



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

И.М. Матора

P-769

О ФАЗИРУЮЩЕМ ДЕЙСТВИИ
УСКОРЯЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
ПОЛЯ В ЦИКЛОТРОНЕ

ЖЭТФ, 1962, т 32, в 8, с 917-918

И.М. Матора

P-769

О ФАЗИРУЮЩЕМ ДЕЙСТВИИ
УСКОРЯЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
ПОЛЯ В ЦИКЛОТРОНЕ

1189/4 стр.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Мгновенное значение угловой частоты обращения иона, движущегося в средней магнитной плоскости циклотрона, есть

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{Z}{A} \operatorname{arcc} \frac{H}{m_0 c^2 + W} - \frac{Z}{A} \frac{e}{m} \frac{E_n}{v} = \omega_L - \frac{Z}{A} \frac{e}{m} \frac{E_n}{v}. \quad (1)$$

Здесь v - скорость, W - кинетическая энергия на нуклон, R - радиус кривизны траектории, Ze - заряд, A - масса, ω_L - Ларморова частота обращения иона в магнитном поле H , E_n - проекция вектора напряженности электрического поля на нормаль к траектории.

В начальный период ускорения при широкой щели между дуантами компонента E_n электрического поля столь велика, что, как легко показать, значение Ω может на некоторых участках спиральной траектории более чем вдвое отличаться от частоты изменения ускоряющего электрического поля ω , которая близка к ω_L . Это является причиной т.н. фазовой группировки в начальный период ускорения. Особенно резкие сдвиги фаз имеют место, когда ускоряются ионы при широкой щели на кратных гармониках высокочастотного поля. Здесь ускорение качественно отличается от ускорения первой гармоникой тем, что предельно удаленные от середины ускоряющей щели и, следовательно, практически перпендикулярные к вектору \vec{E} участки траекторий проходятся ионами в то время, когда напряженность электрического поля максимальна ($E_n \sim E_m$). В случае же ускорения 1-й гармоникой упомянутые участки ионы проходят при напряженности электрического поля, близкой к нулю. Этим объясняется отмеченная в [2] невозможность ускорения на "субгармониках" при бесконечно широкой щели.

В линзовом режиме ускорения при прямой щели между дуантами $E_n \approx 0$, т.е. влиянием электрического поля на сдвиги фаз можно пренебречь. Однако, если щель искривлена или проходит в стороне от центра, $E_n \neq 0$, и в соответствии с (1), это следует учитывать в расчетах. Многочисленные ошибочные предложения, например, [3-4], в которых выражалась надежда компенсировать фазовые сдвиги с помощью симметричного относительно центра камеры циклотрона искривления ускоряющей щели, выдвигались авторами, безосновательно игнорировавшими фазирующее действие ускоряющего поля за счет $E_n \neq 0$.

Расчет эффектов, вызываемых $E_n \neq 0$, можно производить различными методами.

Расчеты фазовых сдвигов в начале ускорения обычно выполняются с помощью анализа решения уравнений движения ионов в скрещенных магнитном и электрическом полях для областей, в которых они приближенно однородны ($\vec{H} \parallel Oz$, $\vec{E} \parallel Ox$, $E_x = E_m \cos \omega t$, $H = \text{const}$, $E_m = \text{const}$.)

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= k\omega \dot{y} + \omega^2 \lambda \cos(\omega t + \phi_0) \\ \ddot{y} &= -k\omega \dot{x} \end{aligned} \quad \}, \quad (2)$$

$$k\omega = \omega_L, \quad \omega = \frac{Z_0}{A_0} \text{ec} \frac{H_0}{m_0 c^2 + W_0} = \text{const.},$$

$$\lambda = \frac{Z}{A} \frac{e}{m} \frac{E_m}{\omega^2}.$$

ϕ_0 - начальная фаза иона.

Общее решение (2) имеет вид /1-2/ x)

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{\dot{x}_0}{k\omega} \sin k\omega t + \frac{\dot{y}_0}{k\omega} (1 - \cos k\omega t) + \frac{\lambda}{k^2 - 1} [\cos(\omega t + \phi_0) + \\ &\quad + \frac{1}{k} \sin k\omega t \sin \phi_0 - \cos k\omega t \cos \phi_0] \\ y &= y_0 + \frac{\dot{y}_0}{k\omega} \sin k\omega t - \frac{\dot{x}_0}{k\omega} (1 - \cos k\omega t) + \frac{\lambda}{k^2 - 1} [-k \sin(\omega t + \phi_0) + \\ &\quad + \frac{1}{k} \cos k\omega t \sin \phi_0 + \sin k\omega t \cos \phi_0 + (k - \frac{1}{k}) \sin \phi_0] \end{aligned} \quad (3)$$

(E_m не зависит от x).

Решение (3) справедливо при любых численных значениях k , в том числе и для случая точного резонанса $|k| = 1$, причем

$$x|_{k=1} = \lim_{k \rightarrow 1} x \quad \text{и} \quad y|_{k=1} = \lim_{k \rightarrow 1} y$$

совпадают с известными выражениями для резонансных ионов.

х) В решении, приведенном в /2/, имеются ошибки в обозначениях. Выражения (3) и (9) (см. ниже) были даны также в неопубликованной работе С.Т. Беляева;

При этом безразлично, отличается ли ω_L от резонансного значения ω за счет разницы между Z/A и Z_0/A_0 , или за счет отклонений напряженности магнитного поля H и энергии на нуклон W от H_0 и W_0 , или из-за разницы в массах электрона и иона. Траектории электронов в полях, необходимых для ускорения в циклотроне ионов, будут представлять собой в соответствии с (3) несколько искаженные трохойды.

Из конкретных результатов, полученных этим методом, приведем лишь выражение для фазовых сдвигов почти резонансных ионов при ускорении их в случае широкой щели, полученное в ^{1/1}. Положим

$$k=1+\delta, \quad \delta \ll 1, \quad \delta = \text{const.}; \quad x_0 = \dot{x}_0 = \dot{y}_0 = 0. \quad (5)$$

Предполагая ширину щели бесконечной, имеем из (3) всюду

$$x \approx \frac{\lambda}{\delta} [\cos(\omega t + \phi_0) + \frac{1}{1+\delta} \sin(1+\delta)\omega t \cdot \sin \phi_0 - \cos \phi_0 \cos(1+\delta)\omega t]. \quad (6)$$

Пользуясь известным определением фазы иона

$$\phi_\nu = \phi_0 + \omega t - \nu\pi \Big|_{x=0}, \quad (7)$$

получаем из (6) при $x = 0$

$$\phi_\nu = -\frac{1}{2}\delta\nu\pi, \quad (8)$$

или

$$\frac{d\phi_\nu}{d\nu} = -\frac{1}{2}\delta\pi. \quad (d\nu = 1) \quad (9)$$

Сравнивая сдвиг фазы за полуоборот (9) с ее сдвигом в циклотроне с узкой щелью

$$\frac{d\phi_\nu}{d\nu} = -\delta\pi, \quad (10)$$

мы видим, что бесконечно широкая щель при k , близком к единице, вдвое уменьшает фазовые сдвиги ионов по сравнению с обычным способом ускорения с узкой щелью.

Однако нельзя использовать это свойство принудительной фазировки ионов для создания ускорителя с бесконечно широкой ускоряющей областью, так как, несмотря на вдвое меньшую величину сдвигов фаз за полуоборот, энергия, набираемая ионом за это время, составляет в начале и середине ускорения лишь малую долю энергии, приобретаемой в обычном циклотроне.

Возможен и другой, менее формальный подход к количественному выражению фазовых сдвигов ускоряемых частиц.

Воспользуемся первым интегралом (2)

$$\dot{y} - \dot{y}_0 = -k\omega(x - x_0), \quad (11)$$

вследствие которого для любых k и любых зависимостей $E(x, t)$ при $\vec{E} \parallel O_x$ на каждой координатной линии $x = \text{const.}$ составляющая скорости \dot{y} имеет фиксированное значение. В частности, при $x = x_0$, $\dot{y}_0 = 0$ будет всегда $\dot{y} = 0$. Всюду выше у нас было выбрано $x_0 = 0$, ввиду чего ось O_y всегда нормальна ко всем траекториям, если для всех ионов $\dot{y}_0 = 0$.

Представим (11) в виде

$$\frac{\dot{y}}{k\omega} + x = \text{const.} \quad (11')$$

Легко видеть, что левая часть (11') равна координате x_c центра кривизны траектории иона в однородном магнитном поле H при $E = 0$. В самом деле, в магнитном поле

$$v = \omega_L R = k\omega R,$$

т.е. $-\frac{\dot{y}}{k\omega}$ есть проекция радиуса кривизны траектории \bar{R} на ось O_x . Поэтому координата центра кривизны траектории иона x_c при $\vec{E} \parallel O_x$ во всех областях, где $E = 0$, остается постоянной

$$x_c = x + \frac{\dot{y}}{k\omega} = \text{const} \quad (\text{всюду, где } E = 0). \quad (12)$$

Определим полуоборот иона как участок спиральной траектории, на концах которого $\dot{y} = 0$, а угол поворота касательной на полуобороте равен π . В случае $x_0 = 0$, $\dot{y}_0 = 0$; $\vec{E} \parallel O_x$ полуоборот есть отрезок траектории между последовательными пересечениями оси O_y .

На полуобороте с номером ν для слабо релятивистских ионов

$$\pi = \int_{t_{\nu-1}}^{t_{\nu}} \Omega(t) dt = \omega_L(t_{\nu} - t_{\nu-1}) - \frac{Ze}{2A} \int \frac{E_n(s) ds}{W(s)}, \quad (13)$$

т.е. ввиду (7)

$$\frac{d\phi_{\nu}}{d\nu} = \omega(t_{\nu} - t_{\nu-1}) - \pi = \pi \left(\frac{\omega}{\omega_L} - 1 \right) + \frac{\omega}{\omega_L} \frac{Ze}{2A} \int \frac{E_n(s) ds}{W(s)}. \quad (14)$$

(интегрирование производится вдоль траектории, $ds = v dt$, $d\nu = 1$). (14) дает точное выражение фазовых сдвигов на всех этапах ускорения ионов. Если определение (7) видоизменить следующим образом

$$\phi_{\nu} = \phi_0 + \omega t - \nu \pi / \dot{y}_0 \quad (14)$$

(при $\vec{E} \parallel Ox$ оно совпадает с (7)), то (14) справедлива при любом распределении электрического поля.

Из (14) следует, что фазовые сдвиги ионов могут быть вызваны лишь составляющей электрического поля E_n , которая не может изменять энергию ионов. В связи с этим попытку /5/ объяснения фазовых сдвигов в центре циклотрона эффектами, связанными с ускорением или замедлением ионов электрическим полем, нужно считать неудачной.

Первое слагаемое в правой части (14) соответствует фазовым сдвигам за счет отличий Ларморовой частоты обращения ионов от частоты изменения ускоряющего поля. Расчет движения фаз ионов в циклотроне производится обычно с учетом только этого члена, а действием нормальной составляющей электрического поля пренебрегают. Как правило, это справедливо, так как в линзовом режиме ускорения в классическом циклотроне $E_n \approx 0$, а энергия W велика.

Рассмотрим влияние E_n на движение фаз в случае смещенной на расстояние Δ относительно центра O прямой узкой щели (Рис. 1).

В соответствии с (12), прохождение щели не сопровождается изменением координаты $x_c = 0$ центра кривизны траектории и на полуобороте $ABCD$ справедливо (14).

$$\Delta\phi = \pi \left(\frac{\omega}{\omega_L} - 1 \right) + \frac{\omega}{\omega_L} \frac{Ze}{2A_{B,C}} \int \frac{E_n(s) ds}{W(s)} \quad (15)$$

(интегрирование идет по стягивающимся в точки B и C отрезкам траектории).

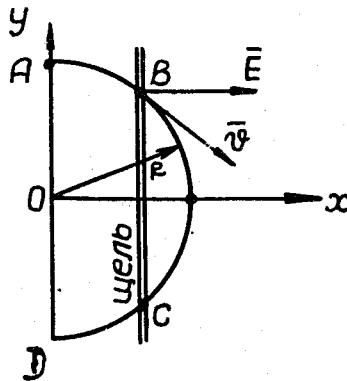


Рис. 1.

Пренебрегая в (15) изменением W и радиуса кривизны траектории R на рассматриваемом полуобороте, получаем (для $\Delta \ll R$):

$$\Delta\phi \approx \pi \left(\frac{\omega}{\omega_L} - 1 \right) - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_L} \frac{ZeV}{AW} \frac{\Delta^2}{R^2} \sin\phi, \quad (16)$$

где V - амплитуда напряжения между дуантами, а множитель $1/2$ во втором слагаемом правой части появился в связи с отсутствием влияния электрического поля на следующем полуобороте.

Из (16) следует заключить, что эффектом, связанным с нецентральным расположением середины ускоряющей щели относительно спиральных траекторий ионов, можно при расчетах фазового движения пренебречь, если смещения Δ невелики.

Влияние радиальных бетатронных колебаний на фазовые сдвиги можно оценить также с помощью (16), рассматривая Δ как проекцию на ось Ox радиуса прецессии центра кривизны траектории, т.е. в условиях ускорения в циклотроне как гармонически меняющуюся величину с большим периодом. Очевидно, что этот эффект еще меньше, чем эффект смещения щели на величину радиуса прецессии.

Пусть теперь ускорение осуществляется узкой щелью, которая симметрично относительно центра O искривлена (рис. 2).

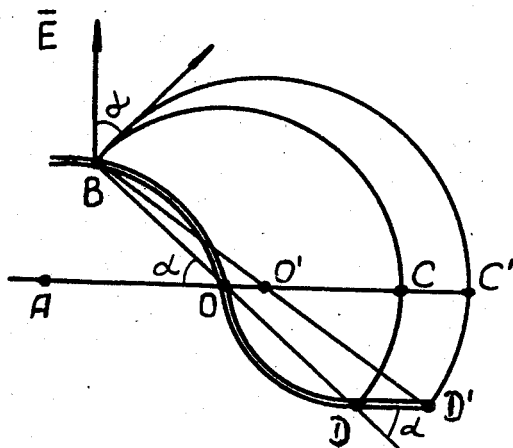


Рис. 2.

В /3-4/ предполагалось, что если ион, двигающийся без ускорения в точке В по дуге окружности ВСД с центром в О, получает прирост фазы

$$\Delta\phi = \pi \left(\frac{\omega}{\omega_L} - 1 \right) > 0,$$

то ион, ускоренный в точке В, за счет искривления щели приходит по дуге ВС'D' в точку D' скорее, чем не ускоренный ион в точку D.

Однако в действительности при ускорении иона в точке В центр О дуги ВС'D' в соответствии с (12) автоматически располагается на прямой АС, причем из-за параллельности АС с касательной к щели в точке D и ВО = OD центром O' оказывается точка пересечения прямых АС и BD'. Но последнее означает, что ожидаемый сдвиг фазы за счет такого искривления щели всегда равен нулю, т.е. $\Delta\phi$ ни полностью, ни частично не компенсируется. Громоздкое доказательство этого факта содержится в /6/; впервые оно было дано М.Э.Розе /7/.

Тем не менее, в центре циклотрона можно получить целесообразные фазовые сдвиги с помощью поворота направления ускорения ионов. Дело в том, что в центре последовательные витки спиральных траекторий ионов пространственно разделены таким образом, что поворот направления вытягивания их из источника можно осуществить, не увеличивая E_n . Расчет показывает, что в условиях работы циклотрона многозарядных ионов Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ возможен поворот направления вытягивания ионов из источника против направления их обращения на 25° , причем начальные фазы линзового режима ускорения возрастают благодаря этому на $20-25^\circ$.

Смитом /8/ получено существенное улучшение фокусировки ионов в центре циклотрона, в котором направление первого ускорения было повернуто на 20° .

В заключение заметим, что возможен еще один способ увеличения начальных фаз линзового режима ускорения в циклотроне. Из (10) следует, что если в начале ускорения $\delta < 0$, т.е. Ларморова частота $\omega_L < \omega$, то сдвиги фаз ионов в начале линзового режима будут положительными. Представляется реальным в центре циклотрона создать, например, с помощью токовых витков локальное понижение величины напряженности магнитного поля H в несколько процентов, причем связанная с этим магнитная дефокусировка будет, как показывают оценки, малой по сравнению с электрической фокусировкой.

Оба способа помимо улучшения фокусировки ионов будут приводить к снижению необходимых для ускорения амплитуд E_m в.ч. поля.

Л и т е р а т у р а

1. Д.М.Каминкер. Докторская диссертация. 1956, Ленинград.
2. А.П.Бабичев, Н.Д.Федоров. ПТЭ, № 1, 16, 1960 г.
3. F.Ollendorf. Electrotechnik und Maschinenbau, 71, N7, 10 (1954).
4. Y.P.Varshni. Nucl. Instr., 1, 280 (1957).
5. G.V.Wilson. Nucl. Instr. & Meth., 10, N4, 259 (1961).
6. Н.К.Абросимов. ЖТФ, XXIX, № 6, 726, 1959.
7. M.E.Rose. Phys.Rev., 53, 392 (1938).
8. W.J.V.Smith. Nucl. Instr. & Meth., 9, N1, 49 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июля 1961 года.