух амплитуд $h_1(\omega)$ и $h_2(\omega)$ с полным изотоп- спином T = 1/2 и T = 3/2, однако, можно получить ограничение на константу связи f^2 и показать, что оно не исключает возможность резонанса в амплитуде $h_3(\omega)$.

Рассмотрим уравнение на $h_3(\omega)$

$$h_3(\omega) = f^2/2\pi + \omega/\pi \int_1^{\infty} d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{|h_3(\omega')|^2}{\omega' - \omega - i\epsilon} + \frac{1/3\,|h_3(\omega')|^2 + 2/3\,|h_1(\omega')|^2}{\omega' + \omega} \right]. \quad (8)$$

Из /8/ следует, что $h_3(z)$ является R -функцией, так как

$$Im\ h_3(z) = \lambda(z)\, Im\, z,$$

где

$$\lambda(z) = 1/\pi \int_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{|h_3(\omega')|^2}{|\omega' - z|^2} + \frac{1/3|h_3(\omega')|^2 + 2/3|h_1(\omega')|^2}{|\omega' + z|^2} \right].$$

Воспользовавшись теоремой Герглоца[3] для R -функции и учитывая свойства $h_3(z)$, определяемые уравнением /8/, представим обратную функцию $H_3(\omega) = -\frac{1}{h_3(\omega)}$ в следующем виде:

$$H_3(\omega) = R(\omega) - (f^2/2\pi)^{-1} + \omega/\pi \int_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega - \omega' - i\epsilon} + \frac{1 + 2\left|\frac{h_3 - h_1}{h_3 + 2h_1}\right|^2}{\omega' + \omega} \right], \quad /9/$$

Для соответствия с теорией возмущения положим $R(\omega) = 0$. Из того, что $h_3(\omega)$ не имеет полюсов в интервале $0 \le \omega \le 1$, $H_3(\omega)$ не обращается в нуль в этом интервале, а так как $H_3(0) = -(f^2/2\pi)^{-1}$, $d/d\omega\, H_3(\omega) > 0$ в интервале $0 \le \omega \le 1$, то отсюда следует, что $H_3(1) \le 0$. Это неравенство приводит к ограничению на константу связи

$$f^2/2\pi < \left\{ 1/\pi \int_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega' - 1} + \frac{1 + |x(\omega')|^2}{\omega' + 1} \right] \right\}^{-1}. \quad /10/$$

Если в /10/ под интегралом отбросить положительную величину $|x(\omega')|^2 = 2\left|\frac{h_3(\omega') - h_1(\omega')}{h_3(\omega') + 2h_1(\omega')}\right|^2$, то неравенство только усилится

$$f^2/2\pi < \left\{ 1/\pi \int_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega' - 1} + \frac{1}{\omega' + 1} \right] \right\}^{-1} = 2/L\,(1 + 1/L)^2. \quad /11/$$

Сравнивая /10/ и /11/ с /7/, видим, что в симметричной теории ограничение на f^2 более сильное, чем в заряженной теории.

Неравенство /10/ не исключает возможность резонанса в амплитуде $h_3(\omega)$.

$$Re\, h_3(\omega) = \frac{(f^2/2\pi)^{-1} - \omega/\pi \int\limits_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega'-\omega} + \frac{1+|x(\omega')|^2}{\omega'+\omega} \right]}{\left| (f^2/2\pi)^{-1} - \omega/\pi \int\limits_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega'-\omega-i\epsilon} + \frac{1+|x(\omega')|^2}{\omega'+\omega} \right] \right|^2} \qquad (12)$$

Равенство нулю числителя в /12/ для $\omega = \omega_{рез}$, где $1 < \omega_{рез} < L$ не противоречит /10/, так как

$$\frac{\omega_{рез}}{\pi} \int\limits_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega'-\omega_{рез}} + \frac{1+|x(\omega')|^2}{\omega'+\omega_{рез}} \right] > 1/\pi \int\limits_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega'-1} + \frac{1+|x(\omega')|^2}{\omega'+1} \right] \qquad /13/$$

Подобным же образом можно получить ограничение на f^2 и в модели Чу-Лоу /13/. Повторяя предыдущие рассуждения для амплитуды h_3 /состояние с $T = 3/2$ и $J = 3/2$/ получим, что

$$f^2/2\pi < \tfrac{3}{4} \left\{ 1/\pi \int\limits_1^\infty d\omega' k' v^2(k') \left[\frac{1}{\omega'-1} + \frac{1+|y(\omega')|^2}{\omega'+1} \right] \right\}^{-1} . \qquad /14/$$

Если теперь отбросить положительную величину

$$|y(\omega)|^2 = \frac{|h_2(\omega) - h_1(\omega)|^2 + \tfrac{1}{4}|h_3(\omega) - h_1(\omega)|^2 + \tfrac{1}{4}|h_3(\omega) - h_2(\omega)|^2}{|h_1(\omega) + h_2(\omega) + \tfrac{1}{4} h_3(\omega)|^2}$$

и принять $L = 7$, то оказывается, что $f^2/2\pi < 0{,}28$, что не противоречит принятому значению $f^2/2\pi = 0{,}08$.

Из рассмотренных выше примеров следует, что появление резонанса в решении уравнения Лоу связано с неперенормируемость взаимодействия. Однако в приводимом ниже примере неперенормируемой модели Бялыницкого-Бируля ограничение на константу связи исключает так же,как и в перенормируемых моделях /см. II /, возможность резонанса.

В этом случае вместо /3/ и /4/ имеем:

$$h_N(\omega) = -\frac{\delta_N f^2}{2(2\pi)^3}\left[\frac{\omega}{\Delta-\omega}+\frac{\omega}{\Delta+\omega}\right] + \qquad /15/$$

$$+4\pi\omega\int_1^\infty d\omega' k' v^2(k')|h_N(\omega')|^2\left[\frac{1}{\omega'-\omega-i\epsilon}+\frac{1}{\omega'+\omega}\right]$$

с решением

$$h_N(\omega) = \frac{\omega\Delta}{2\pi^2(\omega^2-\Delta^2)\{-\delta_N(f^2/4\pi)^{-1}-\frac{\Delta^3}{\sqrt{1-\Delta^2}}+\frac{L\,\omega^2\Delta(2L+\sqrt{1-\Delta^2})}{(\sqrt{1-\Delta^2}+\sqrt{1-\omega^2})(L+\sqrt{1-\omega^2})^2}\}} \qquad /16/$$

где константа связи ограничена неравенством, вытекающим из требования отсутствия у $h_N(\omega)$ нулей и полюсов вне действительной оси /см.приложение/

$$f^2/4\pi < \frac{\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta(1+L\sqrt{1-\Delta^2})}\,. \qquad /17/$$

На рис. 5 приведен график функции

$$I(\omega^2) = Re\,\frac{L\,\omega^2\Delta\,(2L+\sqrt{1-\Delta^2})}{(\sqrt{1-\Delta^2}+\sqrt{1-\omega^2})(L+\sqrt{1-\omega^2})^2}$$

из него видно, что для исключения дополнительного полюса в интервале $0\le\omega\le 1$ достаточно было бы потребовать, чтобы прямая $\psi(\omega^2)=(f^2/4\pi)^{-1}+\frac{\Delta^3}{\sqrt{1-\Delta^2}}$ не пересекалась с кривой $I(\omega^2)$ в этом интервале. Отсюда имеем ограничение на константу f^2 при $L\gg 1$

$$(f^2/4\pi)^{-1}+\frac{\Delta^3}{\sqrt{1-\Delta^2}} > \frac{2\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}} \qquad /18/$$

или

$$(f^2/4\pi) < \frac{\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta(2-\Delta^2)} . \qquad /19/$$

Но неравенство /19/ явно слабее, чем /17/, так как $L \gg \sqrt{1-\Delta^2}$. Выполнение более сильного неравенства /17/ необходимо не только для того, чтобы не было дополнительного полюса в интервале $0 \le \omega \le 1$, но и для исключения полюса $h_N(\omega)$ на мнимой оси, который возможен, т.к. функция, стоящая в фигурных скобках в /16/, зависит от ω^2 и поэтому при переходе к мнимым ω остается действительной, и, если не выполняется (17), имеет нуль на мнимой оси ω.

Перейдем к рассмотрению возможности резонанса в решении /16/. Резонанс был бы возможен при неравенстве /19/, которое исключает пересечение прямой $\psi_N(\omega^2) = \delta_N (f^2/4\pi)^{-1} + \frac{\Delta^3}{\sqrt{1-\Delta^2}}$ с кривой $I(\omega^2)$ для $N = p,\ \delta_p = 1$, но оставляет возможным пересечение для $N = n,\ \delta_n = -1$, т.е. резонанс для рассеяния на нейтроне. Однако неравенство /17/ исключает и эту возможность. Таким образом, из-за ограничения константы связи /17/ резонансных решений в этом случае, так же как и в случае перенормируемой модели, нет.

3. Заключение

Из рассмотренных примеров следует, что в случае неперенормируемых взаимодействий для определенных значений f^2 и параметра обрезания L возможен резонанс. Возможность резонанса в неперенормируемой скалярной заряженной и симметричной теориях, рассмотренных в разделе II, интересна тем, что в этих моделях существует только S -фаза в амплитуде рассеяния и поэтому объяснить резонанс как эффект центробежного барьера нельзя.

Отметим еще, что недавно высказанное Чу /9/ предположение о том, что константа связи должна быть максимально допустимой аналитическими свойствами амплитуды, это предположение приводит к тому, что в тех моделях, где существует резонансное решение, резонанс будет находиться в $\omega_{рез} = 1$, что является бессмысленным.

В заключение автор выражает благодарность проф. Д.И. Блохинцеву и А.А. Логунову за полезные обсуждения затронутых здесь вопросов, а также Г.В. Ефимову за существенную помощь в работе.

Приложение

Неравенство /1 / может быть легко получено методом, впервые предложенным Грибовым, Ансельмом, Дятловым и др.[/10/].

Рассмотрим функцию $H_N(\omega) = -\frac{1}{h_N(\omega)}$. Свойства функции $H_N(\omega)$, вытекающие из уравнения /16/, дают возможность написать, пользуясь теоремой Гергольца[/3/], общее выражение для нее /см. подробнее[/7/]/

$$H_N(\omega) = A\omega - \frac{C}{\omega} + 4\pi\omega \int_1^{\infty} dz\, k_z\, v^2(k_z) \left[\frac{1}{z-\omega} + \frac{1}{z+\omega}\right], \qquad /a/$$

где $A > 0$, $C < 0$. Интеграл равен $\pi/2 \frac{L^3}{(\sqrt{1-\omega^2}+L)^2}$ в предположении, что $v^2(k_z) = \frac{L^2}{L^2 + K_z^2}$. Константы A и C определяются из условия

$$H_N(\pm\Delta) = 0 \qquad \frac{d}{d\omega} H_N(\omega)\Big/_{\omega=\pm\Delta} = \delta_N \left(\frac{g^2}{2(2\pi)^3}\right)^{-1}.$$

Используя первое условие, определим C

$$C = A\,\Delta^2 + \frac{2\pi^2 L^3}{(L + \sqrt{1-\Delta^2})^2}. \qquad /б/$$

Из второго условия с учетом /б/ имеем:

$$\delta_N \left(\frac{g^2}{2(2\pi)^3}\right)^{-1} = 2A\Delta + 4\pi^2 \frac{L^3\,\Delta\,(1 + L\sqrt{1-\Delta^2})}{\sqrt{1-\Delta^2}\,(L + \sqrt{1-\Delta^2})^3}.$$

Отсюда получаем ограничение на g^2 , если заметим, что

$$2A\,\Delta > 0\,,$$

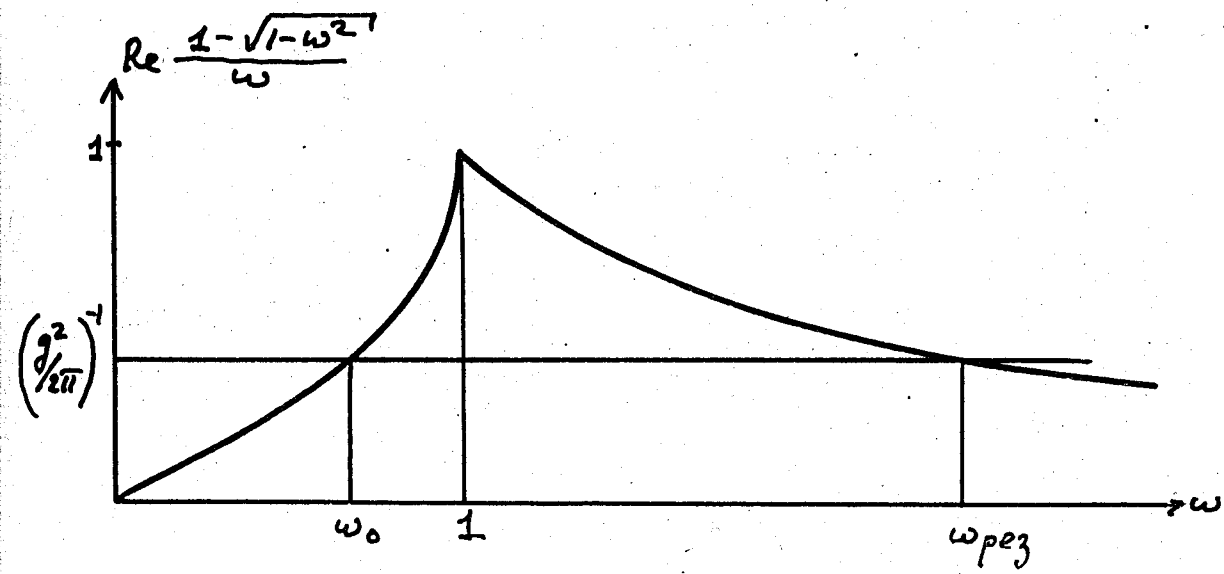
$$\delta_N \left(\frac{g^2}{2(2\pi)^3} \right)^{-1} > 4\pi^2 \frac{L^3\Delta \; (1+L\sqrt{1-\Delta^2}\,)}{\sqrt{1-\Delta^2}\;(L+\sqrt{1-\Delta^2}\,)^2} \,. \qquad /в/$$

Предполагая $L >> 1$, получаем неравенство /17/

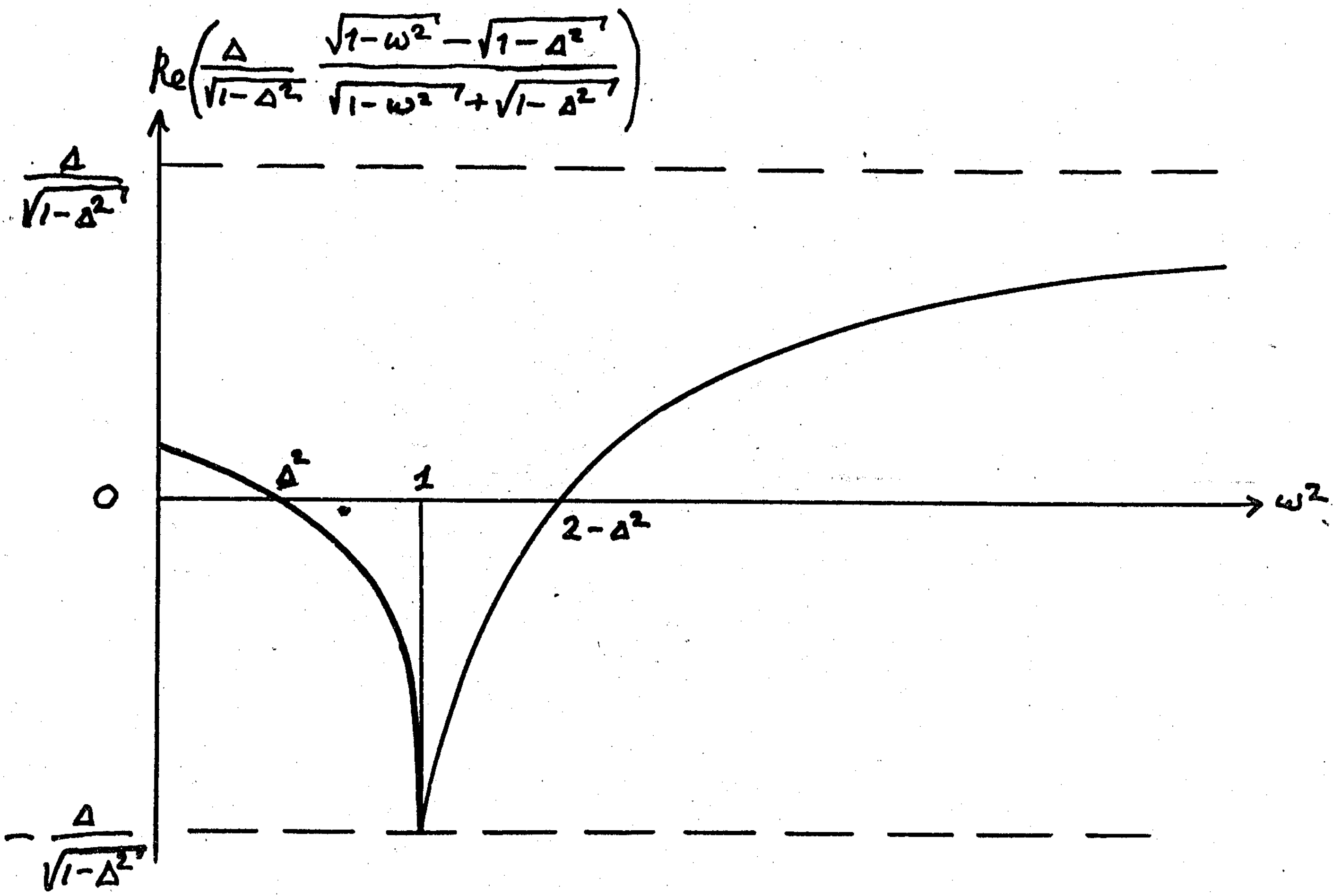
$$\frac{g^2}{4\pi} < \frac{\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta} \; \frac{1}{(1+L\sqrt{1-\Delta^2}\,)} \,. \qquad /г/$$

Литература

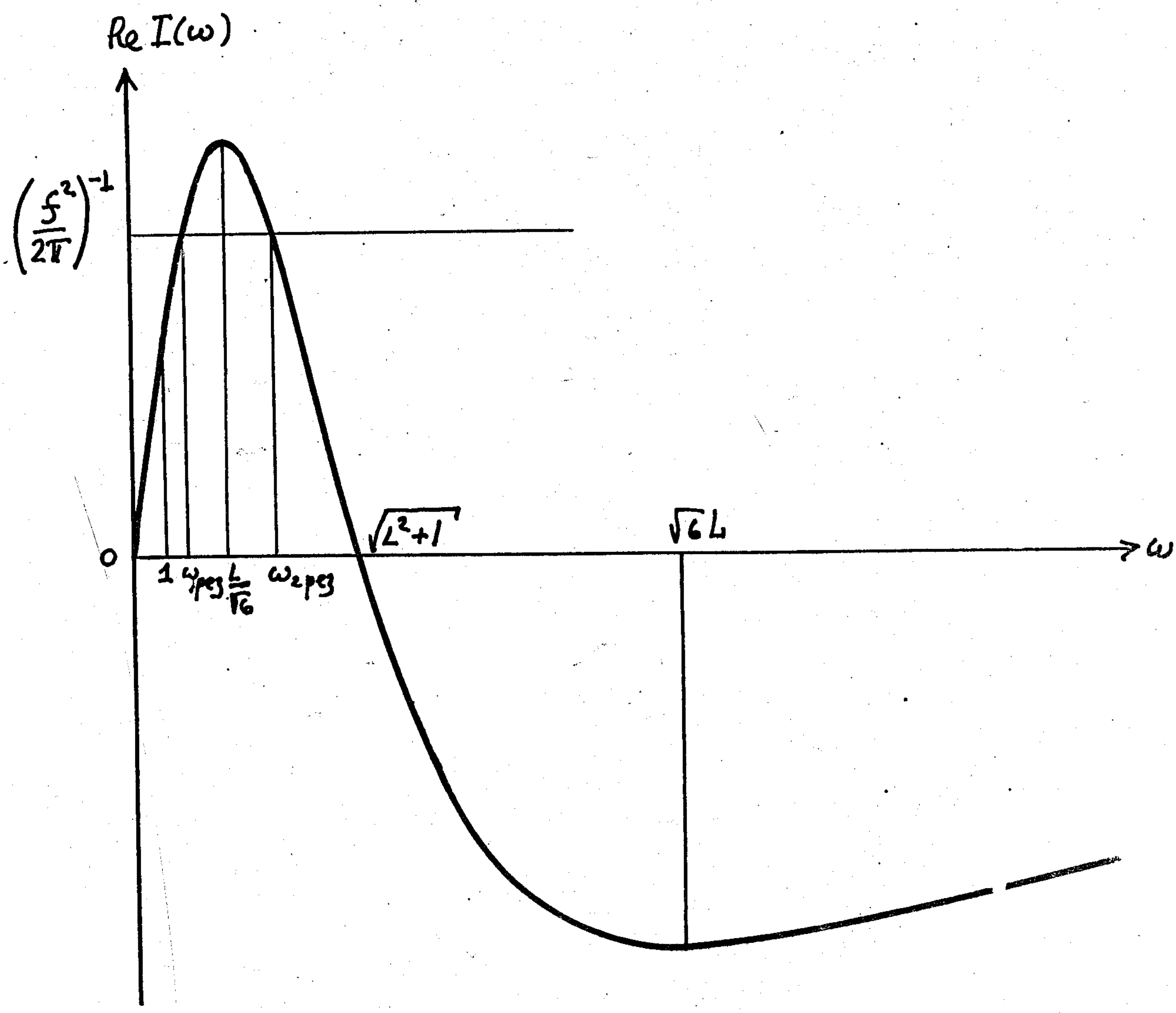
1. M.Gell-Mann, F.Zachariasen. Preprint CTSL – 26 (1961).
2. F.Zachariasen. preprint "A Self- Constant Calculation of the Mass and Width"
3. L.Castillejo, R.Dalitz, F.Dyson Phys.Rev. 101, 453 (1956).
4. F.Dyson. Phys. Rev. 106, 157 (1957).
5. Д. Ширков, А. Ефремов, Чжу Хун-юань. Препринт ОИЯИ Д-697 /1961/.
6. Klein. Phys.Rev. 109, 992 (1958).
7. Б. Барбашов, Г. Ефимов, препринт ОИЯИ Р-762 /1961/.
8. Б. Барбашов, Г. Ефимов. ЖЭТФ 40, 848 /1961/.
9. G.Chew. Preprint UCRL – 9701 (1961).
10. А.А. Ансельм, В.Н. Грибов и др., ЖЭТФ /в печати/.
11. G.Salzman, F.Salzman. Phys.Rev. 108, 1619 (1957).
12. Халфин, ЖЭТФ /в печати/.
13. G.Chew, F.Low. Phys.Rev. 101, 1571 (1956).



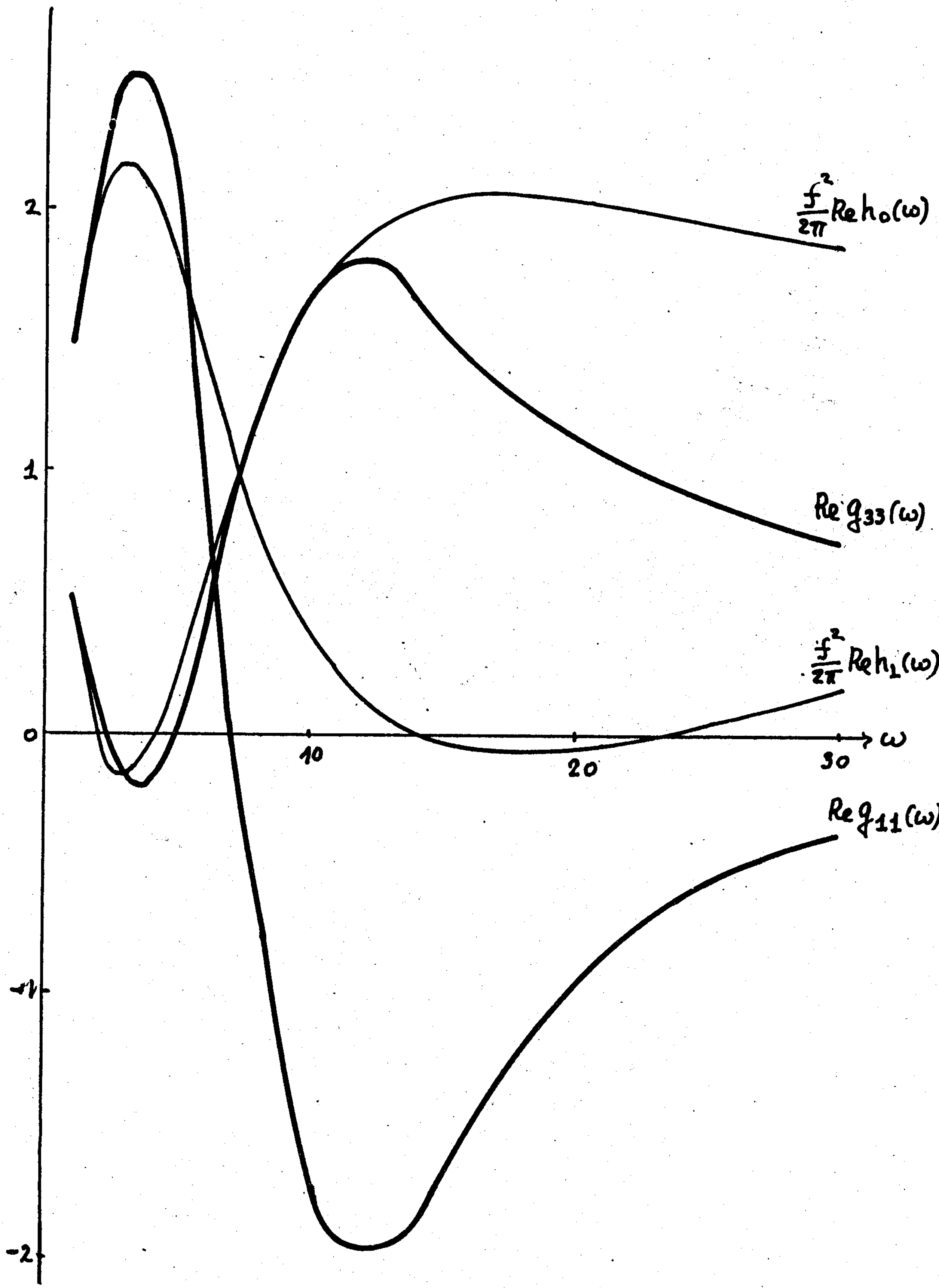
Р и с. 1. Из рисунка видно, что прямая $\phi(\omega) = (g^2/2\pi)^{-1}$ пересекает кривую $\mathrm{Re}\,\frac{1-\sqrt{1-\omega^2}}{\omega}$ всегда в двух точках: в $\omega_0 < 1$ и в $\omega_{рез} > 1$. Поэтому резонанс в $\omega_{рез}$ всегда связан с присутствием нефизического полюса в ω_0.



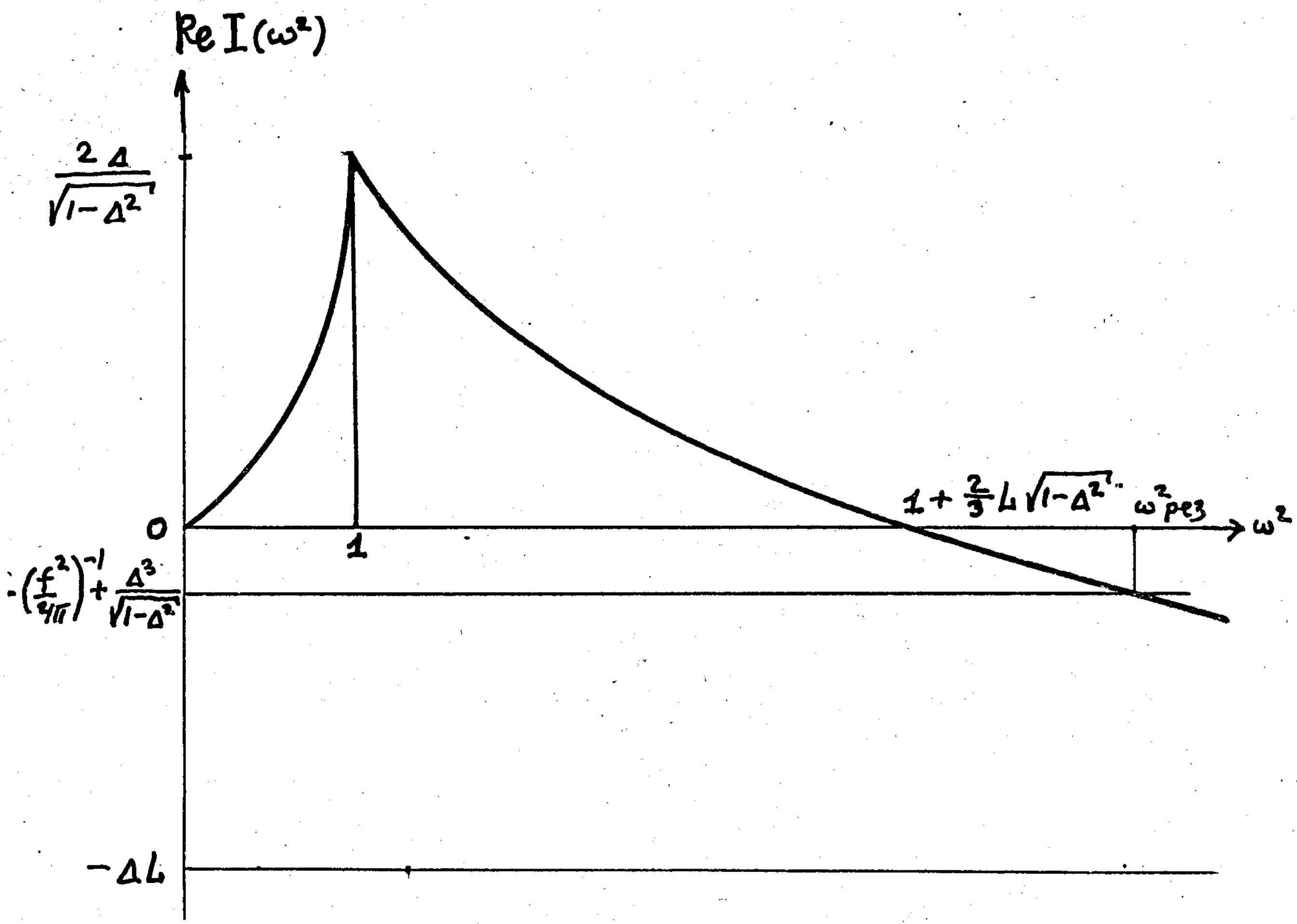
Р и с. 2. При условии $g^2/4\pi < \frac{\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta}$ прямая $\psi(\omega)=(g^2/4\pi)^{-1}$ нигде не пересекает кривой $Re\,\frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}(\sqrt{1-\omega^2}-\sqrt{1-\Delta^2})(\sqrt{1-\omega^2}+\sqrt{1-\Delta^2})^{-1}$, тем самым не выполняется условие резонанса.



Р и с. 3. Показано поведение функции $Re\, I(\omega)$. Видно, что прямая $\psi_a(\omega) = (-1)^a (f^2/2\pi)^{-1}$ может пересекать кривую $Re\, I(\omega)$ как для $a = 0$ в точках $\omega_{1\,рез} > 1$ и $\omega_{2\,рез.} > L/\sqrt{6}$, так и для $a = 1$ в точке $\omega_{3\,рез} > \sqrt{L^2+1}$.



Р и с. 4. Жирной линией проведены кривые Зальцмана для $Re\, g_{11}(\omega)$ и $Re\, g_{33}(\omega)$, с ними качественно совпадают кривые $-f^2/2\pi\, Re\, h_0(\omega)$ и $f^2/2\pi\, Re\, h_1(\omega)$ для скалярной заряженной теории.



Р и с. 5. Из неравенства /17/ следует, что прямая

$$\psi_N(\omega) = -\delta_N (g^2/2\pi)^{-1} - \frac{\Delta^3}{\sqrt{1-\Delta^2}}$$

нигде не пересекает кривой

$$\mathrm{Re}\,\frac{L\,\omega^3\Delta\,(2L+\sqrt{1-\Delta^2}\,)}{(\sqrt{1-\Delta^2}+\sqrt{1-\omega^2}\,)(L+\sqrt{1-\omega^2}\,)^2}\,.$$

Работа поступила в издательский отдел
28 ноября 1961 г.