



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Б.Н. Калинин, Ом Сан Ха

P - 761

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ
НА ПРОЦЕСС УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
АТОМНЫХ ЯДЕР

Дубна 1961

Б.Н. Калинин, Ом Сан Ха

Р - 761

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ
НА ПРОЦЕСС УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
АТОМНЫХ ЯДЕР

А н н о т а ц и я

Рассматривается влияние деформации ядер на процесс их упругого рассеяния. Приближенная оценка этого эффекта показывает, что он может быть обнаружен.

Abstract

The effect of the nuclear deformation on the process of their elastic scattering is considered. The approximate estimate of this effect shows that it can be found.

В последнее время значительное внимание уделяется исследованию упругого рассеяния атомных ядер. Для этой цели используются тяжелые ионы C^{12} , N^{14} , O^{16} , Ne^{20} . Полученные экспериментальные данные, хотя еще и немногочисленные, дают представление о наиболее общих закономерностях этого процесса ^{/1,2/}.

С теоретической точки зрения упругое рассеяние представляет также значительный интерес, так как его анализ мог бы дать основные характеристики взаимодействия атомных ядер. Построение оптического потенциала для этого случая может быть использовано для анализа реакций, протекающих при "краевом" столкновении атомных ядер / например, реакции передачи нуклона одним ядром другому/.

Однако, последовательное построение оптической модели рассеяния связано с большими расчетными трудностями, так как при вычислениях необходимо иметь в распоряжении около сотни фаз.

Ценой значительного огрубления картины можно достигнуть упрощения модели. Такие упрощения допускают модели черного ядра с резким краем и модель "радужного" рассеяния. Первая модель основана на теории рассеяния заряженных частиц на ядрах, развитой Ахиезером и Померанчуком ^{/3/}. Она была использована Блэйром ^{/4/}. Модель неплохо соответствует эксперименту в области малых углов рассеяния; результаты улучшаются, если модель модифицировать - учесть проницаемость на границе ядра. Модель черного ядра /с резким краем и модифицированная/ противоречит эксперименту в области больших углов. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что в действительности ядро имеет размытую границу и не является абсолютно черным.

Вторая модель /"радужное" рассеяние/ была разработана Фордом и Уилером ^{/5/}. В своей существенной части она опирается на факт плавного спада ядерного потенциала на границе ядра. В противоположность первой модели она находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными по упругому рассеянию на большие углы и противоречит данным для малых углов.

Обе модели опираются на квазиклассическое приближение, которое в большинстве рассматриваемых случаев является удовлетворительным

$$\left(a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \gg 1 \right).$$

Ясно, что теория упругого рассеяния атомных ядер еще не завершена. Однако, уже в настоящий момент представляет интерес рассмотреть эффекты, наличие которых в принципе возможно. К числу таких эффектов относится влияние деформации ядер на их упругое рассеяние.

В самом деле, взаимодействие тяжелых ионов с ядрами отличается от взаимодействия легких частиц /протоны, нейтроны, α -частицы/ тем, что в этом случае возникают мощные кулоновские силы отталкивания. Чем "тяжелее" ион, тем более значительными становятся эти силы.

С другой стороны, сталкивающиеся ядра нельзя считать абсолютно жесткими. Поэтому при столкновении таких "тяжелых" ионов как O^{16} , Ne^{20} и т.д. с тяжелыми ядрами-мишенями следует ожидать появления заметных деформаций, обусловленных кулоновским взаимодействием.

Эти деформации могут оказаться существенными при рассеянии на малые углы в случае, когда ядра только касаются друг друга. Поэтому для грубой оценки этого эффекта мы воспользуемся модифицированной моделью черного ядра. По этой модели сечение упругого рассеяния определяется формулой:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4} \lambda^2 \left| \left[-i \frac{a}{\sin^2(\theta/2)} \right] \exp \left[-i a \ln \sin^2(\theta/2) + 2i\sigma_0 \right] - \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \exp(2i\sigma_{\ell}) P_{\ell}(\cos \theta) (1 - A_{\ell}) \right|^2 \quad /1/$$

Здесь λ - длина волны в системе центра масс, θ - угол рассеяния в той же системе, σ_0 и σ_{ℓ} - кулоновские фазы, $P_{\ell}(\cos \theta)$ - полином Лежандра порядка " ℓ ",

$$A_{\ell} = \left\{ 1 + \exp \left[-(\ell - \ell^*) / 2,73 \right] \right\}^{-1} \quad /см. /2/ /$$

ℓ^* - можно связать с эффективным радиусом взаимодействия R /который, вообще говоря, не совпадает с суммой средних радиусов сталкивающихся ядер/ соотношением:

$$E_{\text{с.п.м.}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu R^2}, \quad /2/$$

где $E_{\text{с.п.м.}}$ - энергия сталкивающихся ядер в системе центра масс, μ - приведенная масса.

Обычно используется величина $d\sigma(\theta)/d\sigma_c(\theta) = f(\theta)$ - отношение сечения рассеяния к сечению Резерфордского рассеяния. С помощью выражения /1/ легко получить для $f(\theta)$ формулу:

$$f(\theta) = \left\{ \cos [a \ln \sin^2(\theta/2)] + \frac{\sin^2(\theta/2)}{a} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \eta_{\ell} \right. \\ \left. \sin [2(\sigma_{\ell} - \sigma_0)] P_{\ell}(\cos \theta) \right\}^2 + \left\{ \sin [a \ln \sin^2(\theta/2)] + \right. \\ \left. + \frac{\sin^2(\theta/2)}{a} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \eta_{\ell} \cos [2(\sigma_{\ell} - \sigma_0)] P_{\ell}(\cos \theta) \right\}^2, \quad /3/$$

где $\eta_{\ell} = 1 - A_{\ell}$.

Входящая в формулу /3/ разность кулоновских фаз $\sigma_{\ell} - \sigma_0$ - связана с a простым соотношением:

$$\sigma_{\ell} - \sigma_0 = \sum_{s=1}^{\ell} \text{arctg}(a/s).$$

Поскольку $f(\theta)$ зависит от ℓ , которое в свою очередь при фиксированной энергии E определяется эффективным радиусом взаимодействия R , то ясно, что деформации ядер могут оказаться существенными, так как они изменяют R .

Для оценки эффекта воспользуемся простейшим случаем, когда выполняется условие квазистатичности. Последнее означает, что "время столкновения" τ много больше периода t колебания поверхностей сталкивающихся ядер. При оценке времени столкновения τ будем считать, что кулоновское взаимодействие V_c существенно, если оно не меньше, чем $V_{\beta}/3$ / V_{β} - кулоновский барьер/. Ниже будет показано, что такой выбор является разумным. Тогда для τ имеем:

$$\tau = \frac{d}{c} \frac{\mu c^2}{2E} \left\{ \left[3 \sqrt{\frac{2V_c}{\mu c^2}} \sqrt{\frac{E}{V_c} - 1} - \sqrt{\frac{2V_{\beta}}{\mu c^2}} \sqrt{\frac{E}{V_{\beta}} - 1} \right] + \right.$$

$$+ \frac{2E}{\mu c^2} - \frac{V\beta}{2E} \sqrt{\frac{\mu c^2}{2E}} \ln \left[\left(\sqrt{\frac{E}{V_c}} - 1 + \sqrt{\frac{E}{V_c}} \right) \left(\sqrt{\frac{E}{V_\beta}} - 1 - \sqrt{\frac{E}{V_\beta}} \right) \right. \\ \left. \left\{ \left(\sqrt{\frac{E}{V_c}} - 1 - \sqrt{\frac{E}{V_c}} \right) \left(\sqrt{\frac{E}{V_\beta}} - 1 + \sqrt{\frac{E}{V_\beta}} \right) \right\}^{-1} \right] \quad /4/$$

Здесь d — расстояние наибольшего сближения ядер.

Период колебания поверхности ядра t можно оценить по формуле $t \sim \frac{1}{\omega} = \sqrt{B/C_2}$, где B и C_2 — известные коэффициенты гидродинамической модели. Однако, действительные значения этих коэффициентов значительно отличаются от их значений по гидродинамической модели. Последние данные, относящиеся к величине B и C_2 для различных ядер, приведены в книге П.Э. Немировского "Современные модели атомного ядра". C_2 , например, резко возрастает для ядер, находящихся вблизи замкнутых оболочек. Этот эффект был рассмотрен также в работе Марумори /6/.

Рассмотрим наиболее удобные для нас случаи упругого рассеяния ионов O^{16} и Ne^{20} на ядре-мишени Pb^{208} . Ядро Pb^{208} , как известно, является дважды магическим. Поэтому его жесткость особенно велика. Используя оценки C_2 для $Bi^{209/6}$ /отметим, что, по-видимому, эта оценка завышена/, мы можем считать, что значение C_2 для Pb^{208} будет не меньше этой величины. То-есть, имея двойную магичность ядра Pb^{208} , мы не сделаем большой ошибки, если воспользуемся указанной выше оценкой в качестве ориентировочного значения C_2 для Pb^{208} .

Исходя из факта, что C_2 для C^{12} равно 44 Мэв, а O^{16} — магическое ядро, будем считать, что C_2 для O^{16} , по крайней мере, не меньше 50 Мэв.

Для ядра Ne^{20} будем использовать значение $C_2 = 8$ Мэв, приведенное в цитированной книге П.Э. Немировского /7/.

Выбор рассеяния $O^{16} + Pb^{208}$ и $Ne^{20} + Pb^{208}$ удобен в том смысле, что он позволяет в принципе обнаружить относительную роль деформаций. В самом деле, эффективный радиус взаимодействия R не совпадает с суммой средних радиусов $r_{01} A_1^{1/3} + r_{02} A_2^{1/3}$, а превышает ее. Но в случае рассеяния $O^{16} + Pb^{208}$ следует ожидать очень малых деформаций / C_2 для этих

ядер велики/. Опираясь на экспериментальные данные по рассеянию ^{16}O на ^{209}Bi , где роль деформаций будет также весьма малой, можно получить значение для $\gamma_0^{\text{эфф.}}$, причем $R = \gamma_0^{\text{эфф.}} (A_1^{1/2} + A_2^{1/2})$. $\gamma_0^{\text{эфф.}}$ было определено в работе /2/ и оказалось равным $\gamma_0^{\text{эфф.}} = 1,49 + 0,03/f$. Тогда используя эффективное значение R для случая $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ -рассеяния и сопоставляя результаты с результатами, учитывающими деформацию, можно сделать выводы о порядке величины эффекта.

Используя формулу /4/ и значения $\gamma_{01} = 1,2 f / R^{208}$ и $\gamma_{02} = 1,3 f / ^{16}\text{O}$, ^{20}Ne при энергиях порядка 150-160 Мэв получаем для $r/t \approx 7$. Таким образом, для грубой оценки можно воспользоваться квазистатическим приближением.

Метод расчета деформаций ядер в указанном приближении применительно к теории деления ядер был предложен Б.Т. Гейликманом /8/. Решение задачи с точностью до деформаций второго $a_2^{(1)}$ и третьего $a_3^{(1)}$ порядков, при

$$R_i = R_{0i} [1 + \sum_{\beta=1}^i a_{\beta}^{(i)} P_{\beta}(\cos \theta)]; \quad i=1,2; \quad R_{0i} = \gamma_{0i} A_i^{1/2};$$

сводится к минимизации энергии взаимодействия ядер плюс энергия их деформации по параметрам: $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$, $a_3^{(1)}$, $a_3^{(2)}$.

В нашем случае / $\gamma_{01} \neq \gamma_{02}$ / это эквивалентно решению системы четырех линейных алгебраических уравнений:

$$\gamma_{11} a_2^{(1)} + \gamma_{12} a_2^{(2)} + \gamma_{13} a_3^{(1)} + \gamma_{14} a_3^{(2)} = -\delta_1$$

$$\gamma_{21} a_2^{(1)} + \gamma_{22} a_2^{(2)} + \gamma_{23} a_3^{(1)} + \gamma_{24} a_3^{(2)} = -\delta_2$$

$$\gamma_{31} a_2^{(1)} + \gamma_{32} a_2^{(2)} + \gamma_{33} a_3^{(1)} + \gamma_{34} a_3^{(2)} = -\delta_3$$

$$\gamma_{41} a_2^{(1)} + \gamma_{42} a_2^{(2)} + \gamma_{43} a_3^{(1)} + \gamma_{44} a_3^{(2)} = -\delta_4$$

/5/

Матрица, составленная из коэффициентов γ_{ik} , симметрична. Причем:

$$\gamma_{14} = \gamma_{41} = \gamma_{23} = \gamma_{32} = 0,$$

Значения остальных коэффициентов следующие:

$$\gamma_{11} = 2,4 \left\{ \left[0,57 + 0,286 \left(1 + 1,5 \frac{R_1^2}{d^2} \right) \right] \frac{R_1^2}{d^2} + 0,2 \frac{d}{r_{01}} \frac{1}{Z_1 Z_2} \left(\xi_1 A_1^{3/2} - Z_1^2 / A_1^{1/2} \right) \right\}$$

$$\gamma_{22} = 2,4 \left\{ \left[0,57 + 0,286 \left(1 + 1,5 \frac{R_2^2}{d^2} \right) \right] \frac{R_2^2}{d^2} + 0,2 \frac{d}{r_{02}} \frac{1}{Z_1 Z_2} \left(\xi_2 A_2^{3/2} - Z_2^2 / A_2^{1/2} \right) \right\}$$

$$\gamma_{33} = 0,57 \left\{ 0,8 + 2,42 \frac{R_1^2}{d^2} + 1,4 \frac{R_1^4}{d^4} + 1,5 \frac{d}{r_{01}} \frac{1}{Z_1 Z_2} \left(\xi_1 A_1^{3/2} - 0,57 Z_1^2 / A_1^{1/2} \right) \right\}$$

$$\gamma_{44} = 0,57 \left\{ 0,8 + 2,42 \frac{R_2^2}{d^2} + 1,4 \frac{R_2^4}{d^4} + 1,5 \frac{d}{r_{02}} \frac{1}{Z_1 Z_2} \left(\xi_2 A_2^{3/2} - 0,57 Z_2^2 / A_2^{1/2} \right) \right\}$$

$$\gamma_{12} = 3,6 \left[1,2 + 0,72 \left(\frac{R_1}{d} + \frac{R_2}{d} \right) \right] \frac{R_1^2}{d^2} \frac{R_2^2}{d^2}$$

$$\gamma_{13} = 0,57 \frac{R_1^3}{d^3} + \left(0,57 + 0,91 \frac{R_1^2}{d^2} \right) \frac{R_1^3}{d^3}$$

$$\gamma_{23} = 0,57 \frac{R_2^3}{d^3} + \left(0,57 + 0,91 \frac{R_2^2}{d^2} \right) \frac{R_2^3}{d^3}$$

$$\gamma_{34} = 2,57 \left[\left(1 + 1,43 \frac{R_1}{d} \right) \frac{R_1^5}{d^5} + \left(1 + 1,43 \frac{R_2}{d} \right) \frac{R_2^5}{d^5} \right]$$

$$\delta_1 = 1,2 \frac{R_1^2}{d^2}$$

$$\delta_2 = 1,2 \frac{R_2^2}{d^2}$$

$$\delta_3 = \delta_4 = 0,43 \left(\frac{R_1^3}{d^3} + \frac{R_2^3}{d^3} \right)$$

где d - расстояние между центрами ядер, R_1 и R_2 - их радиусы,
 $\xi = (40 \pi r_{01}^3 \sigma) / 3 e^2$, причем σ - поверхностное натяжение,
 связанное с C_2 известным соотношением:

$$\sigma = \left(C_2 + \frac{3}{2\pi} \frac{e^2}{5} \frac{Z^2}{R} \right) / 4R^2.$$

Решая систему /5/ относительно параметров $\alpha_2^{(1)}$, $\alpha_2^{(2)}$, $\alpha_3^{(1)}$,
 $\alpha_3^{(2)}$ для различных значений d , получаем следующие результаты:

Случай $0^{16} + P_{\text{в}}^{208}$. Для $d = 10,2$ f /ядра касаются друг дру-
 га/
 $\alpha_2^{(1)} = -0,006$, $\alpha_2^{(2)} = -0,030$, т.е. деформации, как и следо-
 вало ожидать, ничтожны. Параметры $\alpha_3^{(1)}$, $\alpha_3^{(2)}$ на порядок величи-

ны меньше $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$, соответственно. Ясно, что такими деформациями можно пренебречь.

Случай $\text{Ne } 20 + \text{Pb } 208$. Для $d = 9,9 \text{ f}$ /касание ядер/ $a_2^{(1)}$ $\approx -0,008$; $a_2^{(2)} = -0,211 / a_3^{(1)}$, $a_3^{(2)}$, как и в первом случае, на порядок меньше/. Мы видим, что деформация ядра $\text{Ne } 20$ оказывается весьма заметной - в результате этой деформации суммарный радиус уменьшается на $0,7 \text{ f}$. Зависимость параметра деформации $a_2^{(2)}$ от взаимного расстояния d представлена в таблице /первая строка/. Мы видим, что выбор d_{max} при оценке τ такого, чтобы $V_c \approx V_B/3$ является разумным. Имея в своем распоряжении параметры $a_2^{(1)}(d)$ и $a_2^{(2)}(d)$, можно вычислить энергию деформации $U(d)$:

$$U = \frac{3}{25} \left\{ \frac{e^2}{r_{01}} (\mathcal{E}_1 A_1^{3/2} - Z_1^2/A_1^{1/2}) [a_2^{(1)}]^2 + \right. \\ \left. + \frac{e^2}{r_{02}} (\mathcal{E}_2 A_2^{3/2} - Z_2^2/A_2^{1/2}) [a_2^{(2)}]^2 \right\} \quad /6/$$

/разумеется, что членами, квадратичными относительно $a_3^{(1)}$, $a_3^{(2)}$ можно пренебречь/. Результаты вычислений по формуле /6/ представлены также в таблице /вторая строка/. Они свидетельствуют о том, что в положении касания, когда деформации достигают наибольшей величины, энергия деформации ядер мала: $\approx 0,5 \text{ МэВ}$, что более чем на два порядка меньше энергии столкновения. Поэтому энергию деформации при дальнейшем рассмотрении можно не учитывать.

Т а б л и ц а

$d(\text{f})$	9,9	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0
$a_2^{(2)}$	-0,211	-0,200	-0,190	-0,175	-0,160	-0,145	-0,125	-0,098
$U/\text{МэВ}/0,490$	0,360	0,275	0,220	0,175	0,125	0,100	0,070	

Используя полученные данные о деформации ядра $\text{Ne } 20$, мы вычислим по формуле /3/ функцию $f(\theta)$ для двух случаев:

- $R = r_0^{\text{эфф}} (A_1^{1/2} + A_2^{1/2}); \quad \ell' = 117$
- $R = R - 0,7 \text{ f}; \quad \ell' = 109,$

где $\gamma_0^{\text{эфф.}} = 1,49 f$, а l' вычисляется по формуле /2/. При этом энергия полагается равной 192 Мэв /как и в работе /2/.

Результаты вычислений с шагом, равным $1/4$ градуса, на электронной счетной машине М-20 ОИЯИ представлены на рисунке. Сплошная кривая соответствует первому случаю, пунктирная - второму.

Из рассмотрения рисунка видно, что:

во-первых, кривые сдвигаются друг относительно друга в области $20^\circ - 38^\circ$. Максимум пунктирной кривой расположен при большем угле, чем максимум сплошной кривой. Это связано с тем, что при уменьшении эффективного радиуса возрастает кулоновское взаимодействие, что, в свою очередь, приводит к сдвигу распределения в сторону больших углов;

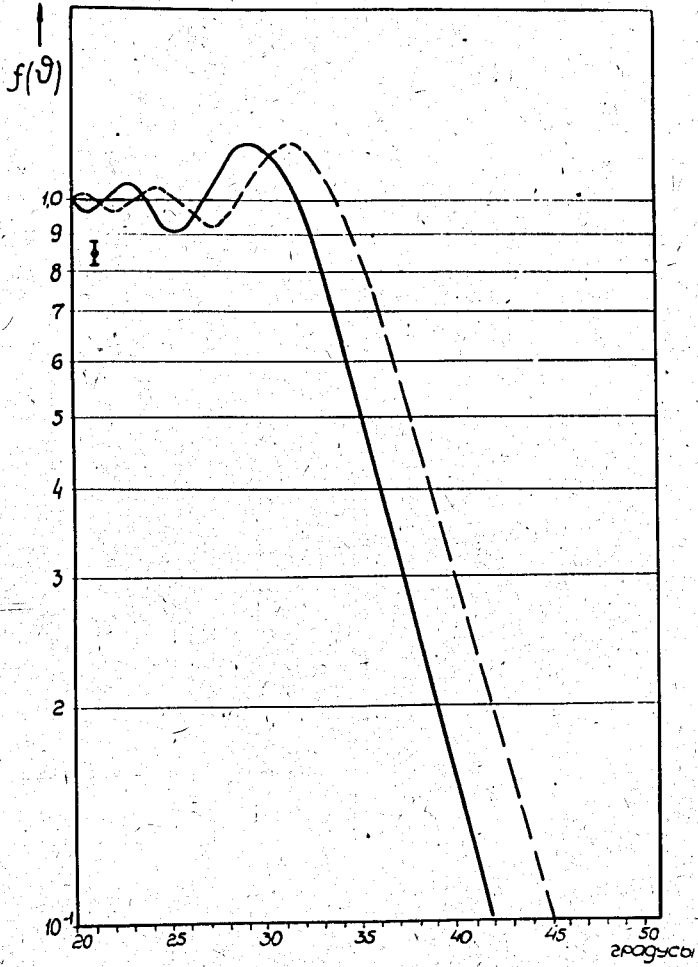
во-вторых, в указанном интервале углов расхождение между обоими кривыми весьма заметно. Для удобства на рисунке представлена характерная для этого интервала углов экспериментальная ошибка.

На основании сравнения теоретических результатов с экспериментальной ошибкой мы можем сделать вывод, что по величине рассматриваемый эффект мал. Однако, он может быть исследован, если увеличить точность эксперимента.

Л и т е р а т у р а

1. H.L.Reynolds, A.Zucker. Phys.Rev., 102, 1378 (1956).
2. H.L.Reynolds, E.Goldberg, D.D.Kerlee. Phys.Rev., 119, 2009 (1960).
3. A.Akhieser, I.Pomeranchuk, J.Phys., (U.S.S.R.), 9, 471 (1945).
4. J.S.Blair, Phys.Rev., 95, 1218 (1954).
5. K.W.Ford, J.A.Wheeler. Ann. of Phys., 7, 259 - 286, 287-322 (1959).
6. Г.Марумори. Progr.Theor.Phys., 16, 320 (1956).
7. П.Э. Немировский. . "Современные модели атомного ядра",
Атомиздат /1960/.
8. Б.Т. Гейликман. Атомная энергия, 6, 290-297 /1959/.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 июня 1961 года .



Упругое рассеяние Ne^{20} на Pb^{208}
 — без учета деформации
 - - - деформации учтены
 I характерная для этого интервала
 угол экспериментальная ошибка.