



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

В.С. Барашенков, Г.Ю. Кайзер

P-771

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ
ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ НУКЛОНОВ
И П-МЕЗОНОВ

Fortschr. Phys., 1962, Bd. 10, №2, с 33-64.

В.С.Барашенков, Г.Ю.Кайзер^{х)}

P-771

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ
ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ НУКЛОНОВ
И П-МЕЗОНОВ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

^{х)} Постоянный адрес: Институт теоретической физики при Высшем
Техническом училище в Дрездене, ГДР.

1193/5 Jr.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
<u>I.</u> В в е д е н и е	5
<u>II.</u> Определение электрической и магнитной поляризуемости нуклона из опытов с γ -квантами	6
§ 2.1. Сечение упругого рассеяния γ -квантов на нуклоне	6
§ 2.2. Поляризуемость протона	10
§ 2.3. Поляризуемость нейтрона	16
<u>III.</u> Определение электрической поляризуемости нейтрона из опытов с рассеянием медленных нейтронов	19
§ 3.1. Сечение упругого рассеяния нейтронов на малые углы	20
§ 3.2. Экспериментальные результаты и их интерпретация	21
<u>IV.</u> Теоретические расчеты электрической и магнитной поляризуемости нуклона	27
§ 4.1. Некоторые оценки	28
§ 4.2. Теория с фиксированным нуклоном	30
§ 4.3. Электрическая поляризуемость в теории с фиксированным нуклоном	33
§ 4.4. Магнитная поляризуемость в теории с фиксированным нуклоном	40
§ 4.5. Учет отдачи и π - π взаимодействия	43
§ 4.6. Поляризуемость облака К-мезонов в нуклоне	45
<u>V.</u> Электрическая и магнитная поляризуемость π -мезона	46
<u>VI.</u> Л и т е р а т у р а	52

І. В в е д е н и е

Из опытов с рассеянием быстрых частиц в настоящее время хорошо известно, что нуклон представляет собой сложную систему, в которой электрический заряд и магнитный момент распределены в пространственной области с радиусом $z \sim 10^{-13}$ см. Под действием электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{B} такая система может деформироваться и приобрести электрический и магнитный дипольные моменты

$$\vec{d}_e = \alpha \vec{E}$$

и

$$\vec{d}_m = \beta \vec{B}.$$

Коэффициенты α и β принято называть электрической и магнитной поляризуемостью нуклонов ¹.

В общем случае взаимодействие любой протяженной системы с электромагнитным полем характеризуется ее электрическим зарядом, электрическим дипольным моментом, магнитным дипольным моментом и т.д. Индуцированные дипольные моменты \vec{d}_e и \vec{d}_m порождают дополнительное взаимодействие. Это взаимодействие будет приводить, в частности, к изменению сечения комптоновского рассеяния на протонах ^{2,3}. Другим интересным эффектом, вызванным поляризацией, является дополнительное рассеяние на очень малые углы медленных нейтронов, взаимодействующих с тяжелыми ядрами. Если величина α достаточно велика, такое рассеяние может быть измерено на опыте ^{4,5}.

В принципе нуклон и при $\vec{E} = 0$ может иметь отличный от нуля электрический дипольный момент \vec{d}_e^0 . Однако экспериментальные исследования показали ⁶, что если такой врожденный дипольный момент и существует, то он очень мал и по величине не превосходит $e \cdot 3 \cdot 10^{-18}$ см (здесь и везде далее $e^2/\hbar c = 1/137$). Наличие у нуклона момента $\vec{d}_e^0 \neq 0$ имело бы очень важные физические следствия; в частности, в этом случае нарушалась бы инвариантность по отношению к отражению времени.

Исследованию электрической и магнитной поляризуемостей нуклонов посвящен целый ряд экспериментальных и теоретических работ (см. литературу). Далее будут подробно рассмотрены результаты, полученные в этих работах.

В настоящее время накопилось уже много теоретических и экспериментальных данных, указывающих, что π -мезон также является протяженной частицей

с очень сложной структурой. При этом геометрические размеры π -мезона, по-видимому, того же порядка, что и у нуклона ^{7,10}. Поэтому можно ожидать, что π -мезон так же, как и нуклон будет поляризоваться под действием электрического магнитного поля. В разделе II мы подробно остановимся на этом вопросе.

II. Определение электрической и магнитной поляризуемости нуклона из опытов с γ -квантами

Так как поляризуемость мезонного облака в нуклоне приводит к дополнительному взаимодействию с полем падающих γ -квантов, то, сравнивая с опытом теоретическое сечение упругого рассеяния γ -квантов на нуклонах, можно определить величину поляризуемостей α и β .

Следует отметить, что экспериментальное исследование упругого рассеяния γ -квантов на протонах и нейтронах представляет большие трудности. Это обусловлено тем, что сечение такого рассеяния очень мало и не превосходит нескольких единиц $10^{-32} \frac{\text{см}^2}{\text{стер}}$. Все экспериментальные результаты получены здесь в течение лишь последних пяти-шести лет.

§ 2.1. Сечение упругого рассеяния γ -квантов на протоне

Выражение для сечения упругого рассеяния мягких γ -квантов на протяженном протоне с учетом электрической и магнитной поляризуемостей можно получить с помощью простых классических рассуждений. Для этого заметим прежде всего, что рассеяние на точечной спинорной частице с полным магнитным моментом $(1 + \alpha) e\hbar/2mc$ и массой M определяется хорошо известным выражением ^{11,12}:

$$\frac{d\sigma_0(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{M} \right)^2 \left\{ \left[(1 + \cos^2\theta)(1-2)(1-\cos\theta) + \gamma^2(1-\cos\theta)^2(4+3\cos^2\theta) \right] + \gamma^2 F(\theta) \right\} + O(\gamma^3), \quad (1)$$

где

$$F(\theta) = \alpha \left\{ 2 + \frac{9}{2} \alpha + 3\alpha^2 + \frac{3}{4} \alpha^3 - \right. \\ \left. - (4 + 5\alpha + 2\alpha^2) \cos\theta + \right. \\ \left. + (2 + \frac{1}{2} \alpha - \alpha^2 - \frac{1}{4} \alpha^3) \cos^2\theta \right\}$$

(для протона $\alpha = 1,793$ и $F(\theta) = 42,88 - 34,63 \cos \theta - 3,12 \cos^2 \theta$);
 θ - угол рассеяния; $\nu = K/M$; K - энергия γ -кванта. Здесь и везде далее мы будем пользоваться системой единиц, где $\hbar = c = \mu = 1$
 (μ - масса π -мезона). В формуле (1) отброшены все члены, содержащие степени ν , выше чем вторая. При $\alpha = 0$ получим хорошо известную формулу Клейна-Нишины.

В качестве первой поправки к формуле (1) мы учтем распределения электрического заряда и магнитного момента в протоне. Рассеяние γ -квантов на такой протяженной частице определяется интерференцией волн, рассеянных её отдельными частями. Если пренебречь членами с зависимостью от K более сильной чем квадратичная, то при вычислении интерференционного эффекта мы можем рассматривать протон, как твердое тело. Учтем также, что все члены в формуле (1), зависящие от α , пропорциональны K^2 ; при интерференции они дадут вклад $\sim K^4$, которым в нашем приближении можно пренебречь. Суммарную амплитуду рассеянной волны можно, таким образом, записать в виде:

$$A(\theta) = \frac{E_{ef}}{E_0} \int \frac{\rho(\vec{z})}{e} e^{i\vec{k}\vec{z}} d^3z \cdot A_0(\theta),$$

где $A_0(\theta)$ - амплитуда рассеяния на точечной частице, $\rho(\vec{z})$ - плотность электрического заряда в протоне, а $E_{ef} = \int \frac{\rho(\vec{z})}{e} E_0 e^{i\vec{k}\vec{z}} d^3z$ - усредненное, эффективное поле, действующее на протон.

Разлагая $e^{i\vec{k}\vec{z}}$ в ряд, получим для эффективного сечения, учитывающего электрическую протяженность протона, выражение:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |A(\theta)|^2 = \frac{d\sigma_0(\theta)}{d\Omega} \left[1 - \frac{2}{3} \nu^2 M^2 \langle z_e^2 \rangle \right] + O(\nu^3), \quad (2)$$

где

$$\frac{d\sigma_0(\theta)}{d\Omega} = |A_0(\theta)|^2$$

- сечение рассеяния на точечном протоне, определяемое формулой (1), а

$$\langle z_e^2 \rangle = \frac{1}{e} \int z^2 \rho(\vec{z}) d^3z \quad (3)$$

- средний квадратичный электрический радиус протона.

Наконец, чтобы учесть влияние поляризуемостей α и β , выразим

сечение рассеяния γ -квантов через поток энергии электромагнитного поля $S(\theta)$ и плотность этой энергии $H = (E^2 + B^2) / 8\pi = E^2 / 4\pi$:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = 4\pi r^2 \frac{S(\theta)}{E^2}$$

Вектор Пойтинга-Умова $\vec{S}(\theta)$ в случае электрического и магнитного дипольного излучений имеет вид¹²:

$$\begin{aligned} \vec{S}(\theta) &= \frac{1}{4\pi r^2} \left[\left\{ \vec{n}(\ddot{d}_e \vec{n}) - \ddot{d}_e + [\vec{n} \ddot{d}_m] \right\} \left\{ \vec{n}(\ddot{d}_m \vec{n}) - \ddot{d}_m - [\vec{n} \ddot{d}_e] \right\} \right] = \\ &= \frac{1}{4\pi r^2} \vec{n} \left\{ \ddot{d}_e^2 + \ddot{d}_m^2 - (\ddot{d}_e \vec{n})^2 - (\ddot{d}_m \vec{n})^2 + 2\ddot{d}_e \ddot{d}_m \vec{n} \right\}, \end{aligned}$$

где $\ddot{d}_e = e\ddot{z} + \alpha \ddot{E}$ и $\ddot{d}_m = \beta \ddot{B}$

- электрический и магнитный диполи; $|\vec{n}| = 1$.

Учитывая далее две возможных независимых поляризации электромагнитной волны (см.рис.1) и замечая, что

$$\ddot{d}_e = e\ddot{z} + \alpha \ddot{E} = E \frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{\alpha M}{e^2} k^2 \right)$$

и

$$\ddot{d}_m = \beta \ddot{B} = -\beta k^2 B,$$

запишем $\vec{S}(\theta)$ в виде:

$$\begin{aligned} \vec{S}(\theta) &= \frac{1}{8\pi r^2} \vec{n} \left\{ (\ddot{d}_e^2 + \ddot{d}_m^2)(1 + \cos^2 \theta) + 4\ddot{d}_e \ddot{d}_m \cos \theta \right\} = \\ &= \frac{1}{8\pi r^2} \left(\frac{e^2 E}{M} \right)^2 \vec{n} \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha M}{e^2} k^2 \right) (1 + \cos^2 \theta) - \frac{4\beta M}{e^2} k^2 \cos \theta \right\} + O(k^3). \quad (4) \end{aligned}$$

Собирая вместе выражения (1), (2) и (4), получим окончательную формулу для сечения упругого рассеяния γ -квантов на протоне:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0(\theta)}{d\Omega} - \nu^2 e^4 \left\{ \left[\frac{1}{3} \langle z_e^2 \rangle + \alpha \frac{M}{e^2} \right] (1 + \cos^2 \theta) + \beta \frac{2M}{e^2} \cos \theta \right\} + O(\nu^3) \quad (5)$$

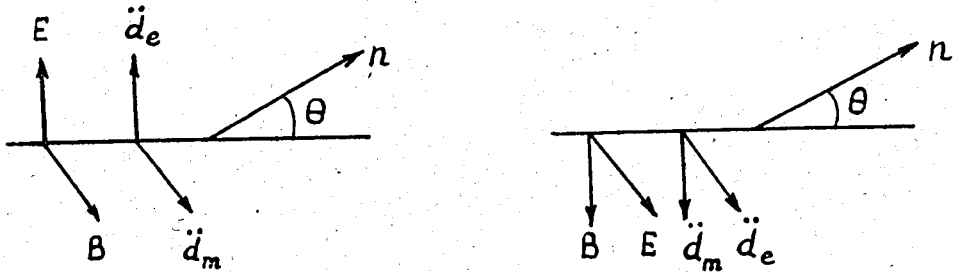


Рис. 1. Две независимых поляризации электромагнитного поля и направления дипольных моментов.

Как показали оценки, в области энергий ниже порога рождения π -мезонов вклад отброшенных в (5) членов с зависимостью от энергии более сильной, чем γ^2 , не превосходит 3%-5% величины сечения $d\sigma/d\Omega$.

Аналогичную формулу недавно получил В.А.Петрунькин^{13*}, исходя из общего выражения для амплитуды рассеяния γ -квантов на системе со спином $1/2$ ^{14,15}. При этом электрическая и магнитная поляризуемости выражаются через операторы электрического и магнитного дипольных моментов:

$$\alpha = 2 \sum_n \frac{|\langle 0 | \hat{d}_e | n \rangle|^2}{E_n - M} ; \quad (6)$$

$$\beta = 2 \sum_n \frac{|\langle 0 | \hat{d}_m | n \rangle|^2}{E_n - M} + \dots ; \quad (7)$$

где

$$\hat{d}_e = \int z \hat{\rho}(\bar{z}) d^3z ; \quad \hat{d}_m = \int [\bar{z} \cdot \hat{j}(\bar{z})] d^3z ,$$

а $\hat{\rho}$ и \hat{j} - операторы электрического заряда и тока в нуклоне. Суммирование в формулах (6) и (7) производится по полной системе физических состояний мезон-нуклонного поля. Кроме членов, зависящих от \hat{d}_m , в выражение для β входят также некоторые другие члены, не имеющие простого физического смысла.

*¹³ Мы благодарны В.А.Петрунькину, ознакомившему нас с результатами работы¹³ до ее опубликования.

В работе В.А.Петрунькина¹³ строго показано, что формула (5) учитывает все линейные и квадратичные по K члены; никаких других членов с такой зависимостью от K в формуле для комптоновского рассеяния на нуклоне быть не может.

§ 2.2. Поляризуемость протона

Определение электрической и магнитной поляризуемостей из формулы для эффективного сечения (5) предъявляет весьма жесткие требования к соответствующим экспериментальным данным. С одной стороны, энергия рассеивающихся γ -квантов должна быть достаточно малой, иначе формулы становятся неточными; с другой стороны, при малых энергиях требуется значительное повышение точности измерений, так как члены с α и β пропорциональны ν^2 . Учитывая точность известных в настоящее время экспериментальных данных, наиболее удобно для определения α и β использовать область энергий в несколько десятков Мэв.

В таблице I приведены известные в настоящее время экспериментальные данные для области энергий, не превышающих порог фотообразования π -мезонов. В тех случаях, когда указанные в этой таблице экспериментальные данные являются усредненными по широкому энергетическому интервалу, наряду со средней энергией приведена также величина этого интервала. В таблице не приведены те выпадающие из общего хода кривых экспериментальные точки, относительно которых в оригинальных работах указано, что отклонение вызвано систематической ошибкой при измерениях (величина сечения в этих случаях, как правило, в несколько раз превышает значения, которые можно ожидать по формуле (5)). Часть экспериментальных данных приведена на рис. 2. (Сечение при $\theta = 0$ получено из дисперсионных соотношений; см. далее).

Сечения комптоновского рассеяния при больших энергиях можно найти в работах^{21, 22}, где приведена подробная библиография.

Как видно, большая часть экспериментальных данных содержит большие ошибки. Наиболее точными являются данные^{3, 20}. Однако, как отмечено в работах^{22, 23}, в области больших углов результаты работы²⁰, по-видимому,

Т А Б Л И Ц А I.

Сечение упругого рассеяния γ -квантов на протонах
(лабораторная система координат).

Энергия γ -квантов к МэВ	Угол рассеяния θ (градусы)	$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} 10^{32} \frac{\text{см}^2}{\text{стэр}}$
1,6 ¹⁶	124	1,45 ± 0,25
54 ¹⁷	90	1,4 ± 0,35
54 ¹⁸	90	1,04 ± 0,15
55 ± 5 ¹⁷	135	1,6 ^{+0,7} -0,5
60 ¹⁹ (20 + 85)	70	1,06 ± 0,08
60 ³ (40 + 70)	75	1,12 ± 0,08
60 ¹⁹ (20 + 85)	90	1,08 ± 0,04
60 ³ (40 + 70)	90	1,10 ± 0,05
60 ¹⁹ (20 + 85)	120	1,18 ± 0,05
60 ³ (40 + 70)	120	1,34 ± 0,08
60 ³ (40 + 70)	135	1,56 ± 0,08
60 ¹⁹ (20 + 85)	150	1,47 ± 0,06
60 ³ (40 + 70)	150	1,93 ± 0,07
64 ²⁰ (40 + 90)	90	1,0 ± 0,1
64 ¹⁸	90	1,06 ± 0,18
64 ²⁰ (40 + 90)	120	1,25 ± 0,1
64 ²⁰ (40 + 90)	150	1,38 ± 0,1
65 ¹⁷	90	1,15 ± 0,35
65 ¹⁷ (60 + 76)	135	1,5 ± 0,45

K	θ	$d\sigma(\theta)/d\Omega$
76 ¹⁸	90	1,06 ± 0,14
76 ¹⁷	90	1,2 ± 0,25
80 ¹⁷	45	2,9 ± 0,8
80 ¹⁷ (75 ÷ 90)	135	1,6 ± 0,4
82 ¹⁸	50	1,52 ± 0,37
86 ¹⁷	90	1,4 ^{+0,3} -0,25
87 ± 6 ¹⁷	45	1,4 ± 0,55
90 ¹⁸	50	1,31 ± 0,32
90 ¹⁸	90	1,06 ± 0,14
92 ± 6 ¹⁷	135	1,75 ± ^{0,45} 0,3
96 ± 5 ¹⁷	45	1,55 ± 0,65
96 ¹⁷	90	1,35 ^{+0,3} -0,25
I02 ¹⁸	90	1,04 ± 0,13
I04 ¹⁸	50	1,32 ± 0,31
I05 ± 6 ¹⁷	135	2,1 ^{+0,25} -0,5
I06 ± 5 ¹⁷	45	0,68 ± 0,45
I07 ¹⁷	90	1,1 ^{+0,25} -0,3
II3 ¹⁸	90	1,03 ± 0,12
II5 ± 5 ¹⁷	45	0,64 ^{+0,6} -0,4
II5 ¹⁸	50	1,17 ± 0,36
II9 ± 6 ¹⁷	135	1,32 ± 0,4
I20 ²²	135	1,76 ± 0,23
I25 ± 5 ¹⁷	45	1,45 ± 1,34
I25 ¹⁸	50	0,52 ^{+0,9} -0,35
I26 ¹⁸	90	0,97 ± 0,28
I27 ¹⁷	90	1,08 ± 0,35
I29 ¹⁷ (I25 + I35)	135	1,8 ^{+0,9} -1,3
I35 ¹⁸	90	0,52 ^{+0,9} -0,35
I39 ²²	135	1,45 ± 1,34

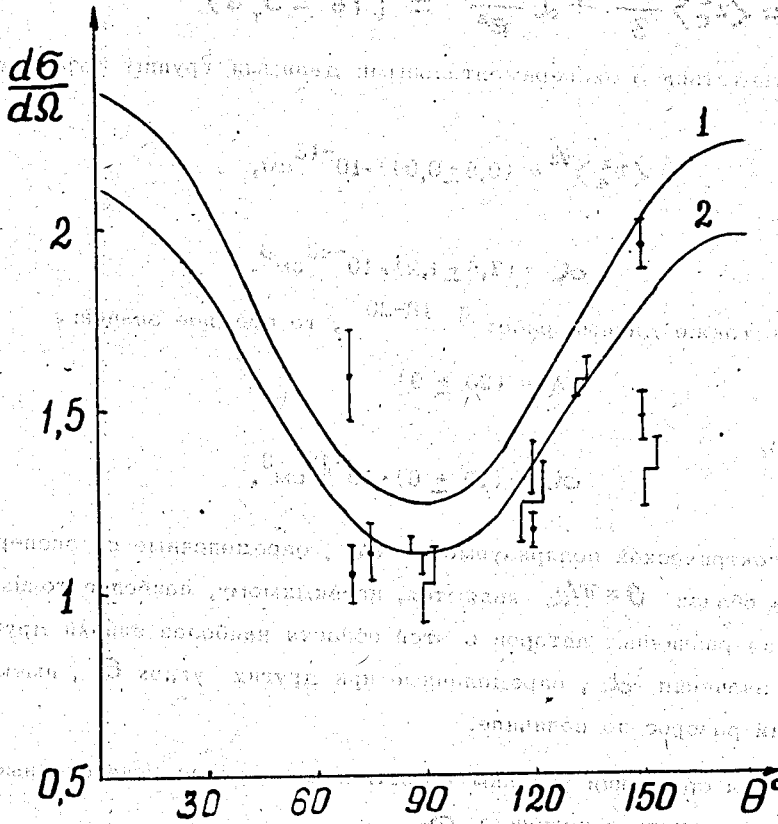


Рис. 2. Рассеяние γ -квантов при энергии $K \sim 60$ Мэв. Кривые 1 и 2 вычислены соответственно при значениях $\alpha = 0$ и $7,5$; во всех случаях $\beta = 0$. Сечение при нулевом угле вычислено с помощью дисперсионного соотношения (9). Значения $d\sigma/d\Omega$ указаны в единицах 10^{-32} см².

занижены (так же, как и данные работы ¹⁷). Подробное обсуждение экспериментальных точностей можно найти в ²³.

Из формулы (5) видно, что рассеяние γ -квантов на угол $\theta = \pi/2$ не зависит от магнитной поляризуемости β . Поэтому из сравнения с экспериментальными данными при $\theta = \pi/2$ можно непосредственно определить величину электрической поляризуемости α . В работе ³ таким образом получено значение

$$A = \langle z_e^2 \rangle \frac{M^2}{3} + \alpha \frac{M^3}{e^2} = (16 \pm 5,8).$$

Если в соответствии с экспериментальными данными группы Хофштадтера положить

$$\langle z_e^2 \rangle^{1/2} = (0,8 \pm 0,04) \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

то

$$\alpha = (7,5 \pm 4,2) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Если учесть также данные работ ^{3, 18-20}, то среднее значение

$$A = (20 \pm 9)$$

и, соответственно,

$$\alpha = (10 \pm 6) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Значения электрической поляризуемости α , определенные по экспериментальным данным вблизи $\theta = \pi/2$ являются, по-видимому, наиболее точными, так как измерения различных авторов в этой области наиболее близки друг к другу. Средние значения α , определенные при других углах θ , имеют значительно больший разброс по величине.

На рис. 2 для сравнения указаны теоретические кривые, вычисленные при различных предположениях о величине α .

Следует подчеркнуть, что указанные выше ошибки $\Delta \alpha$ соответствуют экспериментальным ошибкам в значениях сечений $d\sigma/d\Omega$ и не включают ошибок, связанных с членами $O(v^3)$, которые были отброшены в формуле (5). Сами по себе эти члены малы и не влияют существенно на величину сечений; однако, по сравнению с вкладом от электрической поляризуемости они смогут составлять заметную величину. Поэтому указанные выше значения $\Delta \alpha$ занижены. Строго говоря, вопрос об экспериментальном значении поляризуемости протона остается еще открытым. Чтобы полностью исключить влияние членов $O(v^3)$, следует выполнить измерения комптоновского рассеяния при энергиях γ -квантов, не превышающих 10-20 Мэв. Учитывая высокие требования к точности таких измерений, трудно ожидать, чтобы в ближайшие годы удалось выполнить эту программу.

Значения магнитной поляризуемости β определяются из экспериментальных данных таблицы I очень неточно; можно лишь утверждать, что

$$|\beta| \ll \alpha.$$

Так как величина β очень мала, то ее определение из сравнения с экспериментальными данными еще более чувствительно к величине членов, пропорциональных высшим степеням энергии γ -квантов ($\sim \nu^3$ и т.д.), чем это имеет место для электрической поляризуемости α .

Из известных в настоящее время экспериментальных данных нельзя с достоверностью определить сечения комптоновского рассеяния на угол $\theta = 0$. Однако это сечение можно выразить с помощью дисперсионного соотношения через экспериментальные значения сечения фоторождения π -мезонов. В работах ^{24,25} показано, что сечение комптоновского рассеяния на протоне при нулевом угле рассеяния можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(0)}{d\Omega} = & \left(\frac{e^2}{M}\right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{\nu M}{2\pi e}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\sigma_p(\nu') + \sigma_a(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' \right\}^2 + \\ & + \left(\frac{\nu e^2}{M}\right)^2 \left\{ \frac{\alpha^2}{2} - \left(\frac{\nu M}{2\pi e}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\sigma_p(\nu') - \sigma_a(\nu')}{\nu'(\nu'^2 - \nu^2)} d\nu' \right\}^2 + \\ & + \left(\frac{\nu M}{4\pi}\right)^2 [\sigma_p^2(\nu) + \sigma_a^2(\nu)], \end{aligned} \quad (8)$$

где σ_p и σ_a - полные сечения фоторождения π -мезонов на протоне γ -квантами, поляризованными соответственно параллельно и антипараллельно спину протона.

Последний член в (8) происходит от мнимой части амплитуды упругого γ -р рассеяния. При малых энергиях, когда нет неупругих процессов, этот член пренебрежимо мал и с точностью до членов порядка ν^2 выражение (8) можно записать в виде:

$$\frac{d\sigma(0)}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{M}\right)^2 \left\{ 1 - 2 \left(\frac{\nu M}{2\pi e}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\sigma_p(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' + \nu^2 \frac{\alpha^2}{4} \right\} + O(\nu^3), \quad (9)$$

где $\sigma_{\pi} = \frac{1}{2} (\sigma_p + \sigma_a)$ — полное сечение фоторождения неполяризованными γ -квантами.

Сравнивая это выражение с формулой (5) при $\nu \rightarrow 0$, получим

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2\pi^2 M} \int_0^{\infty} \frac{\sigma_{\pi}(\nu)}{\nu^2} d\nu - \langle z_e^2 \rangle \frac{e^2}{3M} \quad (10)$$

Эта формула впервые была получена А.М.Балдиным и подробно рассматривалась в работах 2, 3.

По экспериментальным данным для сечения $\sigma_{\pi}(\nu)$ в работах 2,3 вычислено значение дисперсионного интеграла:

$$\frac{1}{2\pi^2 M} \int_0^{\infty} \frac{\sigma_{\pi}(\nu)}{\nu^2} d\nu = 11 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3,$$

отсюда $\alpha + \beta = 7,7 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$

Из сравнения этой формулы с определенными выше значениями α снова следует, что

$$|\beta| \ll \alpha.$$

Зафиксировав значение суммы поляризуемостей $\alpha + \beta$, методом наименьших квадратов можно вычислить значения α и β , наилучшим образом описывающие экспериментальные данные $d\sigma(\theta)/d\Omega$. В работе 3 таким образом получено:

$$\alpha = (5,7 \pm 2,2) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$$

$$\beta = (2 \pm 2) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Следует отметить, что в эти значения не включены ошибки $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$, обусловленные экспериментальными ошибками в использованных значениях сечений $\sigma_{\pi}(\nu)$. Поэтому указанные значения поляризуемостей не вполне достоверны; в частности, не исключено, что магнитная поляризуемость β отрицательна.

§ 2.3. Поляризуемость нейтрона

Так как прямые экспериментальные данные о рассеянии γ -квантов на нейтронах не известны, то для получения сведений об электрической и магнитной

поляризуемостях нейтрона необходимо рассматривать взаимодействие γ -квант с нейтроном, связанным в ядре дейтерия. В недавних измерениях¹⁸ получено очень большое сечение комптоновского рассеяния на дейтроне: приблизительно $\sigma_{\gamma d} \approx 1,6 \sigma_{\gamma p}$. Попытки объяснить экспериментальные данные в рамках импульсного приближения к успеху не привели^{2; 18}. (См.рис. 3). В принципе можно предположить, что большая величина $\sigma_{\gamma d}$ обусловлена очень большой электрической поляризуемостью нейтрона: $\alpha_n \gg \alpha_p$. Подтверждение этому можно было бы видеть в большой величине электрической поляризуемости дейтрона α_d : в работе²⁶ для α_d получено значение

$$\alpha_d \approx \alpha_d + \beta_d = 6,4 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3 ; \quad \beta_d \ll \alpha_d \text{ *)}$$

Однако анализ, выполненный в работах^{2; 26}, показал, что при взаимодействии γ -квантов с дейтронами существенную роль играет фоторасщепление дейтрона. С учетом этого эффекта поляризуемость α_d можно представить в виде суммы трех членов:

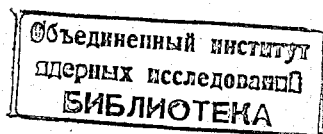
$$\alpha_d = \alpha_p + \alpha_n + \alpha_{dis} ,$$

где через α_{dis} обозначен вклад, обусловленный фоторасщеплением. Оценки показывают, что в пределах экспериментальных ошибок $\alpha_{dis} \approx \alpha_d$. Нужны очень точные данные о величине α_d , чтобы на фоне большого значения α_{dis} выделить вклад $(\alpha_p + \alpha_n)$. В настоящее время точность экспериментальных данных такова, что не удается получить какие-либо достоверные заключения о величине поляризуемости нейтрона α_n .

Большой вклад фоторасщепления указывает на неприменимость импульсного приближения как в случае неупругих, так и в случае упругих процессов взаимодействия γ -квантов с дейтроном. Для анализа экспериментальных данных необходимы более точные методы. Интересные возможности в этом отношении представляют методы, основанные на дисперсионных соотношениях^{xx)}.

*) Это значение получено из рассмотрения дисперсионного соотношения для упругого рассеяния γ -квантов на дейтроне в области энергий ниже порога рождения π -мезонов. Аналогичные расчеты для случая взаимодействия γ -квантов с протонами приведены выше.

xx) Мы благодарны Л.И.Лapidусу за подробное обсуждение этих вопросов.



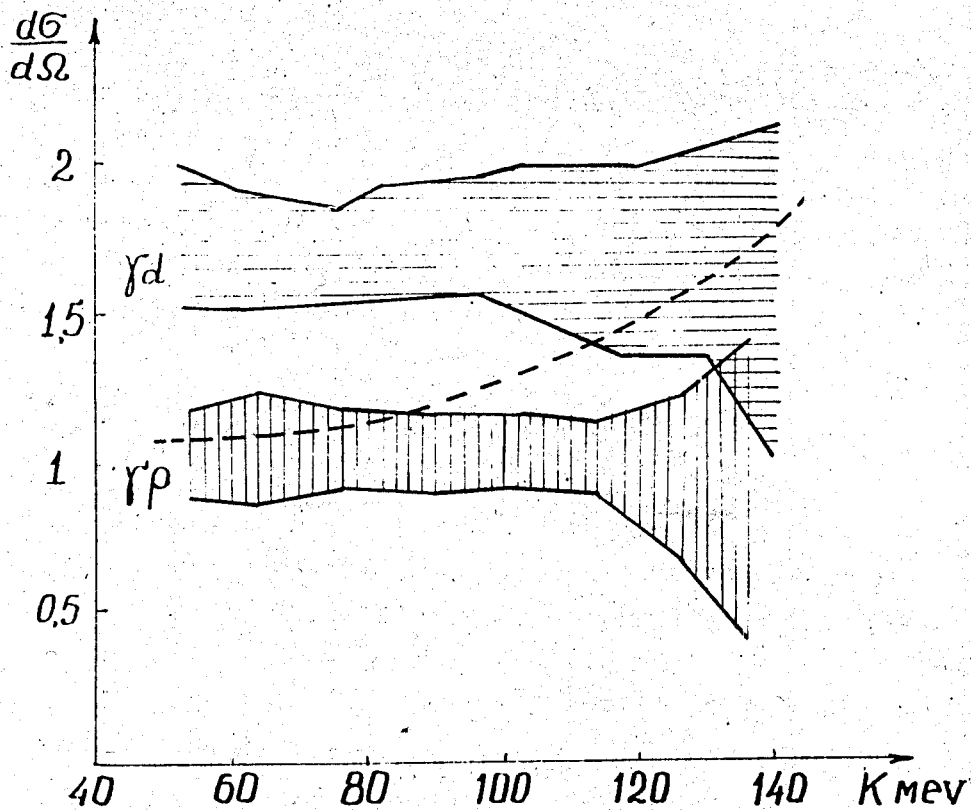


Рис. 3. Рассеяние γ -квантов на протоне и на дейтоне 18 . Угол рассеяния $\theta = 90^\circ$. Заштрихованная область соответствует экспериментальным ошибкам. Пунктиром указано теоретическое сечение γ -d рассеяния, вычисленное в импульсном приближении. Значения $d\sigma/d\Omega$ указаны в единицах 10^{-32} см 2 .

В работах ^{2; 3} отмечено, что электрическая поляризуемость нейтрона может быть на (20-30)% больше электрической поляризуемости протона, так как в дисперсионном интеграле в (10) значительный вклад дает околопороговая область, где сечение процесса $\gamma + n \rightarrow \pi^- + p$ больше сечения процесса $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$.

III. Определение величины электрической поляризуемости нейтрона из опытов с рассеянием медленных нейтронов

Влияние электрической поляризуемости должно сказаться также при рассеянии нейтрона на ядрах. Кроме ядерных сил в этом случае на нейтрон действует кулоновское поле $E = Ze / r^2$, которое достигает значительной величины для малых r и больших Z (Z - атомный номер ядра). В неоднородном кулоновском поле на индуцированный дипольный момент нейтрона $\bar{d} = \alpha \bar{E}$ будет действовать сила

$$\bar{F} = (\bar{d}_e \cdot \nabla) \bar{E} = \frac{Ze^2}{r^5} [3\bar{r}(\bar{d}_e \bar{r}) - \bar{d}_e r^2],$$

которая вызовет дополнительное рассеяние пучка нейтронов ^{4; 5}.

Из простых классических соображений ясно, что медленные нейтроны будут рассеиваться сильнее, чем быстрые, так как в первом случае нейтрон большее время проводит в области действия короткодействующей электрической силы \bar{F} .

Из анализа опытов с γ -квантами и из теоретических расчетов (см. § 4,2) следует, что электрическая поляризуемость протона во всяком случае не превосходит нескольких единиц 10^{-42} см³. Такую же величину дают теоретические оценки и для электрической поляризуемости нейтрона. Если это так, то в пределах точности современных экспериментов очень мало надежды определить величину α из опытов с рассеянием нейтронов. Однако из опытов по взаимодействию протонов и нейтронов с электронами уже известно, что экспериментальные результаты для нейтрона резко отличаются от теоретических оценок, полученных на основе известных вариантов мезонных теорий (см. например, обзор ¹).

В принципе, не исключено, что электрическая поляризуемость у нейтрона окажется намного больше, чем у протона. В этом случае из опытов с рассеянием медленных нейтронов можно надеяться оценить поляризуемость α_n *).

§ 3.1. Сечение упругого рассеяния нейтронов на малые углы

Рассеяние нейтронов, обусловленное поляризуемостью α_n (далее мы будем называть такое рассеяние "поляризационным"), будет наибольшим, если параметр столкновения ρ ограничен условиями

$$R < \rho < a,$$

где R - радиус ядра, a - радиус электронной оболочки атома. В этом случае гамильтониан взаимодействия нейтрона с ядром имеет вид:

$$H(z) = U(z) + \kappa \frac{i z}{2 z^3} \left(\frac{e}{M} \right)^2 \bar{\sigma} [\bar{z} \bar{\sigma}] - \frac{\alpha_n}{2} z^2 e^2 \frac{1}{z^4} \theta(R-z). \quad (11)$$

Здесь первый член обусловлен чисто ядерными силами, второй член описывает взаимодействие магнитного момента нейтрона $\kappa \frac{e}{2M} \bar{\sigma}$ с кулоновским полем ядра (так называемое "швингеровское рассеяние"); M - масса нейтрона; $\theta(R-z)$ - функция, зависящая от распределения заряда внутри ядра.

Предполагая для простоты, что ядерный потенциал U не зависит от спина и $\theta(R-z) = 0$; 1 соответственно при $z < R$ и $z > R$, получим в борновском приближении следующее выражение для дифференциального сечения упругого рассеяния пучка неполяризованных нейтронов на ядре Z^5 :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |f_n(\theta)|^2 + f_s^2(\theta) + f_p(\theta) \cdot \text{Re} f_n(\theta) + \frac{1}{4} f_p^2(\theta), \quad (12)$$

где $f_n(\theta)$ - амплитуда ядерного рассеяния ;

*). Соответствующие экспериментальные и теоретические исследования были начаты шесть лет назад. В то время (1955) были совсем неясны физические причины, почему у нейтрона электрический радиус $\langle z^2_e \rangle \approx 0$. Это резко противоречило всем теоретическим расчетам. Для объяснения выдвигались различные гипотезы, некоторые из них подвергали сомнению самые основные положения современной теории (подробнее см. обзоры 1;27). Экспериментальное обнаружение величины $\alpha_n \neq 0$ являлось бы прямым доказательством существования облаков заряженных частиц в нейтроне, т.е. электрической структуры нейтрона. Это была одна из основных причин, инициировавших теоретические и экспериментальные исследования рассеяния нейтронов на малые углы.

$$f_s(\theta) = \frac{1}{2} \alpha \frac{Ze^2}{M} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \quad (13)$$

и

$$f_p(\theta) = \frac{M d_n}{2R} Z^2 e^2 KR \left(\frac{\sin KR}{K^2 R^2} + \frac{\cos KR}{KR} + \operatorname{Si} KR \right) \quad (14)$$

- амплитуды швингеровского и поляризационного рассеяния; $K = \sqrt{8TM} \cdot \sin \frac{\theta}{2}$;
 T - энергия нейтрона в Мэв.

Даже при больших значениях $d_n \sim 10^{-40} \text{ см}^3$ рассеяние, обусловленное поляризуемостью нейтрона, само по себе очень мало ($f_p^2 \sim d_n^2$), и можно надеяться наблюдать его лишь благодаря интерференции с ядерным рассеянием (см. рис. 4). При этом поляризационное рассеяние, так же как и швингеровское, проявляется при рассеянии нейтрона на малые углы. Для энергии нейтронов порядка нескольких Мэв наиболее удобным для измерений оказывается интервал углов $3^\circ < \theta < 10^\circ$, где ядерное рассеяние еще очень слабо зависит от угла, а швингеровское рассеяние уже незначительно⁵. При переходе к очень малым энергиям швингеровское рассеяние становится несущественным даже при очень малых углах θ .

§ 3.2. Экспериментальные результаты и их интерпретация

Впервые опыты по упругому рассеянию нейтронов на очень малые углы были выполнены Ю.А. Александровым⁴; 28-30. В качестве источника нейтронов в этих опытах использовался атомный реактор. Хотя пучок нейтронов из реактора имеет широкий энергетический спектр, использованием порогового детектора выделялась довольно узкая энергетическая область со средней энергией нейтронов $T \approx 2$ Мэв (см. рис. 5).

На рис. 6 приведены соответствующие экспериментальные значения сечений рассеяния нейтронов на различных ядрах. Из приведенных на этом рисунке точек вычтена величина швингеровского рассеяния f_s^2 . Как видно, для тяжелых ядер $\text{Pu} (Z = 94)$ и $\text{U} (Z = 92)$ наблюдается сильный рост сечения в области

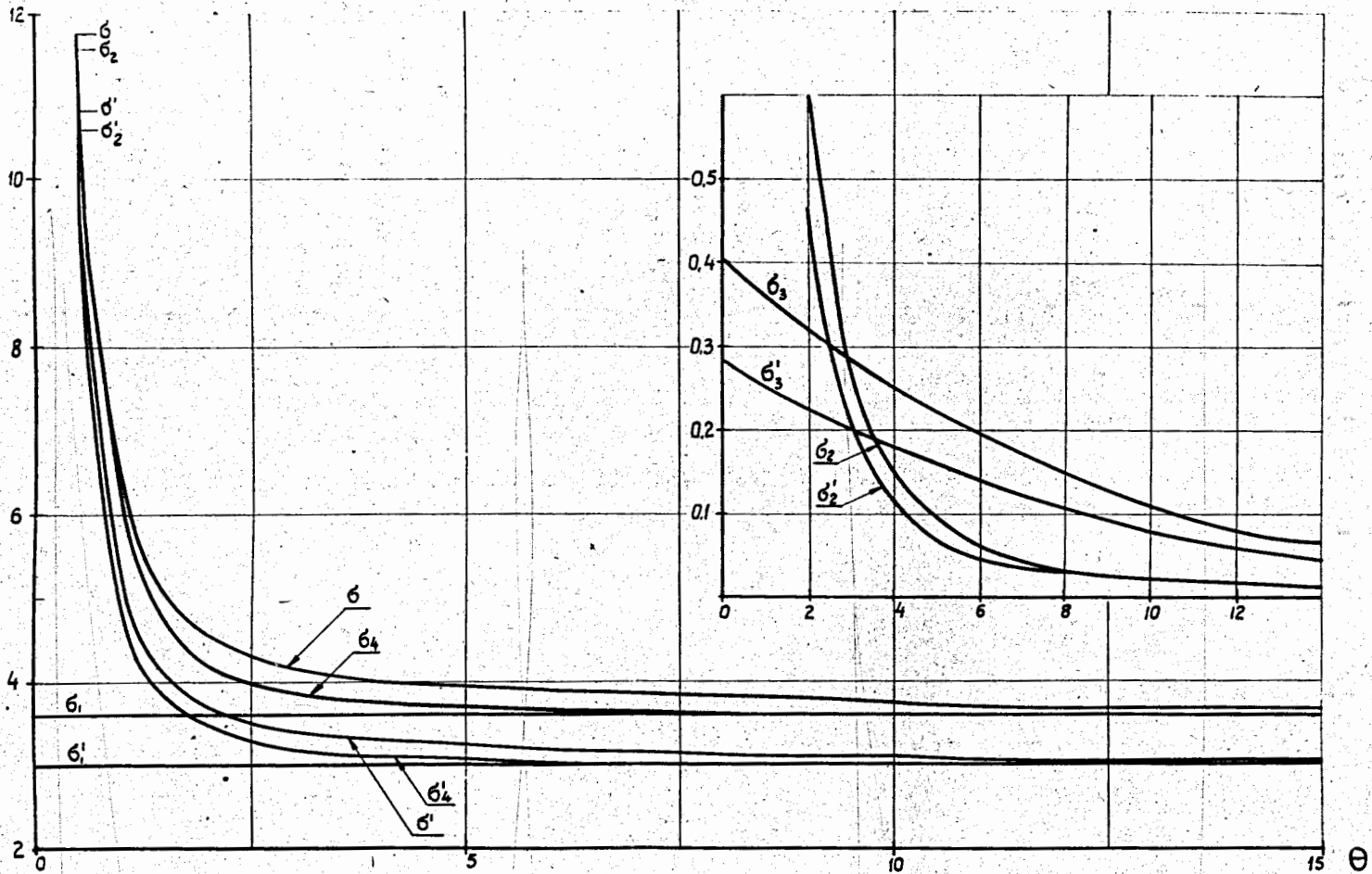


Рис. 4. Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов с энергией $T=4$ и $\alpha = 2 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - сечения ядерного, швингеровского и поляризационного
 рассеяния на ядре U^{238} ;

$$\sigma_4 = \sigma_1 + \sigma_2; \quad \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3.$$

$\sigma'_1; \sigma'_2; \sigma'_3; \sigma'_4$ - соответствующие сечения рассеяния на ядре Pb^{208} .

Сечения даны в единицах $10^{-24} \text{ см}^2/\text{стер}$; значения угла θ указаны в градусах.

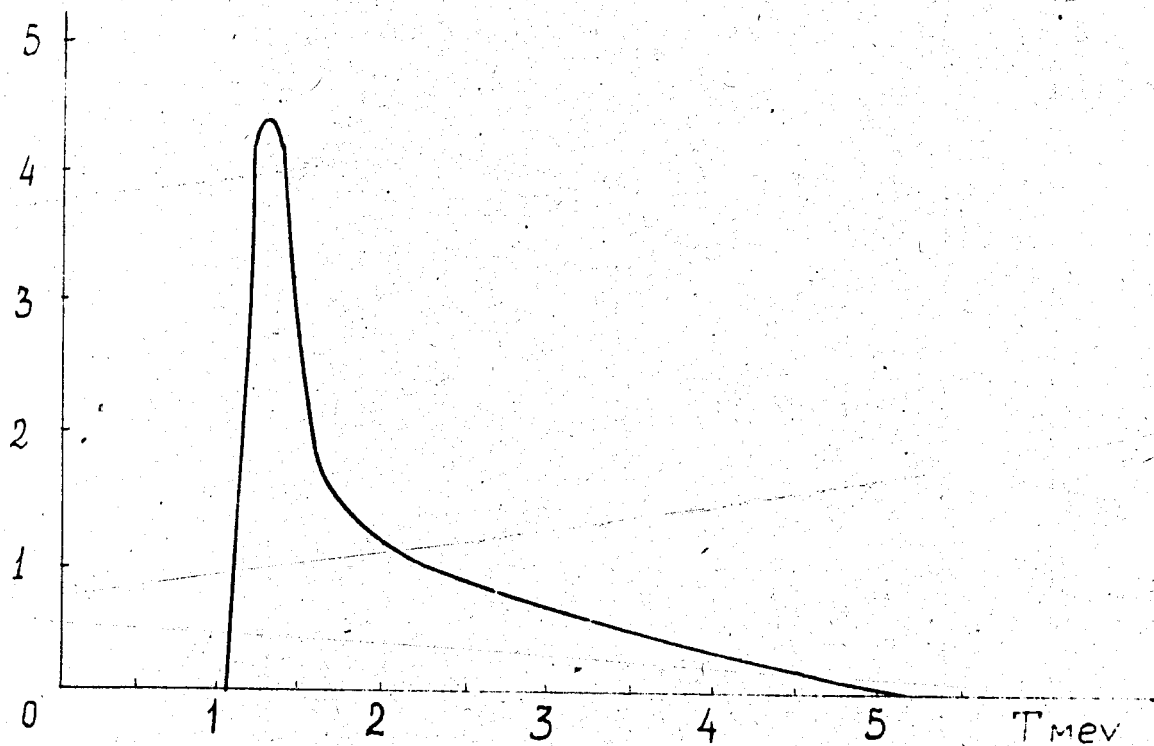


Рис. 5. Эффективный энергетический спектр нейтронов, фиксировавшихся детектором в опытах Александра (относительные единицы).

углов $\theta < 11^\circ$. Расчеты по формуле (12) в предположении, что для ядерного рассеяния справедливо приближение твердой сферы, дают очень большое значение для электрической поляризуемости нейтрона ²⁸⁻³⁰

$$\alpha_n = (800 \pm 350) \cdot 10^{-43} \text{ см.}$$

Возможно, что столь быстрое возрастание сечения в области малых углов при рассеянии на тяжелых ядрах вызвано какими-то другими эффектами, не связанными с электрической поляризуемостью α_n . Среди эффектов, которые, в принципе, могли бы имитировать электрическую поляризуемость нейтрона, наиболее важными представляются следующие:

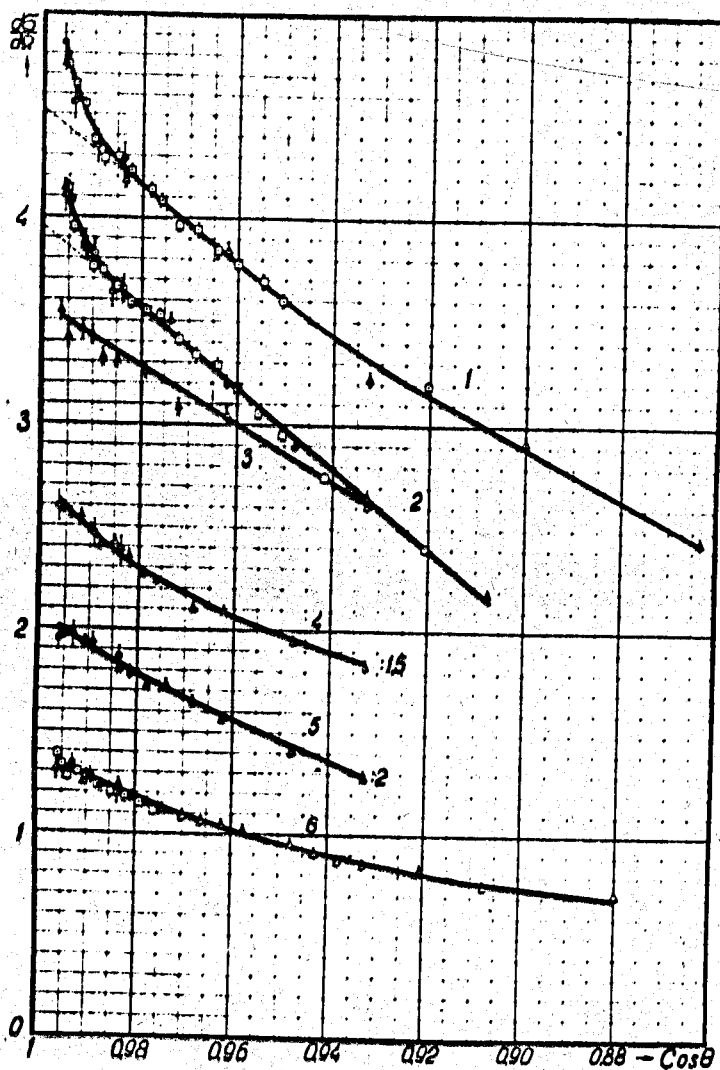


Рис. 6. Угловое распределение упруго рассеянных нуклонов.

Все экспериментальные точки исправлены на величину сечения швингеровского рассеяния. Кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6 относятся соответственно к Pu , U , Sn , Pb , Bi , и Cu . Ординаты кривых 4 и 5 уменьшены в 1,5 и 2 раза. Значения $d\sigma/d\Omega$ даны в единицах 10^{-24} см²/стер. Различные значки отличают результаты различных серий измерений.

Пунктиром отмечена экстраполяция ядерного рассеяния.

1. Влияние электронной оболочки атомов;
 2. Взаимодействие с электрическим квадрупольным и магнитным моментами ядра;
 3. Влияние поляризации вакуума в поле ядра;
 4. Недостаточно точный учет ядерного рассеяния и его интерференции с поляризационным и швингеровским рассеянием;
 5. Влияние возможной поляризации первичного пучка нейтронов из реактора.
- Рассмотрим эти эффекты.

1. Для качественной оценки влияния электронной оболочки можно воспользоваться соотношением неопределенности ³¹. Частица, испытавшая взаимодействие в области с линейными размерами τ , получает неопределенность в импульсе $\Delta p \sim \hbar / \tau$, что в свою очередь приводит к неопределенности в направлении рассеяния, характеризуемой углом θ :

$$\tau \theta \approx \frac{\Delta p}{p} \sim \frac{\hbar}{p\tau} \quad (15)$$

В случае рассеяния нейтронов с энергией $T=2$ Мэв на ядре урана взаимодействия с электронной оболочкой соответствуют расстояния $\tau \approx 6 \cdot 10^{-11}$ см ($\alpha = 6 \cdot 10^{11}$ см - радиус К-оболочки атома урана). Из соотношения (15) следует, что рассеяние в этом случае будет происходить на очень малые углы $\theta \lesssim 1^\circ$, тогда как аномальное рассеяние в опытах Александра наблюдалось в области значительно больших углов (см. рис. 6). К такому же выводу приводят и более точные расчеты, выполненные в работах ^{32,33}, где подробно рассмотрены различные эффекты, возможные при взаимодействии нейтронов с электронной оболочкой атома:

- а) влияние электрического поля оболочки на швингеровское рассеяние,
- б) упругое рассеяние нейтронов, поляризующих электронную оболочку полем своего движущегося магнитного момента,
- в) интерференция с ядерным рассеянием упругого рассеяния, обусловленного короткодействующим взаимодействием нейтрона с электроном,
- г) неупругое рассеяние нейтронов с понижацией атомов.

Все эти эффекты оказываются недостаточными для объяснения аномального рассеяния нейтронов в опытах Ю.А.Александра.

2. Наши вычисления показали, что это рассеяние нельзя также объяснить взаимодействием нейтрона с электрическим квадрупольным и магнитным моментами ядра^{x)}.

3. То же самое можно сказать о взаимодействии нейтрона с потенциалом, происходящим от поляризации вакуума в поле ядра³⁵. Влияние эффектов 2" и 3" незначительно.

4. Чтобы оценить вклад эффектов, связанных с более точным учетом ядерного рассеяния, на электронной машине была рассчитана оптическая модель ядра с диффузной границей и спин-орбитальными силами. При этом оказалось, что в области углов $\Theta < 10^\circ$ результаты расчетов очень слабо зависят от выбора конкретной формы ядерного потенциала, и на этом пути нельзя объяснить возрастание сечения в области малых углов. Теоретическое сечение во всех случаях с хорошей точностью описывается линейной функцией $\cos \Theta$, как это и предполагалось при обработке экспериментальных данных в работах²⁸⁻³⁰. Численные расчеты также показали, что для амплитуд швингеровского и потенциального рассеяния с хорошей точностью можно использовать их борновские выражения (13), (14); конкретный выбор функции $\Theta(R-z)$ внутри ядра оказывается несущественным. Все поправки меняют лишь ту часть сечения $d\sigma/d\Omega$, которая является линейной по $\cos \Theta$ ^{xx)}.

Такие же результаты были получены нами при точном решении уравнения Шредингера в предположении, что ядерный потенциал можно описать твердой сферой^{xxx)}.

5. В работе³¹ подробно исследован случай рассеяния поляризованного пучка нейтронов и показано, что для объяснения наблюдаемого на опыте возрастания сечения при малых углах необходимо предположить не менее, чем 60%-ную степень поляризации первичного пучка. Такая поляризация невероятна для пучка нейтронов из реактора.

x) Это вывод получен также И.П. Стахановым,³⁴

xx) Эти выводы получены также в работах^{31, 36}. Мы благодарны В.С. Ставинскому, предоставившему нам данные об оптических параметрах ядер, которые частично были использованы при наших расчетах.

xxx) Аналогичный расчет, но без учета поляризационного рассеяния ($\alpha_n = 0$), выполнен в работе³⁷.

Таким образом, вопрос о причине аномального поведения дифференциального сечения рассеяния нейтронов на тяжелых ядрах остается в настоящее время открытым. Нам представляется маловероятным, чтобы эта аномалия была обусловлена только лишь электрической поляризуемостью нейтрона.

В работе ⁵ подчеркивалось, что при уменьшении энергии рассеивающихся нейтронов величина потенциального рассеяния должна возрастать; поэтому опыты при малых энергиях более предпочтительны^{x)}. Недавно группой американских физиков были выполнены соответствующие измерения в области энергий $T = (0,300) \text{ Мэв}$ ³⁸⁻⁴⁰. Можно показать теоретически ³⁹, что в случае, когда $\alpha_n = 0$, энергетическая зависимость сечения рассеяния будет линейной. Первоначальные измерения указывали на резкое отклонение дифференциального сечения от линейности при малых углах ^{38; 40}. Однако более тщательные измерения этих авторов показали, что аномалия не столь велика и в пределах экспериментальных ошибок ее можно объяснить, если величина электрической поляризуемости нейтрона равна ³⁹:

$$0 < \alpha_n < 200 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Это значение заметно отличается от величины α_n , полученной из опытов с более быстрыми нейтронами ²⁸⁻³⁰.

Если электрическая поляризуемость у нейтрона действительно окажется значительно большей, чем у протона, то это будет иметь очень важное значение для наших представлений о структуре нуклонов. Поэтому представляет большой интерес продолжить опыты по рассеянию нейтронов с тем, чтобы возможно более точно оценить верхний предел величины α_n .

IV. Теоретические расчеты электрической и магнитной поляризуемости нуклонов

В настоящее время нет строгой теории, которая бы позволяла рассчитывать эффекты, связанные с внутренней структурой нуклонов. Существующие методы дают возможности рассчитывать лишь процессы, происходящие в периферических

x) Для сравнения укажем, что при рассеянии нейтронов ядром ${}^{238}\text{U}$ на угол $\theta = 30^\circ$ отношение $\sigma_{\text{потенц.}} / \sigma_{\text{полное}}$ равно приблизительно 7% и 60%, если энергия нейтронов равна соответственно 4 Мэв и 0,1 Мэв. ($\alpha_n = 2 \cdot 10^{-40} \text{ см}^3$) ⁵.

областях нуклонов. Что же касается внутренних областей нуклонов, то здесь мы можем делать лишь экстраполяции, законность которых далеко не всегда очевидна, или использовать модели. В этих случаях лишь согласие с опытом может служить оправданием для использования приближений.

При рассмотрении эффектов, связанных с периферией нуклонов, когда основную роль играют виртуальные мезоны с малыми импульсами, можно ожидать, что учет отдачи нуклонов будет не очень существенным. Соответствующие расчеты, выполненные в рамках теории с фиксированным нуклоном, действительно дали результаты, близкие к экспериментальным (подробнее см. обзор¹). Так как поляризуемость системы определяется третьей степенью ее геометрических размеров: $\alpha \sim r^3$ (это следует, например, из простых соображений размерности; см. § 4.1), то можно ожидать, что и в этом случае основной вклад будут давать большие расстояния r , и пренебрежение отдачей, а также другими эффектами, связанными с внутренними областями нуклонов, не внесет существенных ошибок. Из этих же соображений можно предполагать, что учет этих эффектов менее сказывается на величине поляризуемости, чем на средних квадратичных радиусах нуклонов. Однако для электрической поляризуемости нейтрона ситуация может оказаться существенно иной, так же, как это имеет место для электрического радиуса. Очень малая величина электрического радиуса нейтрона, обнаруженная в опытах по взаимодействию нейтронов и электронов, явилась полной неожиданностью для теоретиков. Последующий анализ показал, что электрические свойства нейтрона определяются в основном многомезонными состояниями, локализованными во внутренних областях (так называемая "область ядра"¹). Поэтому не исключено, что величины электрической поляризуемости у нейтрона и у протона будут значительно различаться. Расчеты в периферической области будут определять в этом случае только лишь часть поляризуемости α_n .

Перейдем теперь к рассмотрению теоретических результатов, полученных различными методами.

§ 4.1. Некоторые оценки

Представление о порядке величины электрической и магнитной поляризуемости мезонного облака в нуклоне можно просто получить, если воспользоваться уравнениями классической (неквантованной) мезонной теории, а также с помощью разного

рода полуклассических моделей (см., например, ⁵). Во всех случаях для электрической поляризуемости получается оценка

$$d_p \sim d_n \sim \frac{e^2}{\hbar c} \frac{f^2}{\hbar c} a^3 = 16 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3,$$

где $f^2/\hbar c = 0,08$ - постоянная взаимодействия мезонов с нуклонами;

$a \approx (\hbar/\mu c) = 1,41 \cdot 10^{-13}$ см - характерный размер мезонного облака в нуклоне.

Для магнитной поляризуемости β получается оценка приблизительно на два порядка меньшая, чем для d ^{*}).

Нижнюю оценку величины d можно получить, если воспользоваться соотношением (6). Так как каждое из слагаемых в (6) дает положительный вклад, то, удерживая лишь первый отличный от нуля член, получим :

$$d > \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\sigma_\pi(\omega)}{\omega^2} d\omega, \quad (16)$$

где $\sigma_\pi(\omega) \sim |\langle 0 | \hat{d}_e | \text{нуклон} + \pi\text{-мезон} \rangle|^2$

- сечение электрического дипольного фоторождения π -мезонов на протоне или нейтроне; ω - энергия π -мезона.

Используя экспериментальные значения $\sigma_\pi(\omega)$, в работе ³ получены оценки:

$$d_p > 4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3;$$

$$d_n > 5 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Как видно, оценка для d_p оказывается очень близкой к значениям, непосредственно полученным из опытов с γ -квантами (см. § 2,2). Величина d_n при этом всего лишь на четверть превосходит величину d_p .

Близкие оценки получены также в более поздней работе ⁴¹.

^{*} Напомним, что в атоме $d \sim a^3$; $\beta \sim \frac{e^2}{mc^2} a^2$; $d \gg \beta$, где a - размер атома; $e^2/mc^2 \ll a$ - классический радиус электрона. В нуклоне $(e^2/mc^2)/a \sim 0,01$. По другим оценкам $(\beta/d)_{\text{нуклон}} \sim (\gamma/M)^2 \approx 0,02$.

Дополнительные члены в формуле (7) затрудняют аналогичные оценки для магнитной поляризуемости β .

В работе ⁴² Фолди отметил, что существование аномального магнитного момента α_n у нейтрона само по себе уже приводит к отрицательной добавке к электрической поляризуемости нейтрона

$$\Delta \alpha_n = -\frac{e^2 \alpha_n^2}{4M^3} = -0,62 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$$

При полевых расчетах эта добавка автоматически включается в α_n ; суммарное значение α_n при этом оказывается положительным (см. далее).

§ 4.2. Теория с фиксированным нуклоном

Электрическая и магнитная поляризуемости мезонного облака приводят к дополнительному изменению энергии нуклона в электрическом поле

$$\begin{aligned} \Delta H &= -\int_0^E dE' d_e - \int_0^B dB' d_m = \\ &= -\frac{d}{2} E^2 - \frac{\beta}{2} B^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Изменение энергии ΔH можно выразить, с другой стороны, через S -матрицу, описывающую взаимодействие электромагнитного поля с физическим нуклоном:

$$S = -2\pi i \delta(\sigma) \cdot \Delta H \quad (18)$$

S -матрицу будем далее вычислять в предположении, что отдачей нуклона можно пренебречь. Гамильтонион, описывающий взаимодействие нуклона, π -мезонного и электромагнитного полей, в этом случае можно записать в виде:

$$\begin{aligned} H &= \sqrt{4\pi} f_0 \int d^3z \varrho(\bar{z}) \bar{\psi} [\nabla + ie\bar{A}] \psi_1 + \\ &+ e \int d^3z \left\{ A_\mu \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_\mu} \varphi_2 - \varphi_1 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_\mu} \right) + \frac{e}{2} \bar{A}^2 \varphi_1^2 \right\} - \frac{e}{2M} \int d^3z \Lambda(\bar{z}) \bar{\sigma} \bar{B}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\varphi_\lambda \equiv \varphi_\lambda(\bar{z})$ - мезонное поле; $A_\mu \equiv A_\mu(\bar{z})$ - электромагнитный потенциал; $\varrho(\bar{z})$ и $\Lambda(\bar{z})$ - форм-факторы; описывающие распределение источников мезонного поля и распределение дираковского магнитного момента в нуклоне;

f_0 - неперенормированная постоянная мезон-нуклонного взаимодействия. Значки : отличают нормальные произведения. По повторным индексам предполагается суммирование. Последний член в (19) описывает взаимодействие магнитного поля с фиксированным нуклоном. Взаимодействием π - мезонов между собой будем пока пренебрегать.

Выражение (19) удовлетворяет условиям калибровочной инвариантности лишь в случае точечного источника $\rho(\vec{z}) = \delta(\vec{z})$. Это обстоятельство является характерным для теорий с нелокальным взаимодействием^{43,44}. Однако, если ограничиться рассмотрением процессов, протекающих в периферических областях $r > a$ ($a \approx 1/M$ - характерный размер источника), то калибровочно-неинвариантные добавки в (19) дают малый вклад и ими можно пренебречь⁴⁴. Калибровочно-неинвариантные члены важны лишь в областях $r \lesssim a$, где существенную роль играют мезоны больших энергий $\omega \gtrsim M$; в этом случае уже нельзя пренебрегать отдачей нуклона, и теория становится вообще не применимой.

В периферических областях калибровочно-неинвариантные члены привносят ошибку того же порядка, что и пренебрежение отдачей нуклона.

Чтобы облегчить применение диаграммной техники, подынтегральные выражения в предпоследнем члене гамильтониана (19) удобно записать в релятивистски инвариантной форме $\left\{ -\frac{e}{2} A_\mu A^\mu \varphi_\lambda^2 \right\}$, формально дополнив его слагаемым $\left\{ -\frac{e}{2} A_0^2 \varphi_\lambda^2 \right\}$. Можно показать, что при вычислении S -матрицы вклад этого слагаемого автоматически компенсируется некоторым сингулярным выражением, возникающим при формальном оперировании с произведениями δ -функций (подробнее см. например,^{45,46}).

При вычислении поляризуемостей α и β в первом исчезающем приближении по величине электрического заряда следует учитывать, вообще говоря, все диаграммы, изображенные на рис. 7.* (Заштрихованные части этих диаграмм учитывают мезонные поправки). Однако в теории с фиксированным нуклоном из всех этих диаграмм будут давать вклад лишь диаграммы А, В и С. Диаграммы типа Д и Е не дают вклада в поляризуемости α и β , так как соответствующие матричные элементы содержат нечетное число матриц $\bar{\sigma}$ и их нельзя

*) Оценки и предварительные результаты вычислений были опубликованы в работах 1, 47, 48.

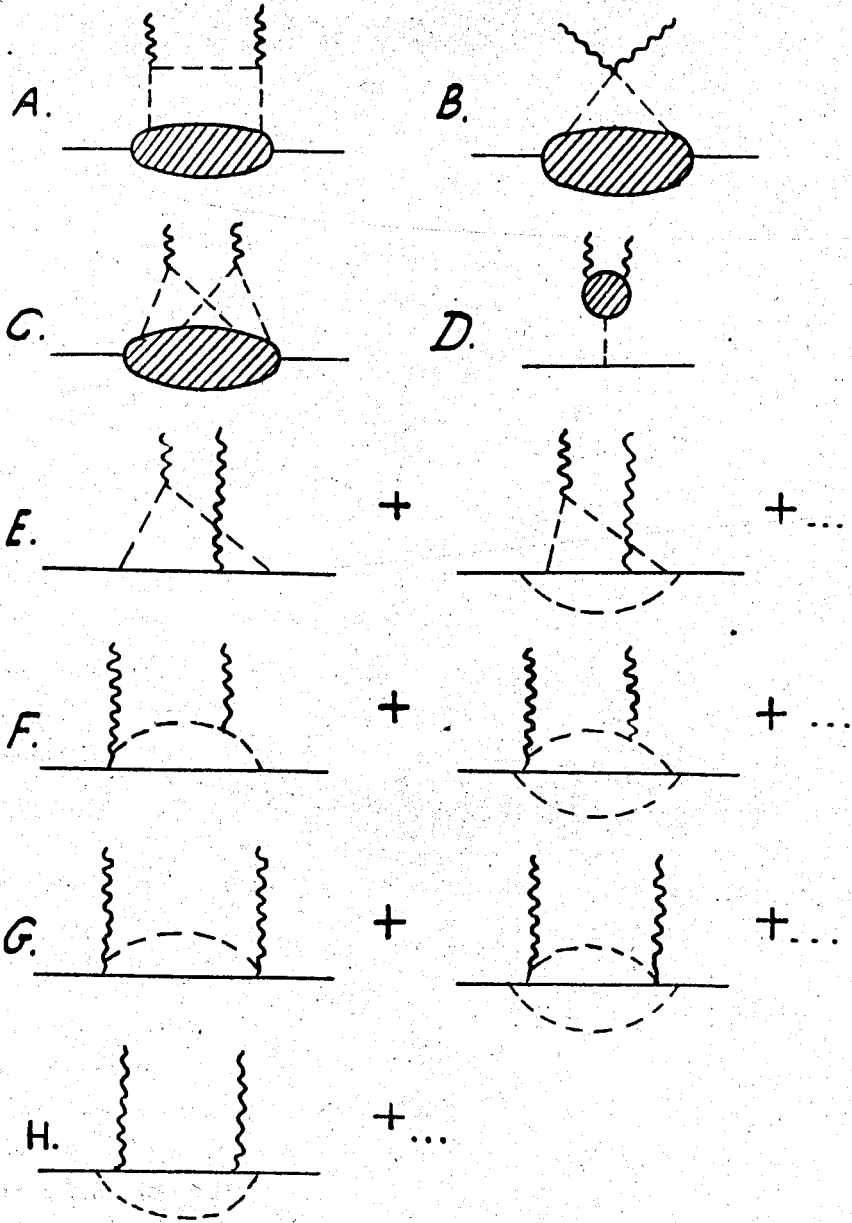


Рис. 7. Фейнмановские диаграммы, соответствующие электрической и магнитной поляризуемостям нуклона. — нуклон; - - - - π -мезон; \sim — электромагнитное поле.

представить в виде (17), (18). Диаграммы типа F , G и H можно также не учитывать; в локальной теории соответствующие им матричные элементы обращаются в нуль, если выбрать калибровку $A_0(0) = 0$. В теории с форм-фактором диаграммы типа F , G , H дают вклад того же порядка, что и другие калибровочно неинвариантные члены.

Вычислим сначала электрическую поляризуемость нуклона.

§ 4.3. Электрическая поляризуемость в теории с фиксированным нуклоном

Заметим прежде всего, что заштрихованные части в диаграммах A и B соответствуют матричному элементу $(k_2 | S | k_1)$ упругого рассеяния виртуального π -мезона на нуклоне ($k_{i0}^2 - \vec{k}_i^2 \neq 1$). В теории с фиксированным нуклоном этот матричный элемент легко сводится к матричному элементу упругого рассеяния реального π -мезона на нуклоне, если учесть, что в представлении импульсов часть гамильтониана (19), описывающая мезон-нуклонное взаимодействие, линейно зависит от \vec{k} и V_k (здесь и везде далее $V_k = \int \rho(\vec{z}) e^{i\vec{k}\vec{z}} d^3z$):

$$(k_2 | S | k_1) = \frac{k_1 k_2 V_{k_1} V_{k_2}}{p_1 p_2 V_{p_1} V_{p_2}} (p_2 | S | p_1) ; \quad (20)$$

$$k_{i0}^2 - k_i^2 \neq 1 ; \quad p_{i0}^2 - p_i^2 = 1.$$

При этом, конечно, существенно, что взаимодействие π -мезонов в (19) не включено; в противном случае зависимость гамильтониана от импульса имеет более сложный вид и соотношение (20), вообще говоря, не выполняется (подробнее см. 49,50).

Матричный элемент упругого рассеяния реального π -мезона на нуклоне подробно исследовался многими авторами (см. например, 50-52) и имеет вид:

$$(p | S | k) = 2\pi i V_k V_p \delta(k_0 - p_0) \times \quad (21)$$

$$\times \left\{ A(k_0) \tau_\alpha \tau_\beta \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} + B(k_0) (\tau_\alpha \tau_\beta \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} + \tau_\beta \tau_\alpha \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{p}) + C(k_0) \tau_\beta \tau_\alpha \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \right\} ;$$

$$A(k_0) = \frac{f^2}{k_0 - i\varepsilon} + \frac{1}{36\pi} \int_0^a \frac{dq}{\omega_q V_q^2} \left\{ \frac{4\sigma_{11} + 4\sigma_{13} + \sigma_{33}}{\omega_q + k_0 - i\varepsilon} + \frac{9\sigma_{33}}{\omega_q - k_0 - i\varepsilon} \right\}; \quad (22)$$

$$B(k_0) = \frac{1}{6\pi} \int_0^a dq \frac{2\sigma_{13} + \sigma_{33}}{V_q^2 (\omega_q^2 - k_0^2 - i\varepsilon)}; \quad (23)$$

$$C(k_0) = -\frac{f^2}{k_0 + i\varepsilon} + \frac{1}{36\pi} \int_0^a \frac{dq}{\omega_q V_q^2} \left\{ \frac{4\sigma_{11} + 4\sigma_{13} + \sigma_{33}}{\omega_q - k_0 - i\varepsilon} + \frac{9\sigma_{33}}{\omega_q + k_0 - i\varepsilon} \right\}. \quad (24)$$

Здесь $\sigma_{ij} \equiv \sigma_{ij}(q)$ - полное сечение $\pi-N$ взаимодействия в состоянии со спином $i/2$ и изотопическим спином $j/2$; $\omega_q^2 = 1 + q^2$; a^{-1} - характерный размер форм-фактора.

Учитывая выражения (20) - (24), матричные элементы, соответствующие диаграммы А и В, можно записать в виде:

$$S_A = -\frac{e^2}{(2\pi)^9} \int d^4(kpq) \bar{k} \bar{p} V_k V_p A_0(\bar{p}-\bar{q}) A_0(\bar{q}-\bar{k}) \frac{(p_0+q_0)(q_0+k_0)\delta(p_0-k_0)\delta(k_0-q_0)\delta(q_0-p_0)}{(k_0^2-\omega_k^2+i\varepsilon)(p_0^2-\omega_p^2+i\varepsilon)(q_0^2-\omega_q^2+i\varepsilon)} \Gamma(k_0); \quad (25)$$

$$S_B = \frac{e^2}{(2\pi)^9} \int d^4(kpq) \bar{k} \bar{p} V_k V_p A_0(\bar{p}-\bar{q}) A_0(\bar{q}-\bar{k}) \frac{\delta(k_0-p_0)\delta(q_0)}{(k_0^2-\omega_k^2+i\varepsilon)(p_0^2-\omega_p^2+i\varepsilon)} \Gamma(k_0); \quad (26)$$

где A_0 - Фурье-компонента электрического потенциала. В этих выражениях уже выполнено суммирование по спинам и изотопическим спинам, поэтому

$$\begin{aligned} \Gamma(k_0) &\equiv A(k_0) + 2B(k_0) + C(k_0) = \\ &= 8\pi i f^2 \delta(k_0) - \frac{2}{9\pi} \int_0^a \frac{dq}{V_q^2} \frac{\sigma_{11} + 4\sigma_{13} + 4\sigma_{33}}{k_0^2 - \omega_q^2 + i\varepsilon} = \\ &= 8\pi i f^2 \delta(k_0) - \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{dq}{V_q^2} \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{k_0^2 - \omega_q^2 + i\varepsilon}; \end{aligned} \quad (27)$$

где $\sigma^{\pm} \equiv \sigma^{\pm}(q)$ - полное сечение взаимодействия π^{\pm} -мезонов с протоном.

Для случая однородного электрического поля

$$A(\bar{k}) = -i (2\pi)^3 \bar{E} \nabla_{\bar{k}} \delta(\bar{k}).$$

Подставив это выражение в (25) и (26), получим после интегрирований и преобразований:

$$\begin{aligned} \alpha_A &= \frac{S_A}{i\pi\delta(0)E^2} = \\ &= -\frac{2e^2}{3\pi^3} i \int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \cdot k_0^2 \cdot \Gamma(k_0) \int_0^{\infty} \frac{dk \cdot k^{\nu}}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)^3} \left[\frac{12 \cdot V_k^2}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon} \left(1 + \frac{k^2}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon} \right) - V_k'^2 \right] = \\ &= -\frac{e^2}{48\pi^3} \int_0^{\infty} dp \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{V_p^2} \int_0^{\infty} \frac{dk \cdot k^{\nu}}{\omega_k^3 (\omega_k + \omega_p)^3} \left[\frac{3V_k^2}{\omega_k^{\nu} (\omega_k + \omega_p)^2} (5\omega_k^5 + 25\omega_k^4 \omega_p + \right. \\ &\quad \left. + 15\omega_k^3 \omega_p^2 + 3\omega_k^2 \omega_p^3 + 35\omega_k^3 + 47\omega_k^2 \omega_p + 25\omega_k \omega_p^2 + 5\omega_p^3) + 4V_k'^2 (3\omega_k + \omega_p) \right]; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \alpha_B &= \frac{S_B}{i\pi\delta(0)E^2} = \\ &= -\frac{e^2}{6\pi^3} i \int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \cdot \Gamma(k_0) \int_0^{\infty} \frac{dk \cdot k^{\nu}}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)^2} \left[\frac{2V_k^2}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon} \left(5 + \frac{4k^2}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon} \right) - V_k'^2 \right] = \\ &= \frac{4e^2 f^2}{3\pi} \int_0^{\infty} dk \cdot k^{\nu} \left[\frac{2V_k^2}{\omega_k^3} (\omega_k^2 + 4) + \frac{V_k'^2}{\omega_k^{\nu}} \right] + \frac{e^2}{24\pi^3} \int_0^{\infty} \frac{dp}{V_p^2} \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{\omega_p} \int_0^{\infty} \frac{dk \cdot k^{\nu}}{\omega_k^3 (\omega_k + \omega_p)^2} \times \\ &\quad \times \left[\frac{V_k^2}{\omega_k^{\nu} (\omega_k + \omega_p)^2} (8\omega_k^5 + 27\omega_k^4 \omega_p + 20\omega_k^3 \omega_p^2 + 5\omega_k^2 \omega_p^3 + 32\omega_k^3 + 58\omega_k^2 \omega_p + \right. \\ &\quad \left. + 40\omega_k \omega_p^2 + 10 \cdot \omega_p^3) + 2V_k'^2 (2\omega_k + \omega_p) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$V_k' \equiv dV_k / dk.$$

Что касается диаграммы С, то в общем случае мы не умеем рассчитывать диаграммы такого типа, вклад этой диаграммы мы можем вычислить лишь в виде ряда по степеням постоянной $f^2 = 0,08$:

$$S_c = f^4 S_c^{(4)} + f^6 S_c^{(6)} + \dots \quad (30)$$

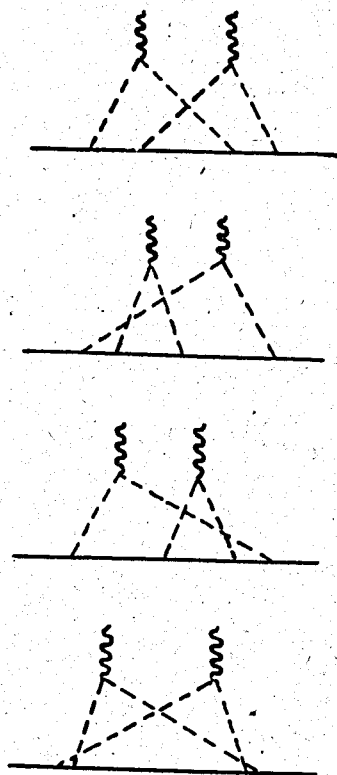


Рис. 8. Фейнмановские диаграммы матричных элементов S_c . — нуклон; ----- π -мезон; \sim электромагнитное поле.

Для вычисления первого члена этого разложения необходимо учитывать вклад всех (топологически различных) диаграмм, изображенных на рис. 8. Соответствующий матричный элемент равен:

$$\begin{aligned}
 S_c = & \frac{2i}{3} \frac{e^2 f^4}{(2\pi)^4} \int d^4(k \ell p q) V_k V_\ell V_p V_q \delta(k_0 + q_0 - \ell_0 - p_0) \delta(\ell_0 - p_0) \delta(q_0 - k_0) \times \\
 & \times \frac{1}{k_0 + p_0 - i\epsilon} \frac{(e_0 + q_0)(q_0 + k_0) A_0(\vec{e} - \vec{p}) A_0(\vec{q} - \vec{k})}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\epsilon)(\ell_0^2 - \omega_\ell^2 + i\epsilon)(p_0^2 - \omega_p^2 + i\epsilon)(q_0^2 - \omega_q^2 + i\epsilon)} \times \\
 & \times \sum_{\alpha \beta \gamma \delta} \delta_{\beta\gamma}^{12} \delta_{\delta\alpha}^{12} \left[\frac{\tau_\beta \tau_\delta \tau_\gamma \tau_\alpha \bar{\sigma} \cdot \vec{e} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{q} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{p} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{k}}{(e_0 - i\epsilon)(k_0 - i\epsilon)} + \frac{\tau_\delta \tau_\beta \tau_\gamma \tau_\alpha \bar{\sigma} \cdot \vec{q} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{e} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{p} \cdot \bar{\sigma} \cdot \vec{k}}{(k_0 - i\epsilon)(q_0 - i\epsilon)} \right] +
 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{\tau_p \tau_5 \tau_2 \tau_8 \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p}{(\rho_0 - i\varepsilon)(\rho_0 - i\varepsilon)} + \frac{\tau_5 \tau_p \tau_2 \tau_8 \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p}{(\rho_0 - i\varepsilon)(\rho_0 - i\varepsilon)} \end{aligned} \right] .$$

(В этом выражении суммирования по спину и изотопическому спину еще не выполнены).

Выражение (31) тождественно обращается в нуль, так как симметричные части интегралов меняют знак при замене переменных интегрирования:

$$\begin{aligned} & \int d^3(k e p q) V_k V_e V_p V_q A_0(\bar{e}-\bar{p}) A_0(\bar{q}-\bar{k}) \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_k = \\ & = \int \dots (-\bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_k + 2 \bar{p} \bar{q} \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_k) = 0 ; \\ & \quad (\bar{q} \leftrightarrow \pm \bar{k}) \quad ; (\bar{e} \rightarrow -\bar{e} ; \bar{p} \rightarrow -\bar{p}) \\ & \int \dots \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_k = 0 \quad , \quad (\bar{e} \leftrightarrow \pm \bar{p}) ; \\ & \int \dots \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p = 0 \quad , \quad (\bar{k} \leftrightarrow \pm \bar{q}) ; \\ & \int \dots \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p = \int \dots (-\bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_e \bar{\sigma}_p + 2 \bar{e} \bar{k} \bar{\sigma}_q \bar{\sigma}_p) = 0 ; \\ & \quad (\bar{q} \leftrightarrow \pm \bar{k}) \quad ; (\bar{e} \rightarrow -\bar{e} ; \bar{p} \rightarrow -\bar{p}) . \end{aligned}$$

Таким образом, с точностью до членов порядка f^4 электрическая поляризуемость нуклона

$$\begin{aligned} \alpha & = \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C = \\ & = \frac{4e^2 f^2}{3\pi} \int_0^\infty dk \left(\frac{k}{\omega_k}\right)^4 \left[\frac{2V_k^2}{\omega_k^4} (\omega_k^2 + 4) + V_k'^2 \right] + \\ & + \frac{e^2}{48\pi^2} \int_0^a dp \frac{\sigma^+(p) + \sigma^-(p)}{\omega_p V_p^2} \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\omega_k (\omega_k + \omega_p)^3} \times \\ & \times \left[\frac{V_k^2}{\omega_k^6 (\omega_k + \omega_p)^2} (16\omega_k^6 + 55\omega_k^5 \omega_p + 19\omega_k^4 \omega_p^2 + 5\omega_k^3 \omega_p^3 + \omega_k^2 \omega_p^4 + 64\omega_k^4 + \right. \\ & \left. + 75\omega_k^3 \omega_p + 55\omega_k^2 \omega_p^2 + 25\omega_k \omega_p^3 + 5\omega_p^4) + 8V_k'^2 \right] + O(e^2 f^6) + O(e^4 f^2) . \end{aligned} \quad (32)$$

Для конкретного вида V_k это выражение обычно значительно упрощается (см., например, ⁴⁸). Если выбрать $V_k = V_k^G \equiv e^{-k^2/2a^2}$, не зависящая от сечений σ^\pm часть выражения (32) может быть выражена через табулированный интеграл ошибок $\Phi(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-x^2} dx$:

$$\alpha_0 = \frac{e^2 f^2}{18} \left\{ e^{\frac{1}{a^2}} [1 - \Phi(\frac{1}{a})] \left(15 - \frac{30}{a^4} - \frac{4}{a^6} \right) - \frac{4}{a\sqrt{\pi}} \left(3 - \frac{7}{a^2} - \frac{1}{a^4} \right) \right\}. \quad (33)$$

После этого значение α_0 легко вычисляется.

Подчеркнем, что в рассматриваемой теории поляризуемость протона и нейтрона оказывается одинаковой:

$$\alpha = \alpha_p = \alpha_n.$$

На рис. 9 приведены результаты численных расчетов полной величины α и отдельно мезонной поправки $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$ *) для случаев гауссова форм-фактора $V_k = V_k^G$ и юкавского форм-фактора $V_k = V_k^Y \equiv a^2/(a^2 + k^2)$. Как видно, величина α слабо чувствительна к увеличению параметра обрезания a . Изменение α из-за различного выбора вида форм-фактора не превышает 10%. Для значения $a = 5,6$, которое обычно используется для объяснения различных экспериментальных данных в теории с фиксированным нуклоном (соответствующий размер источника π -мезонного поля $a^{-1} \approx 2,5 \cdot 10^{-14}$ см) поляризуемость

$$\alpha = 13,0 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3,$$

$$\Delta\alpha = 2,7 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \approx 20\% \alpha$$

для случая гауссова форм-фактора; и

$$\alpha = 11,8 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$$

$$\Delta\alpha = 2,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \approx 20\% \alpha$$

для случая юкавского форм-фактора.

*) Значения мезонных поправок $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ (см. далее) вычислены по средним экспериментальным значениям σ^\pm из обзора ⁸ на электронной счетной машине М-20 по программе, составленной И.Кухтиной.

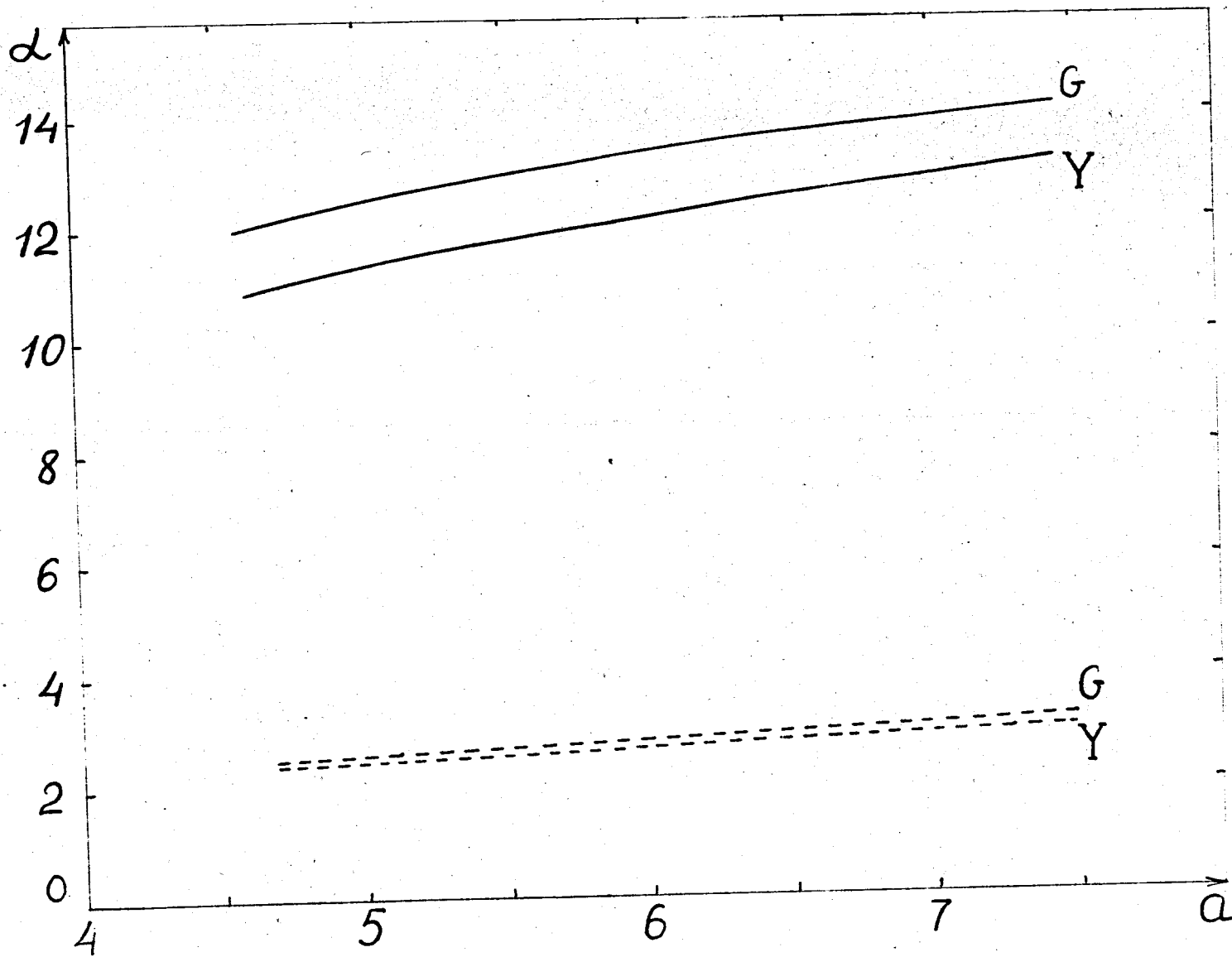


Рис. 9. Электрическая поляризуемость нуклона.

Пунктиром указаны мезонные поправки $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$.
 G - гауссов, Y - юкавский форм-фактор. Значения α и $\Delta\alpha$ даны в единицах 10^{-43} см³.
 значения параметра α_0 в единицах массы π мезона.

Эти значения хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными из опытов с γ -квантами, и с результатами А.М.Балдина (см. выше). При всех разумных значениях параметра обрезания α электрическая поляризуемость нейтрона оказывается во много раз меньше значения, полученного в работах²⁸⁻³⁰ из опытов с медленными нейтронами.

§ 4.4. Магнитная поляризуемость в теории с фиксированным нуклоном

Учитывая снова выражения (20) - (24), вклад диаграмм А и В можно записать в виде:

$$S_A = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \int d^4(kpq) \bar{k} \cdot \bar{p} V_k V_p (\bar{p} + \bar{q}) \cdot \bar{A}(\bar{p} - \bar{q}) (\bar{q} + \bar{k}) \cdot \bar{A}(\bar{q} - \bar{k}) \times \\ \times \frac{\delta(p_0 - q_0) \delta(k_0 - q_0) \delta(q_0 - p_0)}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)(p_0^2 - \omega_p^2 + i\varepsilon)(q_0^2 - \omega_q^2 + i\varepsilon)} \Gamma(k_0); \quad (34)$$

$$S_B = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \int d^4(kpq) \bar{k} \cdot \bar{p} V_k V_p \bar{A}(\bar{p} - \bar{q}) \cdot \bar{A}(\bar{q} - \bar{k}) \times \\ \times \frac{\delta(k_0 - p_0) \delta(q_0)}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)(p_0^2 - \omega_p^2 + i\varepsilon)} \Gamma(k_0); \quad (35)$$

где \bar{A} - Фурье-компонента векторного потенциала, а $\Gamma(k_0)$ определяется формулой (27).

В случае однородного магнитного поля

$$\bar{A}(\bar{k}) = \frac{i}{2} (2\pi)^3 [\bar{B} \cdot \nabla_k \delta(\bar{k})]$$

матричные элементы (34) и (35) приводятся к виду:

$$\beta_A = \frac{S_A}{i\pi \delta(0) B^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^2}{3\pi^3} i \int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \cdot \Gamma(k_0) \int_0^{\infty} dk \frac{k^4 V_k^2}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)^3} = \\
&= \frac{8e^2 f^2}{3\pi} \int_0^{\infty} dk \cdot k^4 \frac{V_k^2}{\omega_k^6} + \frac{e^2}{24\pi^3} \int_0^a \frac{dp}{V_p^2} \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{\omega_p} \int_0^{\infty} \frac{dk \cdot k^4 V_k^2}{\omega_k^5 (\omega_k + \omega_p)^5} (8\omega_k^2 + 9\omega_k \omega_p + 3\omega_p^2);
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\beta_B = \frac{S_B}{i\pi \delta(0) B^2} = - \frac{d_B}{2}; \tag{37}$$

где d_B определяется выражением (29).

Для вычисления S_c ограничимся снова лишь диаграммами на рис. 6, пренебрегая всеми членами порядка f^6 и выше. Тогда после суммирования по изотопическому спину

$$\begin{aligned}
S_c = & - \frac{8i}{3} \frac{e^2 f^4}{(2\pi)^4} \delta(0) \int d^4(klpq) V_k V_e V_p V_q (\bar{e} + \bar{p}) \cdot \bar{A}(\bar{e} - \bar{p}) (\bar{q} + \bar{k}) \cdot \bar{A}(\bar{q} - \bar{k}) \times \\
& \times \frac{\delta(\ell_0) \delta(\eta_0)}{(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)(\ell_0^2 - \omega_\ell^2 + i\varepsilon)(p_0^2 - \omega_p^2 + i\varepsilon)(\eta_0^2 - \omega_\eta^2 + i\varepsilon)(\kappa_0 + p_0 - i\varepsilon)} \times
\end{aligned} \tag{38}$$

$$\times \left[\frac{\bar{\sigma} \cdot \bar{q} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{e} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{k}}{(\kappa_0 - i\varepsilon)^2} + \frac{\bar{\sigma} \cdot \bar{e} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{q} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{k} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{p}}{(p_0 - i\varepsilon)^2} - \frac{2 \bar{\sigma} \cdot \bar{k} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{k} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{e} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \cdot \bar{\sigma} \cdot \bar{e}}{(\kappa_0 - i\varepsilon)(p_0 - i\varepsilon)} \right]$$

После преобразований для случая однородного магнитного поля это выражение можно переписать в виде:

$$S_c = - \frac{8i}{3} \frac{e^2 f^4}{(2\pi)^5} \delta(0) \int d^4(kp) \frac{V_k^2 V_p^2}{(\kappa_0 + p_0 - i\varepsilon)(k_0^2 - \omega_k^2 + i\varepsilon)^2 (p_0^2 - \omega_p^2 + i\varepsilon)^2} \times$$

$$\times \left[\frac{\bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_p \bar{B}}{(k_0 - i\varepsilon)^2} + \frac{\bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_k \bar{B} \bar{\sigma}_p \bar{B}}{(p_0 - i\varepsilon)^2} - \frac{2 \bar{\sigma}_k \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_k \bar{B} \bar{\sigma}_p \bar{B}}{(k_0 - i\varepsilon)(p_0 - i\varepsilon)} \right] \quad (39)$$

Собирая все члены, получим для магнитной поляризуемости нуклона окончательное выражение:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_A + \beta_B + \beta_C = \\ &= \frac{2e^2 f^2}{3\pi} \int_0^\infty dk \left(\frac{k}{\omega_k}\right)^4 \left[\frac{2V_k^2}{\omega_k^4} (\omega_k^2 - 4) - V_k^{12} \right] + \frac{e^2}{48\pi^3} \int_0^a \frac{d\rho}{V_p^2} \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{\omega_p} \times \\ &\times \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\omega_k^2 (\omega_k + \omega_p)^2} \left[\frac{V_k^2}{\omega_k^4 (\omega_k + \omega_p)^2} (8\omega_k^5 + 7\omega_k^4 \omega_p + 4\omega_k^3 \omega_p^2 + \omega_k^2 \omega_p^3 - 32\omega_k^3 - \right. \\ &\left. - 58\omega_k^2 \omega_p - 40\omega_k \omega_p^2 - 10\omega_p^3) - 2V_k^{12} (2\omega_k + \omega_p) \right] + \\ &+ \frac{8}{27} \frac{e^2 f^4}{\pi^2} \int_0^\infty d(k\rho) \frac{k^4 \rho^4}{\omega_k^5 \omega_p^5 (\omega_k + \omega_p)^3} (3\omega_k^4 + 6\omega_k^3 \omega_p + 4\omega_k^2 \omega_p^2 + 6\omega_k \omega_p^3 + 3\omega_p^4) + \\ &+ O(e^2 f^6) + O(e^4 f^2). \end{aligned} \quad (40)$$

Для частного случая $V_k = V_k^G$ основная часть этого выражения, не включающая мезонных поправок, имеет особенно простой вид:

$$\beta_0 = \frac{e^2 f^2}{36} \left\{ e^{\frac{1}{a^2}} \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{a}\right) \right] \left(3 + \frac{72}{a^2} + \frac{54}{a^4} + \frac{4}{a^6} \right) - \frac{4}{a\sqrt{\pi}} \left(12 + \frac{13}{a^2} + \frac{1}{a^4} \right) \right\} \quad (41)$$

и легко вычисляется.

На рис. 10 приведены значения полной магнитной поляризуемости β и отдельно значения мезонной поправки $\Delta\beta = \beta - \beta_0$ для случаев $V_k = V_k^G$ и $V_k = V_k^Y$ *). Как видно, величина β оказывается очень чувствительной к изменению параметра обрезания a . Изменение β при переходе к другому виду форм-фактора составляет около 150%.

*) См. сноску на стр. 38.

Для значения $a = 5,6$

$$\beta = -0,38 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3;$$

$$\Delta\beta = -0,11 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \approx 30\% \beta,$$

если $V_K = V_K^G$, и

$$\beta = -0,60 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3;$$

$$\Delta\beta = -0,25 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \approx 40\% \beta,$$

если $V_K = V_K^Y$.

Значения β одинаковы для протона и нейтрона.

Как видно, магнитная поляризуемость нуклона отрицательна и по абсолютной величине намного меньше его электрической поляризуемости. Это не противоречит результатам, полученным из анализа экспериментальных данных (см. § 2,2). Отрицательный знак β указывает, что первый член в формуле (7), зависящий от d_m , является не основным. Следует, однако, отметить, что малые значения получаются в результате компенсации вкладов диаграмм А, В и С, каждый из которых в отдельности в несколько раз превосходит суммарное значение β . Поэтому возможно, что приведенные на рис. 10 значения не очень точны. На это указывает также очень большой вклад мезонных поправок $\Delta\beta/\beta \gg \Delta d/d^*$.

§ 4.5. Учет отдачи и π - $\bar{\pi}$ взаимодействия

В последнее время интенсивно разрабатываются методы расчета, основанные на двойных дисперсионных соотношениях. Эти методы позволяют, в принципе, ввести поправки на отдачу нуклонов, а также учесть π - $\bar{\pi}$ взаимодействие, которое, по-видимому, играет важную роль в структуре нуклонов. В случае электрической и магнитной поляризуемости это можно сделать, если рассмотреть амплитуду комптон-эффекта на нуклоне. Если ограничиться рассмотрением лишь таких процессов, когда в промежуточных состояниях происходит обмен лишь минимальным числом π -мезонов на нуклоне, то эту амплитуду можно выразить через ампли-

*⁴⁸ В формуле (2) из предварительного сообщения⁴⁸ имеется опечатка: вместо выражения $(2 - k^2/a^2)(2 - p^2/a^2)$ в этой формуле должно быть $(3/2 - k^2/a^2)(3/2 - p^2/a^2)$.

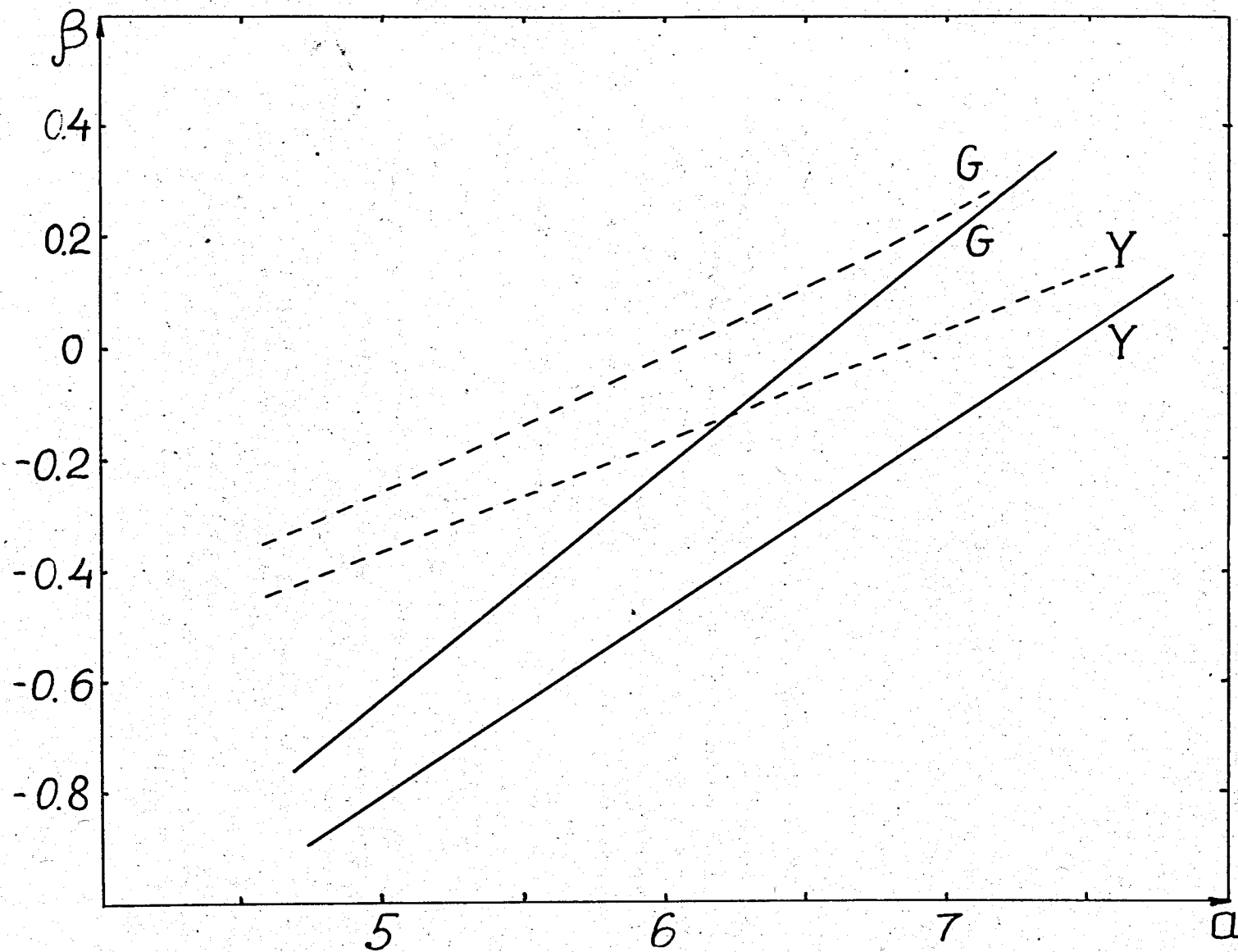


Рис. 10. Магнитная поляризуемость нуклона.

Пунктиром указаны мезонные поправки $\Delta\beta = \beta - \beta_0$.
 G - гауссов, Y - юкавский форм-фактор. Значения β и $\Delta\beta$ даны в единицах 10^{-43} см³;
 значения параметра α - в единицах π -мезона.

туды комптон-эффекта на π -мезоне, фоторождения π -мезонов на нуклоне и упругого π - N рассеяния, которые в свою очередь могут быть выражены через амплитуды этих же процессов и амплитуду π - π рассеяния. Окончательно получается сложная система зацепляющихся интегральных уравнений. Решение этой системы представляет очень большие трудности даже в том случае, если для некоторых амплитуд использовать их экспериментальные значения.

Каких-либо конкретных результатов на этом пути еще не получено.

В работе ⁵³ отдача нуклонов учитывалась в рамках релятивистской теории возмущений. Неудовлетворительность этой теории в применении к расчетам мезонных взаимодействий обсуждалась во многих работах. Нам не ясно, на каком основании можно предполагать, что для поляризуемости нуклонов ситуация будет иной*).

§ 4.6. Поляризуемость облака К-мезонов в нуклоне

Большая величина сечений К-мезонов с нуклонами и π -мезонами⁸ указывает на значительную роль К-мезонов в структуре глубоких ($\sim \hbar/m_K c = 0,4 \cdot 10^{-13}$ см) слоев нуклона. Так как поляризуемости α и β связаны, по-видимому, в основном с периферическими областями нуклона (во всяком случае для протонов), то можно ожидать, что вклад электрической и магнитной поляризуемостей К-мезонного облака будет невелик. Порядок величины этого вклада можно оценить с помощью соображений, подобных тем, что использовались в § 4.1 для случая π -мезонов:

$$\alpha_{(K)} \sim \frac{e^2}{\hbar c} \frac{f_K^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{m_K c} \right)^3 \sim \left(\frac{f_K}{f} \right)^2 \left(\frac{m}{m_K} \right)^3 \alpha_{(\pi)}, \quad (42)$$

где f и f_K - постоянные связи π - N и K - N взаимодействий; m и m_K - массы π - и К-мезонов. Из анализа экспериментальных данных по K - N взаимодействиям следует, что

*) В работе ⁵³ получено значение $\alpha_p < 0$, что трудно понять с точки зрения наших представлений о структуре нуклонов и кажется противоречащим известным экспериментальным данным о величине α_p . Возможно, отрицательное значение α_p , связано с тем, что в работе ⁵³ использовалось определение α , включающее не только эффект электрической поляризуемости нуклона, но и чисто кинематические эффекты движения нуклона, пропорциональные квадрату электрического поля E^2 .

$$f_{\kappa}^2 / f^2 \sim (0,3 \div 0,6)$$

(см. например, ^{54, 55}), поэтому

$$\alpha_{(\kappa)} / \alpha_{(\pi)} \sim 1\%. \quad (43)$$

Пренебрежимо малой оказывается также и магнитная поляризуемость $\beta_{(\kappa)}$.

У. Электрическая и магнитная поляризуемость π -мезона

Подобно нуклону π -мезон окружен облаком виртуальных нейтральных и заряженных частиц и должен поэтому обладать электрической и магнитной поляризуемостями α_{π} и β_{π} .

В настоящее время полностью отсутствуют какие-либо экспериментальные данные об этих поляризуемостях. Некоторые заключения об этих величинах можно получить лишь теоретическим путем. Рассмотрим для этого упругое рассеяние γ -квантов на π -мезоне.

Если пренебречь вкладом виртуальных процессов, в которых участвуют частицы более тяжелые, чем π -мезон, то амплитуду упругого γ - π рассеяния Φ с помощью двойных дисперсионных соотношений и условия унитарности можно выразить через амплитуды упругого π - π рассеяния и фоторождения π -мезона на π -мезоне (см. рис. 11). Мы не будем останавливаться на этих расчетах и приведем лишь результат вычисления Φ :

$$\Phi = \Phi_1 \left(\frac{1}{2} \bar{e} \bar{e}' - \frac{1}{2} \bar{e} \bar{\kappa}' \bar{e}' \bar{\kappa} \right) + \Phi_2 \frac{1}{t} (s_1 - 1)(s_2 - 1) \bar{e} \bar{\kappa}' \bar{e}' \bar{\kappa}; \quad (44)$$

$$\Phi_1 = 2e^2 \tau_{\pi} + [2s_1 t + (s_1 - 1)^2] I_1(s_1) + [2s_2 t + (s_2 - 1)^2] I_2(s_2) + t I_3(t); \quad (45)$$

$$\Phi_2 = \frac{2e^2 \tau_{\pi}}{(s_1 - 1)(s_2 - 1)} - I_1(s_1) - I_2(s_2); \quad (46)$$

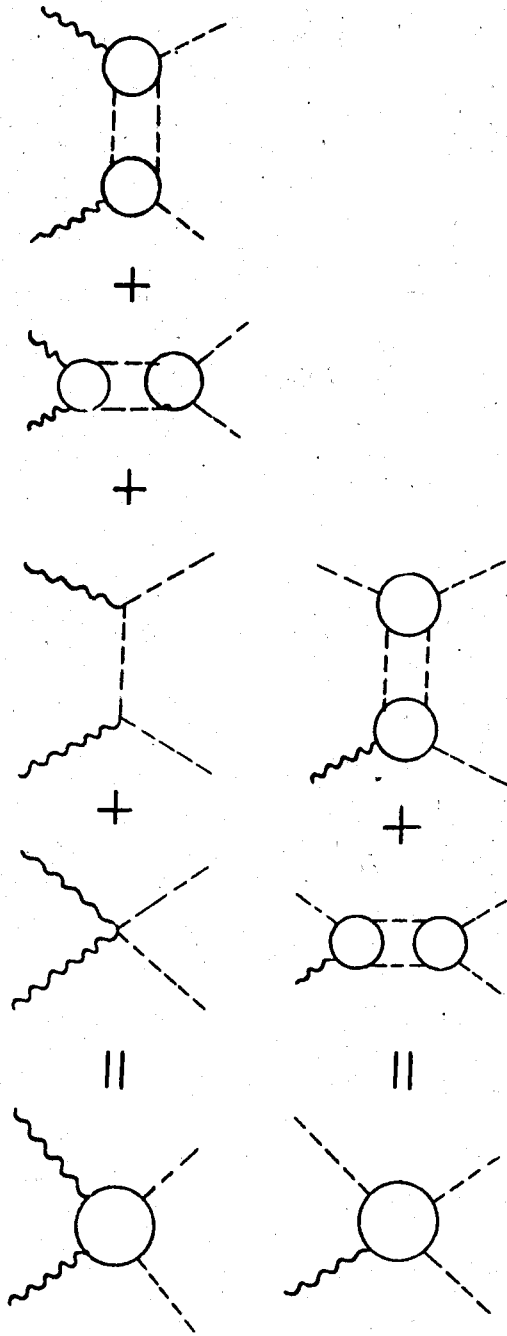


Рис. 11. Комптон-эффект на мезоне.

$$I_i(s_i) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{1}{4}(s-1)(s-s_i)}^{\infty} \frac{\sigma(s)}{ds} \quad \text{для } i=1,2; \quad (47)$$

$$I_3(t) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{1}{4}(q^2+1)-t}^{\infty} \frac{dq^2}{(q^2+1)} \left\{ F_{0S}(q^2) e^{-i\delta_{0S}} \sin \delta_{0S} + \frac{1}{2} F_{2S}(q^2) e^{-i\delta_{2S}} \sin \delta_{2S} \right\} \quad (48)$$

Здесь $s_1 = 1 + 2\kappa$; $s_2 = 1 - 2\kappa'$; $t = -2\kappa\kappa'(1 - \cos\theta)$; $\kappa' = \kappa / [1 + \kappa(1 - \cos\theta)]$;

$\vec{k}_u \vec{k}'$, $\vec{p}_u \vec{p}'$ - векторы энергии-импульса γ -квантов и π - мезонов соответственно до и после рассеяния; \vec{e} и \vec{e}' - единичные векторы поляризации γ -квантов; θ - угол рассеяния γ -кванта; $\sigma(s)$ - полное сечение фоторождения $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$; δ_{0S} и δ_{2S} - фазы упругого π - π рассеяния в S -состоянии с изотопическим спином $T=0$ и $T=2$; F_{0S} и F_{2S} - амплитуды процесса $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$ в S -состоянии при $T=0$ и $T=2$, которые можно выразить через сечение σ и фазы δ_{0S} и δ_{2S} ;

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad -\sqrt{2} \quad \text{и} \quad \tau_{\pi} = 1, \quad 0$$

соответственно для рассеяния на заряженном и нейтральном π -мезонах.

Все величины относятся к лабораторной системе координат. Подробности, касающиеся вычисления выражений (44) - (48), можно найти в работе ⁵⁶. В этой же работе приведены соотношения, связывающие амплитуды F_{0S} и F_{2S} с сечением σ и фазами δ_{0S} и δ_{2S} .

Сечение упругого γ - π^{\pm} рассеяния, усредненное по поляризациям $\lambda=1,2$ рассеивающегося γ -кванта и просуммированное по поляризациям $\lambda'=1,2$ рассеянного γ -кванта, равно ^{*}):

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \lambda'} |\Phi|^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \lambda'} \left[\frac{1}{4} |\Phi_1|^2 (\vec{e}_\lambda \vec{e}'_{\lambda'})^2 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\Phi_1 \Phi_3^*) \vec{e}_\lambda \vec{e}'_{\lambda'} \vec{e}'_{\lambda'} \vec{k}' \vec{e}'_{\lambda'} \vec{k} + \frac{1}{4} |\Phi_3|^2 (\vec{e}'_{\lambda'} \vec{k}')^2 (\vec{e}'_{\lambda'} \vec{k})^2 \right] \quad (49)$$

^{*}) При этом направления двух независимых единичных векторов поляризации удобно выбрать в виде: $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$; $\vec{e}'_1 \perp \vec{e}'_2$; $\vec{e}_1 \parallel \vec{e}'_1$; $\vec{e}_2 \vec{e}'_2 = \cos \theta$.

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} |\Phi_1|^2 (1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\Phi_1 \Phi_3^*) \kappa \kappa' \cos \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{2} |\Phi_3|^2 \kappa^2 \kappa'^2 \sin^4 \theta \right],$$

где

$$\Phi_3 \equiv \Phi_1 - (S_1 - 1)(S_2 - 1) \Phi_2.$$

Отбрасывая в этом выражении все члены с зависимостью от κ более сильной, чем квадратичная, получим окончательно для заряженных π -мезонов:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{e^4}{2} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) \left[1 - 2 \frac{\kappa^2}{e^2} I_3 \right] + \right. \\ \left. + 4 \frac{\kappa^2}{e^2} \cos \theta (2I_1 + 2I_2 + I_3) \right\} + O(\kappa^3), \quad (50)$$

где действительные величины I_1 , I_2 и I_3 определяются формулами (47) - (48) при $S_i = 1$ и $t = 0$.

С другой стороны подобно тому, как это было сделано в § 2.1, сечение $d\sigma(\theta)/d\Omega$ для заряженных π -мезонов можно выразить с помощью простых классических рассуждений через электрическую и магнитную поляризуемости π^\pm -мезона α_{π^\pm} и β_{π^\pm} :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{e^4}{2} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) \left[1 - 2\kappa^2 \left(\frac{\langle z_e^2 \rangle_{\pi^\pm}}{3} + \frac{\alpha_{\pi^\pm}}{e^2} \right) \right] - 4\kappa^2 \frac{\beta_{\pi^\pm}}{e^2} \cos \theta \right\} + O(\kappa^3). \quad (51)$$

Здесь $\langle z_e^2 \rangle_{\pi^\pm}$ - средний квадратичный электрический радиус π^\pm -мезона*).

Сравнение выражений (50) и (51) определяет поляризуемости α_{π^\pm} и β_{π^\pm} :

$$\alpha_{\pi^\pm} = I_3 - \frac{e^2}{3} \langle z_e^2 \rangle_{\pi^\pm}; \quad (52)$$

*) В случае взаимодействия γ -квантов с нуклонами классическое рассмотрение дает только лишь часть членов, пропорциональных κ^2 ; другую часть дает формула Клейна-Нишины (см. § 2.1). При взаимодействии γ -квантов с π -мезоном классическое рассмотрение дает все члены, пропорциональные κ^2 .

$$\beta_{\pi^{\pm}} = -(2I_1 + 2I_2 + I_3) \quad (53)$$

Для вычисления численных значений этих поляризуемостей необходимо знать сечение $\sigma(s)$ и фазы δ_{0s} и δ_{2s} . Сечение фоторождения $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ в принципе можно определить из анализа периферических взаимодействий γ -квантов с нуклоном $\gamma + N \rightarrow N + \pi + \pi$ (см. рис. 12), если использовать экстраполяционную процедуру, подобную той, что была предложена Чу и Лоу⁵⁷. Однако такой анализ в настоящее время еще не выполнен. Неизвестна пока еще и амплитуда π - π рассеяния, хотя в этом направлении ведутся интенсивные теоретические и экспериментальные исследования. Поэтому из соотношений (52) и (53) мы можем получить в настоящее время лишь некоторые качественные заключения.

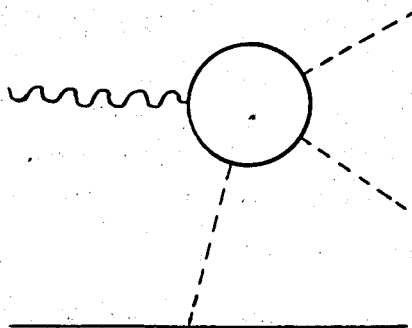


Рис. 12. Рождение π -мезонов при периферическом взаимодействии γ -кванта с нуклоном.

Так как электрическая поляризуемость не может быть отрицательной, то из (52) следует, что $I_3 > 0$. Величины I_1 и I_2 также положительны, как это легко видеть из формулы (47) при $S_z = 1$. Поэтому магнитная поляризуемость π^{\pm} -мезонов $\beta_{\pi^{\pm}} < 0$. (На классическом языке можно сказать, что π -мезон — диамагнетик).

Различные оценки указывают, что электрический радиус π^\pm -мезона примерно того же порядка, что и электрический радиус протона $8-11$. Поэтому из соотношения (52) можно заключить, что π - π рассеяние в S -состоянии достигает значительной величины. Это вывод согласуется с результатами, полученными в работе ⁵⁸ из анализа экспериментальных данных по τ -распадам.

В случае рассеяния γ -квантов на π^0 -мезонах амплитуда Φ не содержит членов, пропорциональных K ; сечение в этом случае является билинейной функцией I_1, I_2, I_3 и пропорционально K^4 :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = K^4 \left\{ [2(I_1 + I_2)^2 + 2(I_1 + I_2)I_3 + I_3^2] (1 + \cos^2\theta) - 2I_3(2I_1 + 2I_2 + I_3) \cos\theta \right\} \quad (54)$$

Используя соображения, приведенные в § 2.1, можно получить феноменологическую формулу для этого сечения:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{K^4}{2} \left[(\alpha_{\pi^0}^2 + \beta_{\pi^0}^2) (1 + \cos^2\theta) + 4\alpha_{\pi^0} \beta_{\pi^0} \cos\theta \right] + O(K^6) \quad (55)$$

Из сравнения выражений (54) и (55) получим для электрической и магнитной поляризуемостей π^0 -мезона:

$$\alpha_{\pi^0} = I_3 \quad ; \quad (56)$$

$$\beta_{\pi^0} = -(2I_1 + 2I_2 + I_3) \quad (57)$$

При этом знаки в решении квадратного уравнения для α_{π^0} и β_{π^0} выбраны таким образом, чтобы выражения для поляризуемостей заряженных и нейтральных π -мезонов имели одинаковый вид (напомним, что I_3 имеет различные значения для заряженных и нейтральных π -мезонов и $\langle \tau_e^2 \rangle_{\pi^0} = 0$ из соображений зарядовой симметрии).

Таким образом, из совместного рассмотрения экспериментальных и теоретических данных можно получить целый ряд количественных и качественных заключений об электрических и магнитных поляризуемостях нуклонов и π -мезонов.

Однако многие вопросы остаются еще неясными и требуют дальнейшего теоретического и экспериментального изучения. В первую очередь здесь следует отметить необходимость дальнейшего экспериментального исследования электрической и магнитной поляризуемостей протона. Очень важно также теоретическое исследование влияния отдачи и π - π - взаимодействия.

В заключение мы считаем своим приятным долгом поблагодарить Д.И.Блохинцева за обсуждение. Мы благодарны также А.М.Балдину за советы и ценные критические замечания в процессе нашей работы.

Л и т е р а т у р а

1. Д.И.Блохинцев, В.С.Барашенков, Б.М.Барбашов. УФН 68, 417 (1959).
2. А.М.Baldin. Nucl.Phys. 18, 310 (1960).
3. В.И.Гольданский, О.А.Карпухин, А.В.Куценко, В.В.Павловская. ЖЭТФ, 38, 1695 (1960);
4. Ю.А.Александров, И.И.Бондаренко. ЖЭТФ, 31, 726 (1956).
5. В.С.Барашенков, И.П.Стаханов, Ю.А.Александров. ЖЭТФ, 32, 154 (1957).
6. E.M.Purcell, N.F.Ramsey. Phys.Rev. 78, 807 (1950).
7. Riazuddin. Phys.Rev. 114, 1184 (1959).
8. В.С.Барашенков, В.М.Мальцев. Fortschr.d.Phys. (будет опубликовано).
9. V.S.Barashenkov. Nucl.Phys. 22, 71 (1961).
10. W.R.Frazer, J.R.Fulco. Phys.Rev.Lett. 2, 365 (1959); Phys.Rev. 117, 1609 (1960).
11. J.L.Powell. Phys.Rev. 75, 32 (1949).
12. Л.Ландау, Е.Лифшиц. Теория поля, Москва 1948.
13. В.А.Петрунькин. ЖЭТФ, 40, 1148 (1961).
14. F.E.Low. Phys.Rev. 96, 1428 (1954).
15. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger. Phys.Rev. 96, 1433 (1954).
16. L.W.Alvarez, F.S.Crawford, Jr, M.L.Stevenson. Phys.Rev. 112, 1267 (1958).
17. G.E.Pugh, R.Gomez, D.Frisch, G.S.Janes. Phys.Rev. 105, 982 (1957).

18. L.G.Nyman, R.Ely, D.H.Frisch, M.A.Wahlig. Phys. Rev. Lett. 3, 93 (1959).
19. C.L.Oxley. Phys.Rev. 110, 733 (1958).
20. C.L.Oxley, V.L.Telegdi. Phys.Rev. 100, 435 (1955).
21. G.Bernardini . Доклад на IX международной конференции по физике
* высоких энергий. Киев, 1959.
22. G.Bernardini, A.O.Hanson, A.C.Odian, T.Yamagata, L.V.Auerbach. Nuovo Cim. 18, 1203 (1960).
23. В.В.Павловская. Кандидатская диссертация, ФИАН СССР 1961.
24. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, W.E.Tirring. Phys.Rev. 95, 1612 (1954).
25. M.Cini, R.Stroffolini. Nucl.Phys. 5, 684 (1958).
26. Л.И.Липидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 39, 1286 (1960).
27. D.R.Yennie, M.M.Levy, D.G.Ravenhall. Rev.Mod.Phys. 29, 144 (1957).
28. Ю.А.Александров. ЖЭТФ, 33, 294 (1957).
29. Ю.А.Александров. Материалы Всесоюзной конференции по ядерным реакциям
при малых и средних энергиях, Москва, 1957.
30. Ю.А.Александров. Кандидатская диссертация. 1959.
31. В.М.Копров, Л.Н.Усачев. Доклад на Всесоюзной конференции по ядерной
спектроскопии, 1960.
32. В.М.Копров. ЖЭТФ, 38, -639 (1960).
33. В.М.Агранович, Д.Д.Одинцов (цитируется по 31).
34. И.П.Стаханов (цитируется по 31).
35. G.Breit, M.L.Rustgi. Phys.Rev. 114, 830 (1959).
36. В.Е.Колесов, В.С.Ставинский (цитируется по 31).
37. J.T.Sample. Canad.J.Phys. 34, 36 (1956).
38. A.Langsdorf, Jr.R.O.Lane, J.E.Monahan. Phys.Rev. 107, 1077 (1957).
39. R.M.Thaler. Phys.Rev. 114, 827 (1959).
40. A.Langsdorf, Jr. (цитируется по 39).
41. S.Sawada; Prog.Theor.Phys. 24, 1132 (1960).
42. L.L.Foldy. Phys.Rev.Lett. 3, 105 (1959).
43. M.Chretien, R.E.Peierls. Proc.Roy. Soc. 233 A, 468 (1954).
44. В.С.Барашенков. Кандидатская диссертация, 1955.
45. С.Швебер, Г.Бете, Ф.Гофман "Мезоны и поля", т.1, гл. 19.
46. F.Rohrlich. Phys. Rev. 80, 666 (1950).
47. V.S.Barashenkov, В.М.Barbashev. Nucl.Phys. 9, 426 (1958).

48. V.S.Barashenkov, H.J.Kaiser, A.A.Ogreba. *Nuovo Cim.* 20, 593 (1961).
49. H.Miyazawa. *Phys.Rev.* 101, 1564 (1956).
50. H.Miyazawa. *Phys. Rev.* 104, 1741 (1956).
51. G.F.Chew, F.E.Low. *Phys.Rev.* 101, 1570 (1956).
52. G.C.Wick. *Rev.Mod.Phys.* 27, 339 (1955).
53. T.Ueda, M.Sawamura. *Prog.Theor.Phys.* 24, 519 (1960).
54. S.N.Biswas, V.Gupta. *Nucl.Phys.* 21, 137 (1960).
55. K.Igi. *Prog. Theor. Phys.* 25, 201 (1961).
56. M.Gourdin, A.Martin. *Nuovo Cim.* 17, 224 (1960).
57. G.F.Chew, F.E.Low. *Phys. Rev.* 113, 1640 (1959).
58. Ю.Вольф, В.Целлнер. Препринт ОИЯИ Д-703 (1961).