

4
M-90
09



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

Ч. Музикарж

P-709

КОГЕРЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ
ПРИ ИЗЛУЧЕНИИ
ОДИНАКОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ,
СОСТАВЛЯЮЩИХ КРИСТАЛЛ

ЖЭТФ, 1961, т. 41, в. 4, с. 1168-1174.

Ч. Музикерж^{x/}

10 61/5 чр.

КОГЕРЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ
ПРИ ИЗЛУЧЕНИИ
ОДИНАКОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ,
СОСТАВЛЯЮЩИХ КРИСТАЛЛ

Объединенный институт
ядерной физики
БИБЛИОТЕКА

^{x/} Постоянный адрес: Физико-математический факультет Карлова
Университета, Прага, Чехословакия.

А н н о т а ц и я

В статье классически рассматривается электромагнитное взаимодействие осцилляторов этого же типа, составляющих кристалл конечных размеров. Выведены общие формулы для поля излучения, именно, для спонтанного излучения и для рассеяния. Показано, что для больших кристаллов в большинстве направлений наблюдения при спонтанном излучении некоторого осциллятора испускается значительно уширенная линия /в сравнении с линией изолированного осциллятора/. Аналогично при рассеянии на большом кристалле возникает излучение под брэгговскими углами, причем рассеянная линия сохраняет форму падающей.

1. Введение

Действие осцилляторов, окружающих излучающий осциллятор того же типа, на свойства испускаемой линии было исследовано в работах Дика^{/1/} и Файна^{/2/}. Авторы имели в виду микроволновое излучение молекулярных сгустков, когда расстояние между молекулами значительно меньше длины волны. В таком случае возникает большое уширение линии, пропорциональное числу осцилляторов в сгустке.

Обратный случай, когда длина волны λ меньше расстояния между излучателями a , исследовали Подгорецкий и Ройзон^{/3/}; они рассмотрели случай двух осцилляторов /двухатомную молекулу/ и длинную линейную цепочку. Явления в таких системах, по-видимому, связаны с излучением атомных ядер, находящихся в кристалле при условиях наблюдения эффекта Мёссбауэра. Наличие линейной цепочки ядер вызывает зависящие от направления наблюдения сдвиг и уширение линии порядка $(\lambda/a) \gamma_{is}$, где γ_{is} - ширина линии изолированного ядра. Только в некоторых направлениях сдвиг достигает значительной величины.

Распространение метода, использованного в работе^{/3/}, на трехмерные кристаллы приводит к осложнениям, которые затрудняют дальнейшее развитие теории. Поэтому целесообразнее поступать несколько измененным путем.

В этой статье рассмотрим простую кубическую решетку, узлы которой находятся в точках $\vec{R}_s = a\vec{s}$, где a - постоянная решетки и компоненты вектора \vec{s} - целые числа. Все узловые точки заняты тождественными диполями, которые представим в виде колеблющихся частиц заряда e и массы μ . Если бы диполь был в пространстве один, то после возбуждения он испускал бы линию частоты Ω и ширины $\gamma + \gamma_e$. Здесь $\gamma_e = (2/3)(e^2/\mu c)(\Omega/c)^2$ - парциальная ширина, обусловленная затуханием вследствие излучения, и γ - парциальная ширина, связанная с уходом энергии осциллятора по другим каналам. В дальнейшем предполагается, что время прохождения света через кристалл значительно меньше времени жизни $1/\gamma_e$ и $1/\gamma$.

2. Уравнения движения

Момент диполя в точке \vec{R}_s и его спектральную амплитуду обозначим че-

рез $\vec{p}_s(t)$ и $\vec{p}_s(\omega)$, соответственно. Диполь \vec{p}_s возбуждает в точке \vec{r} электрическое поле, которое представим в виде суперпозиции плоских волн:

$$\vec{E}(\vec{r}_s; \vec{r}, t) = -\frac{1}{(2\epsilon)^{1/2}} \int d(\vec{k}) d\omega G(\vec{k}, \omega) [(\vec{k} \cdot \vec{p}_s(\omega)) \vec{k} - (\frac{\omega}{c})^2 \vec{p}_s(\omega)] e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_s)} e^{-i\omega t} \quad /1/$$

Запаздывающая функция Грина $G = G_0 + G_n$ определена формулами

$$G_0 = 4\pi \frac{\rho}{k^2 - (\omega/c)^2}, \quad G_n = 4\pi^2 i \operatorname{sgn} \omega \delta(k^2 - (\omega/c)^2) \quad /2/$$

Пусть начало системы отсчета находится внутри кристалла. В достаточно удаленной точке \vec{R}_0 поле от всего кристалла имеет вид плоской волны, распространяющейся в направлении $\vec{n}_0 = \vec{R}_0/R_0$. Амплитуда этого поля определена формулой:

$$\vec{E}(\vec{R}_0, \omega) = -\frac{1}{R_0} \vec{k}_0 \times (\vec{k}_0 \times \vec{P}(\vec{k}_0, \omega)) e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{R}_0} \quad /3/$$

в которой $\vec{k}_0 = \vec{n}_0 \omega/c$ и

$$\vec{P}(\vec{k}_0, \omega) = \sum_s \vec{p}_s(\omega) e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_s} \quad /4/$$

Полная излучаемая энергия $W_{rad} = \int d(\vec{n}_0) R_0^2 \int dt \vec{S} \cdot \vec{n}_0$, определенная из вектора Пойнтинга \vec{S} , принимает вид

$$W_{rad} = \int d(\vec{n}_0) \int_0^\infty d\omega I(\vec{n}_0, \omega) \quad /5/$$

В этой формуле $d(\vec{n}_0)$ - элемент телесного угла, и

$$I(\vec{n}_0, \omega) = \frac{c}{4\pi^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 \vec{P}_\perp \cdot \vec{P}_\perp^* \quad /6/$$

представляет угловую и спектральную плотность излучения кристалла. В формуле /6/ принято обозначение $\vec{P}_\perp = \vec{P} - (\vec{P} \cdot \vec{n}_0) \vec{n}_0$.

Чтобы определить величину \vec{P}_\perp , которая близка функции \vec{F} , введенной в работе^{/3/}, используем уравнения движения диполей. На каждый диполь действуют следующие силы:

а/ упругая и диссипативная силы, связанные с собственной частотой колебаний изолированного диполя Ω и парциальной шириной γ ;

б/ запаздывающее электрическое поле всех остальных диполей;

в/ собственное электрическое поле, из которого сохраним только часть, связанную с G_k , так как вторая часть, G_0 , приводит к /бесконечной/ полевой массе диполя; предполагается, что эта масса уже включена в полную массу μ .

г/ сила $\vec{f}_s(t)$, действием которой система вводится в колебательное состояние. Природа этой силы более подробно будет рассмотрена позже. Пренебрегаем магнитным взаимодействием диполей, так как оно вносит только релятивистские поправки.

С помощью /1/ получаем следующие уравнения движения осцилляторов:

$$\begin{aligned} & \mu(\omega^2 + i\gamma\omega - \Omega^2) \vec{p}_s(\omega) = \\ & = -e \vec{f}_s(\omega) + \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int d(\vec{k}) \left\{ e^{i\vec{k} \cdot \vec{k}_s} G(\vec{k}, \omega) \left[(\vec{k} \cdot \vec{P}(\vec{k}, \omega)) \vec{k} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{P}(\vec{k}, \omega) \right] - \right. \\ & \quad \left. - G_0(\vec{k}, \omega) \left[(\vec{k} \cdot \vec{p}_s(\omega)) \vec{k} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{p}_s(\omega) \right] \right\}. \end{aligned} \quad /7/$$

Умножая эти уравнения на $\exp(-i\vec{k}_0 \cdot \vec{k}_s)$ и суммируя по всем \vec{s} , приходим к следующему интегральному уравнению для определения \vec{P} :

$$L(\omega) \vec{P}(\vec{k}_0, \omega) = -\vec{F}(\vec{k}_0, \omega) + \vec{J}_1 + \vec{J}_2, \quad /8/$$

где введены сокращения

$$\vec{J}_1 = \frac{e^2}{(2\pi)^3 \mu} \int d(\vec{k}) G_k(\vec{k}, \omega) S(\vec{k} - \vec{k}_0) \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{P}(\vec{k}, \omega)), \quad /9/$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_2 = \frac{e^2}{(2\pi)^3 \mu} \int d(\vec{k}) G_0(\vec{k}, \omega) \left\{ S(\vec{k} - \vec{k}_0) \left[\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{P}(\vec{k}, \omega)) + (k^2 - (\omega/c)^2) \vec{P}(\vec{k}, \omega) \right] - \right. \\ \left. - \left[\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{P}(\vec{k}_0, \omega)) + (k^2 - (\omega/c)^2) \vec{P}(\vec{k}_0, \omega) \right] \right\}, \end{aligned} \quad /10/$$

$$L(\omega) = \omega^2 + i\gamma\omega - \Omega^2, \quad /11/$$

$$\vec{F}(\vec{k}_0, \omega) = (e/\mu) \sum_{\vec{s}} \vec{f}_s(\omega) e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{k}_s}, \quad /12/$$

$$S(\vec{k} - \vec{k}_0) = \sum_{\vec{s}} e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{k}_s} \quad /13/$$

Структурный фактор S является периодической функцией в пространстве обратной решетки, которая сводится в нашем случае опять к кубической решет-

ке с расстоянием узлов $2\bar{a}$. В этих узлах функция S имеет резкие максимумы / $S = N_1 N_2 N_3$, если N_i - число осцилляторов в направлении i -той оси кристалла/. Так как интеграл от S по одной элементарной ячейке обратной решетки равняется $(2\bar{a})^3$, то можно структурный фактор /13/ аппроксимировать следующим образом: $S = N_1 N_2 N_3$ внутри куба, ребро которого равно $2\bar{a}/N_i a$ и центр находится в узловой точке /в дальнейшем - узловая область/, и $S = 0$ -вне его. Учитывая, что узловая область очень мала в сравнении с элементарной ячейкой обратной решетки, а что $\vec{P}(\vec{k}, \omega)$ периодическая функция обратной решетки, можно в формулах /8/ и /10/ заменить $\vec{P}(\vec{k}, \omega)$ на $\vec{P}(\vec{k}_0, \omega)$. Таким образом /8/ является уравнением для вектора $\vec{P} = \vec{P}(\vec{k}_0, \omega)$, не зависящего от переменной интегрирования \vec{k} . В дальнейшем ограничимся исследованием кристаллов почти кубической формы и поэтому $N_i \equiv N$.

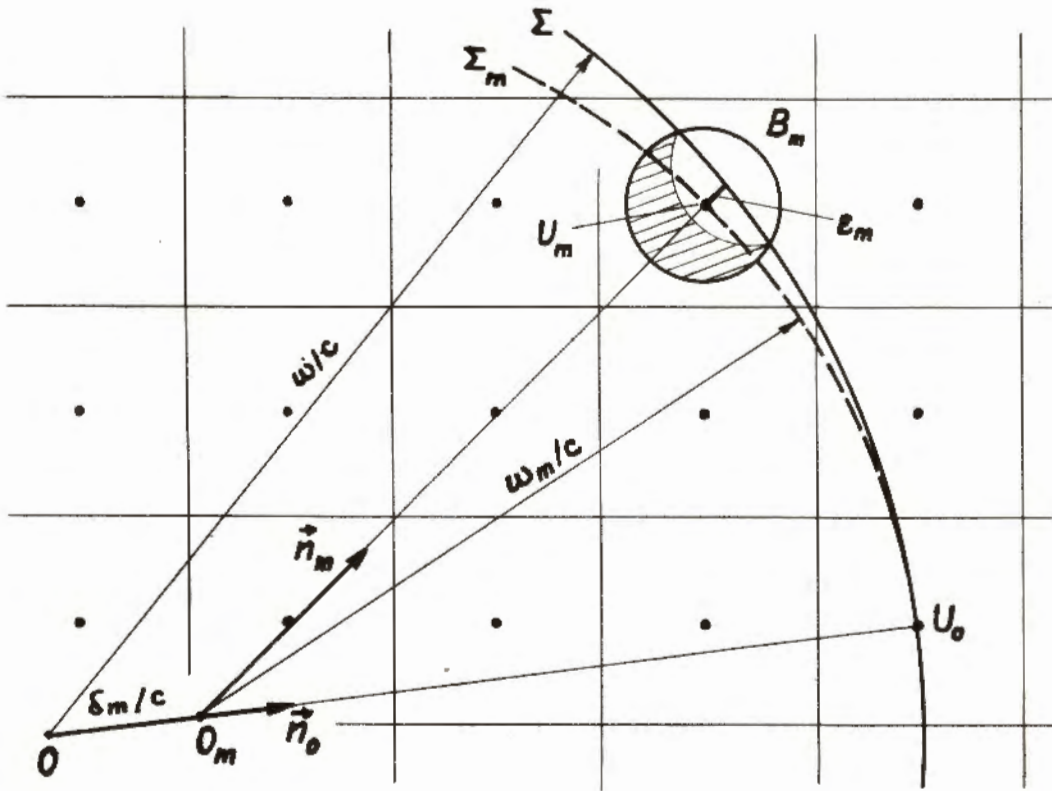
3. Определение \vec{P}

Если подставить для G_x выражение /2/, то из /8/ видно, что подынтегральная функция в формуле для \vec{J}_i отличается от нуля только в точках, в которых сфера $k^2 = (\omega/c)^2$ /сфера распространения Σ / пересекает узловые области обратной решетки. Для их определения можно использовать построение Эвальда^{14/}. Сфера распространения Σ проходит через точку $\vec{k} = \vec{k}_0$, так как $S(\rho) = N^3$ и $k_0^2 = (\omega/c)^2$ /см.рис. 1/. Таким образом, для заданного направления наблюдения \vec{n}_0 и для каждой частоты ω можно определить узловые области, дающие вклад в \vec{J}_i . Обозначив эти области индексом m , получаем для \vec{J}_i выражение

$$\vec{J}_i = i\omega\gamma_e \frac{3}{8\pi} N^3 \sum_{(m)} \int d(\vec{n}) [(\vec{n} \cdot \vec{P}) \vec{n} - \vec{P}] \quad /14/$$

в котором (m) - телесный угол, под которым видим пересечение сферы Σ с m -той узловой областью.

Для простоты заменим узловую область на шар радиуса $\rho = (3/4\pi)^{1/3} (2\bar{a}/Na)$. Вследствие малости узловых областей можно пренебречь изменением подынтегральной функции в /14/ и заменить ее на некоторое постоянное значение, как это сейчас покажем. На рисунке 1 точка O является центром сферы распростране-



Р и с. 1.

ния Σ для частоты ω и для направления наблюдения \vec{n}_0 . Точка O_m есть центр сферы распространения Σ_m для этого же направления наблюдения, но для частоты ω_m , при которой сфера проходит точно через узел U_m . Таким образом, для каждого \vec{n}_0 и каждого узла U_m определены направление \vec{n}_m и частота ω_m ^{x/}. Обозначив еще $\delta_m = \omega - \omega_m$, для расстояния e_m

^{x/} Все точки O_m получим следующим образом: узловую точку U_0 возьмем как начало отсчета и построим зоны Бриллюэна^{15/}. Точки O_m являются точками пересечения граничных плоскостей этих зон и прямой, проходящей через точку U_0 в направлении \vec{n}_0 .

узловой точки U_m от сферы распространения Σ получаем значение

$$\varepsilon_m = (1 - \vec{n}_0 \cdot \vec{n}_m) \frac{\delta_m}{c} . \quad /15/$$

С помощью этих результатов можно формулу /14/ приблизительно выразить в виде

$$\vec{J}_1 = i\omega \gamma_e \left(\frac{4\bar{\varepsilon}}{3}\right)^{1/3} \frac{3}{\rho \bar{n}^2} \left(\frac{1}{a}\right)^2 N \sum_m g\left(\frac{\varepsilon_m}{\rho}\right) [(\vec{n}_m \cdot \vec{P}) \vec{n}_m - \vec{P}] , \quad /16/$$

где $g(x) = (3\bar{\varepsilon}/4)(1-x^2)$.

Более сложным является расчет \vec{J}_2 . Все \vec{k} -пространство разделим на ячейки $B_{\vec{k}}$. /По существу эти ячейки имеют значение первой зоны Бриллюэна/. Используя /2/, получим

$$\int_{(B_{\vec{k}})} d(\vec{k}) [S(\vec{k}-\vec{k}_0) - 1] G_0(\vec{k}, \omega) (k^2 - (\omega/c)^2) = 4\bar{\varepsilon} \int_{(B_{\vec{k}})} d(\vec{k}) [S(\vec{k}-\vec{k}_0) - 1] = 0 , \quad /17/$$

как это вытекает из свойств функции S . Таким образом, \vec{J}_2 приобретает вид

$$\vec{J}_2 = \frac{\varepsilon^2}{2\bar{n}^2 \mu} \sum_{\vec{k}} \int_{(B_{\vec{k}})} d(\vec{k}) [S(\vec{k}-\vec{k}_0) - 1] \frac{\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{P})}{k^2 - (\omega/c)^2} . \quad /18/$$

Теперь могут возникнуть три возможности: 1/ сфера распространения $k^2 - (\omega/c)^2 = 0$ не пересекает ячейку $B_{\vec{k}}$, 2/ пересекает эту ячейку, но не узловую область /см.рис. 1, $|\varepsilon_m| > \rho$ /, 3/ пересекает и ячейку и узловую область ($|\varepsilon_m| < \rho$). Можно показать, что /вследствие большой величины N / главный вклад в /18/ вносит последняя возможность. Таким образом, в формуле /18/ сохраним только интегралы

$$\int_{(B_{\vec{k}})} d(\vec{k}) \frac{\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{P})}{k^2 - (\omega/c)^2} \quad /19/$$

по узловым областям, пересеченным сферой. Вследствие антисимметрии функции $k^2 - (\omega/c)^2$ вычитаются вклады от незаштрихованных частей узловой области /см.рис. 1/. Заменив дробь в /19/ на значение в узловой точке, получим для интеграла /19/ приближенное значение

$$-\frac{\omega}{c} \left(\frac{2\bar{\varepsilon}}{Na}\right)^3 \frac{\vec{n}_m \times (\vec{n}_m \times \vec{P})}{2\rho} f\left(\frac{\varepsilon_m}{\rho}\right) , \quad /20/$$

где $f(x) = (3/2)(1-x^2/3) \operatorname{sgn} x$.

Используя все эти результаты, приходим к следующему приближенному выражению для \vec{J}_1 :

$$\vec{J}_1 = -\omega \gamma_e \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 N \sum_{\underline{m}} f\left(\frac{\underline{\epsilon}_m}{\rho}\right) [(\vec{n}_m \cdot \vec{P}) \vec{n}_m - \vec{P}] \quad /21/$$

Суммирование производится по этим же узловым точкам, что и в формуле /16/. Заметим еще, что для $m=0$ все сферы распространения проходят точно через узловую точку U_0 и поэтому $f(\underline{\epsilon}_0/\rho) = 0$, $g(\underline{\epsilon}_0/\rho) = 3\pi/4$.

С помощью сокращений

$$A = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 N \gamma_e \quad /22/$$

$$\phi_m = \omega A \left[f\left(\frac{\underline{\epsilon}_m}{\rho}\right) - ig\left(\frac{\underline{\epsilon}_m}{\rho}\right) \right] \quad /23/$$

уравнение /8/ для определения \vec{P} приобретает вид

$$L\vec{P} = -\vec{F} - \sum_{\underline{m}} \phi_m [(\vec{P} \cdot \vec{n}_m) \vec{n}_m - \vec{P}] \quad /24/$$

Умножив это уравнение на \vec{n}_2 ($2=0,1,2,\dots,M$), получим систему линейных уравнений

$$(L - \sum_{\underline{m}} \phi_m) \vec{P} \cdot \vec{n}_2 + \sum_{\underline{m}} \phi_m (\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_m) (\vec{P} \cdot \vec{n}_m) = -\vec{F} \cdot \vec{n}_2 \quad /25/$$

из которых можно определить значения $\vec{P} \cdot \vec{n}_2$ и вставить их в уравнение

$$(L - \sum_{\underline{m}} \phi_m) \vec{P}_{\perp} = -\vec{F}_{\perp} - \sum'_{\underline{m}} \phi_m (\vec{P} \cdot \vec{n}_m) \vec{n}_{m\perp} \quad /26/$$

для определения \vec{P}_{\perp} . Уравнение /26/ просто вытекает из /24/ и /25/. Штрих обозначает, что исключается значение $m=0$. Индекс \perp использован для обозначения компоненты, перпендикулярной к направлению \vec{n}_2 .

Следовательно, исследование влияния кристаллической решетки на форму линии излучаемого света сводится к нахождению узловых областей, пересеченных сферой распространения, и к разрешению системы линейных уравнений /25/, /26/.

4. Спонтанное излучение и рассеяние

В дальнейшем рассмотрим влияние кристалла на спонтанное излучение осциллятора и на рассеяние плоской волны, падающей на кристалл.

Пусть во время $t < 0$ все осцилляторы находятся в невозбужденном состоянии, за исключением одного, в точке $\vec{s} = 0$, который в возбужденном состоянии с энергией W_0 и в момент времени $t = 0$ начинает излучать. Классическую модель такой системы, по-видимому, получим, положив $\vec{p}_s(t) = 0$ для $t < 0$ для всех осцилляторов и предположив, что в момент времени $t = 0$ осциллятор в точке $\vec{s} = 0$ получает мгновенный толчок. Для этого положим $\vec{f}_s(t) = \vec{K} \delta_{os} \delta(t)$, где $K = (2\mu W_0)^{1/2}$. Вектор \vec{F} в формулах /24/-/26/ принимает вид

$$\vec{F}_{sp} = \frac{e}{\mu} \vec{K} \quad /27/$$

Использование запаздывающей функции Грина для электрического поля взаимодействия обеспечивает выполнение условий $\vec{p}_s(t) = 0$ для $t < 0$. Так как при спонтанном излучении направление возбуждающей силы неопределенно, нужно $I_{sp}(\vec{n}_0, \omega)$ усреднить по всем направлениям вектора \vec{K} .

Теперь вернемся к рассеянию. Пусть на невозбужденный кристалл в направлении \vec{n}' падает излучение, линия которого имеет частоту Ω' и ширину Γ' . Если обозначить электрическое поле этого излучения

$$\vec{E}_0(\vec{k}, t) = \vec{E}_0 \theta(\tau) e^{-\Gamma'\tau/2} \cos \Omega'\tau, \quad /28/$$

где $\tau = t - \vec{n}' \cdot \vec{k} / c$, $\theta(t) = 0$ или 1 для $t < 0$ или > 0 , то $\vec{f}_s(t) = e \vec{E}_0(\vec{k}_s, t)$, и, следовательно, вместо \vec{F} надо в формулы /24/-/26/ вставить значение

$$\vec{F}_{sc} = i \frac{e^2}{\mu} \vec{E}_0 \frac{\omega + i\Gamma'/2}{(\omega + i\Gamma'/2)^2 - \Omega'^2} S\left(\frac{\omega}{c} \vec{n}_0 - \frac{\omega}{c} \vec{n}'\right). \quad /29/$$

Если падающее излучение не поляризовано, то нужно еще формулу для плотности рассеяной энергии $I_{sc}(\vec{n}_0, \omega)$ усреднить по всем направлениям вектора \vec{E}_0 , перпендикулярным направлению падения \vec{n}' .

5. Явления в большом кристалле

Предположим, что число осцилляторов велико. В таком случае, размеры узловых областей в пространстве обратной решетки очень малы и, следовательно, самым вероятным является пересечение только узловой области $\vec{m} = 0$ /которую

пересекают все сферы/. Таким образом, для большинства направлений наблюдения \vec{n}_0 и частот ω в формуле /26/ сумма сводится только к члену $m=0$, и

$$\vec{P}_\perp = -\vec{F}_\perp (L - \phi_0)^{-1} \quad /30/$$

Используя формулу /6/ для усредненной плотности спонтанного излучения, получим

$$\bar{I}_{sp}(\vec{n}_0, \omega) = \frac{W_0}{2\pi^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \Omega}{\Gamma/2}\right)^2} \frac{\gamma_e}{\Gamma^2} \quad /31/$$

где W_0 - энергия возбуждения и Γ - полная ширина линии, определенная формулой

$$\Gamma = \gamma + \frac{3}{8} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 N \gamma_e \quad /32/$$

В случае рассеяния, для усредненной плотности излучения, рассеянного в направлении \vec{n}_0 , вытекает выражение

$$\bar{I}_{sc}(\vec{n}_0, \omega) = \frac{q}{16\pi^3} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 W_0 \left(\frac{\gamma_e}{\Gamma\Gamma'}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \Omega}{\Gamma/2}\right)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \Omega'}{\Gamma'/2}\right)^2} N S\left(\frac{\omega}{c}\vec{n}_0 - \frac{\omega'}{c}\vec{n}'\right) /33/$$

в котором ширина Γ определена формулой /32/ и $W_0 = (c/8\pi) E_0^2 (Na)^2$ представляет среднюю энергию, падающую на кристалл за единицу времени.

Теперь приступим к обсуждению полученных результатов. В случае спонтанного излучения видим, что в большинстве направлений излучается значительно уширенная линия, так как для большого числа N ширина Γ достигает большого значения по сравнению с шириной линии изолированного осциллятора $\gamma + \gamma_e$. Что касается рассеяния, то из наличия структурного фактора S в формуле /33/ следует, что рассеянное излучение выходит из кристалла только вблизи направлений \vec{n}_0 , связанных с направлением падения \vec{n}' условием Брэгга-Вульфа

$$\vec{n}_0 = \vec{n}' + \frac{\lambda}{a} \vec{s} \quad /34/$$

в котором компоненты вектора \vec{s} - целые числа. В этих направлениях наблюдается линия, сохраняющая форму линии падающего излучения.

Рассмотрение явлений, возникающих в определенном числе направлений наблюдения \vec{n} , для которых сфера распространения пересекает больше чем одну узловую область, сложно. Выражение для \bar{P}_1 имеет вид дробной функции, знаменатель которой состоит из двух сомножителей, а именно: из $L - \sum \phi_m$ и из определителя системы уравнений /25/. Свойства этих множителей определяют форму линии. С первого взгляда видно, что наличие членов $f(\epsilon_m/\rho)$ приводит к сдвигу линии, между тем как функции $g(\epsilon_m/\rho)$ приводят опять к уширению этой линии. Так как определитель может быть полиномом высокой степени частоты ω , то для испускаемой линии возможна сложная, зависящая от направления наблюдения, мультиплетная структура.

Для очень маленьких кристаллов сфера распространения пересекает много узловых областей и можно показать, что в таком случае кристалл почти не влияет на форму линии.

Наконец, определим еще условия, при которых можно считать кристалл большим. Если $\lambda \ll a$, то внутри сферы радиуса ω/c находится примерно $(4\pi/3) (\omega/c)^3 (a/2\pi)^3$ узловых точек. Число узловых областей, пересеченных этой сферой, определено числом узловых точек внутри оболочки радиусов $(\omega/c) \pm \rho$ и, следовательно, равно $8\pi (3/4\pi)^{1/3} (a/\lambda)^2 (1/N)$. Чтобы кристалл был большим, число это должно быть $\ll 1$. Таким образом,

$$N \gg 10 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2. \quad /35/$$

6. Заключение

Из предыдущего видно, что излучение осцилляторов, составляющих большой кристалл, имеет другие свойства по сравнению с излучением одного изолированного осциллятора. Все результаты выведены для идеального монокристалла, в котором одинаковые осцилляторы распределены в строго периодической кристаллической решетке. Для непосредственного сравнения с экспериментом надо учесть влияние нарушений этих условий.

В заключение автор пользуется возможностью выразить благодарность М.И. Подгорецкому, И.М. Франку, Ф.Л. Шапиро, В.Н. Ефимову и Ю.М. Остаевичу за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. R.H. Dicke. Phys. Rev., 93, 99 1954.
2. В.М. Файн. УФН, 64, 273, 1958.
3. М.И. Подгорецкий, И.И. Ройзен. ЖЭТФ, 39, 1473, 1960.
4. R.W. James. The Optical Principles of the Diffraction of X-rays, London, 1950.
5. L. Brillouin, M. Parodi. Propagation des Ondes dans les Milieux Périodiques, Paris, 1956.

Рукопись поступила в издательский
отдел 29 марта 1961 г.