

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

14
к-64
400

2.3.

Экз. чит. зал.

* ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ *
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ *



Л.П. Коновалова, Л.С. Охрименко, З.С. Стругальский

P - 700

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ
 γ -КВАНТОВ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ
КАМЕРЕ

ПГЭ, 1961, № 6, с 26.

Дубна 1961

Л.П. Коновалова, Л.С. Охрименко, З.С. Стругальский^{x/}

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ
 γ -КВАНТОВ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

^{x/} Институт ядерных исследований Варшава, Польша.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

А н н о т а ц и я

Описывается метод определения энергии
новой пузырьковой камере.

γ -квантов в ксено-

Определение энергии γ -квантов в ксеноновой пузырьковой камере представляет большой интерес. Такая камера является хорошим детектором γ -квантов, обладающим большой эффективностью регистрации. Возможность измерять энергию γ -квантов с известной точностью позволит расширить круг физических задач, изучаемых с помощью ксеноновой камеры.

Хотя ксеноновая камера по своим свойствам /особенно эффективность регистрации γ -квантов/ близка к фотопластинкам, однако методы измерения энергии γ -квантов, применяемые в работах с ядерными фотопластинками не применимы в работе с пузырьковой камерой. Поэтому была поставлена задача разработать новые способы измерения или соответственным образом изменить методы, применяемые в работах с фотопластинками.

В данной статье указывается метод измерения энергии γ -квантов в ксеноновой пузырьковой камере для широкого диапазона измеряемых энергий.

Работа затрагивает следующий круг вопросов:

1. Определение энергии малоэнергичных γ -квантов /энергия от 10 Мэв до 150 Мэв/.
2. Определение энергии среднеэнергичных γ -квантов /энергия от 100 Мэв до 1000 Мэв/.
3. Определение энергии высокоэнергичных γ -квантов /энергия больше 1000 Мэв/.
4. Обсуждение условий применимости и точности метода.

В расчетах и анализе экспериментальных данных применяются следующие константы для ксенона: плотность $d = 2,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, радиационная единица длины $t = 3,1 \text{ см}^{1/1}$, ионизационный потенциал $I/54/ = 729 \text{ эв}$, длина конверсии $\lambda = 1.3 t = 4 \text{ см}$. Экспериментальный материал получен на 20-литровой ксеноновой камере^{/2/}.

I. Анализ применимости возможных способов измерения
энергии γ -квантов и подбор эталонов для экспериментальной
проверки разрабатываемых методов
измерения

1. Анализ применимости возможных способов измерения энергии γ -квантов.

Энергию γ -квантов можем измерить после их конверсии в камере на электронно-позитронные пары. Из анализа теоретических сведений об электронно-позитронных парах и зависимости их вида от энергии^{/3,4,5,6/} следует несколько возможных способов определения энергии γ -квантов:

а/ путем непосредственного измерения энергий E_+ и E_- позитрона и электрона, соответственно, и определения энергии γ -кванта из соотношения^{/6/} $E_\gamma = E_+ + E_- + 2m_e c^2 / \delta$ / m_e - масса покоя электрона/;

б/ путем измерения угла δ между компонентами электронно-позитронной пары и определения энергии E_γ , из соотношения^{/4/} $\delta = \frac{4m_e c^2}{E_\gamma} F(\frac{E_-}{E_+})$ / E_- - энергия электрона меньшей энергии, F - функция от E_γ и E_- ;

в/ с помощью измерения относительного рассеяния компонент пары^{/7,8/};

г/ посредством определения изменения плотности ионизации на участке пары, где компоненты пары еще не раздваиваются^{/9,10/};

д/ при помощи измерения соответственных параметров электронно-фотонных ливней^{/11/}.

Все эти способы в большей или меньшей мере применялись в работах с фотопластинками^{/7/}. Диапазоны энергий, к которым применяется каждый из этих способов, можно найти в соответствующей литературе^{/7/}.

Рассмотрим применяемость способов а/ - д/ для определения энергии γ -квантов в ксеноновой пузырьковой камере.

Способ а/ применим для определения энергии γ -квантов в ксеноновой камере, если возможно определить энергию электронов или из кривизны траекторий в заданном магнитном поле, или из соотношения пробег-энергия для электрона. Из-за большого рассеяния электронов в ксеноне остается единственный

способ определения энергии электронов - по пробегу. Здесь, однако, необходимо учесть наличие обладающих большими флюктуациями радиационных потерь с увеличением энергии электронов выше критической. Такой учет можно относительно легко провести, принимая во внимание большую эффективность камеры при регистрации γ -квантов энергии выше, скажем, 5 Мэв^{x/}. Так как ионизационные потери можно практически считать постоянными в широком диапазоне энергий электронов /рисунок 1/, то E_γ можно определить путем суммирования энергии электронов, компонент пары и энергий всех вторичных γ -квантов. Энергию отдельных пар можно определять из экспериментальной градуировочной кривой зависимости пробега электрона /относительно небольшой энергии/ от его энергии. Получаем таким образом своего рода калориметрический способ определения энергии γ -квантов.

Способ б/, опирающийся на зависимость угла разлета компонент пары от энергии γ -кванта, не применим в ксеноновой камере. При энергии около 50 Мэв $\delta \approx 2^\circ$, при энергии 100 Мэв $\delta \approx 1^\circ$. Такие углы не удается измерить в случае электронно-позитронных пар в ксеноновой камере.

Способ в/ применим в ксеноновой камере в некотором диапазоне энергий, но не обеспечит достаточной точности. Это следует из того, что при больших энергиях на точность измерения рассеяния влияют шумы, а при малых энергиях пробеги слишком короткие и влияют кратные рассеяния.

Способ г/ не применим из-за того, что режим камеры меняется обычно от снимка к снимку, а, кроме того, неизвестна зависимость плотности пузырьков от энергии частицы для данного режима работы камеры.

Последний способ д/ применим к относительно большим энергиям и его точность растет с энергией E_γ . Дело в том, что все характеристики ливня даны для так называемого среднего ливня, а чем больше энергия первичного γ -кванта, создавшего ливень, тем ближе средние расчетные параметры ливня к действительным параметрам ливня, наблюдавшегося на опыте.

Из вышесказанного следует, что для измерения энергии γ -квантов в ксеноновой камере можно практически пользоваться только способами а/ и д/.

^{x/} Такие γ -кванты дают пары, которые можно заметить в камере.

2. Критерии отбора градуировочных

γ -квантов

Гамма-кванты определенных энергий могут служить материалом для построения экспериментальной кривой зависимости пробега электронов от их энергии.

Наиболее удобно было бы использовать γ -кванты, возникшие при распаде $\bar{\Lambda}^0$ -мезонов — продуктов распада $K_{\bar{L}2}$ -мезонов. Таким образом можно было бы построить кривую пробег-энергия до энергий электронов, равной около 100 Мэв. Однако такими случаями мы не располагали в достаточном количестве.

В качестве градуировочных γ -квантов можно также использовать γ -кванты от распада малоэнергичных $\bar{\Lambda}^0$ -мезонов, рожденных в актах взаимодействия пучковых частиц с ядрами ксенона. Способ определения энергии таких γ -квантов сложнее. Энергию удается определить лишь только в tatsächlich отобранных случаях, удовлетворяющих определенным условиям. Необходимо сделать также следующие общие предположения:

- a/ Вся энергия от γ -кванта выделяется в камере.
- б/ В среднем на один пузырек расходуется постоянное, независимое от энергии электрона, количество энергии.
- в/ Радиационные потери, сопровождающиеся излучением γ -квантов энергий не больше 5 Мэв, не зависят от энергии электрона в широком диапазоне энергий.
- г/ Энергия γ -кванта E_γ пропорциональна суммарному пробегу всех вторичных электронов от этого γ -кванта.

Законность предположения а/ следует из выборки градуировочных γ -квантов. Из условия необходимости наблюдать все вторичные электронно-позитронные пары, следует, что надо принимать во внимание только те случаи взаимодействия, которые имели место в области центра камеры. В каждом случае

исследовалась возможность выхода вторичных γ -квантов из камеры.

Законность предположения б/подтверждается однозначностью получаемых результатов, а законность предположения в/следует из теоретического расчета /рис. 1/ и также подтверждается однозначностью получаемых результатов.

Законность предположения г/следует из законности предположений а/-в/, если принять во внимание, что из наблюдения большого количества электронов разных энергий в камере видно, что плотность пузырьков постоянна^{x/}, а следы имеют плавный вид.

Кроме того, требовалось, чтобы возникшие электронно-позитронные пары от обоих γ -квантов имели похожий вид: это означает близкие значения пробегов электронов. Мы требовали также, чтобы в выбранных случаях не было вторичных электронно-позитронных пар.

Имея таким образом выбранные случаи одиночных π^0 -мезонов, можно определить энергию γ -квантов в лабораторной системе. На основании предположения г/между суммарным пробегом и энергией E_γ , или импульсом P_γ γ -кванта можно написать следующее соотношение:

$$P_\gamma = E_\gamma = k (R_{1\text{комп}} + R_{2\text{комп}}), \quad /1/$$

где $R_{1\text{комп}}$; $R_{2\text{комп}}$, соответственно, длины пробегов электрона и позитрона пары, P_γ и E_γ импульс и энергия родительского γ -кванта, k коэффициент, одинаковый для каждого γ -кванта.

Если π^0 -мезон распадается так, что в лабораторной системе угол между направлением γ -квантов равен θ , а углы между направлением полета π^0 -мезона и γ -квантами равны, соответственно, θ_1 и θ_2 , тогда можно написать:

$$\operatorname{ctg} \theta_1 = \operatorname{ctg} \theta + \frac{P_{\gamma_1}}{P_{\gamma_2}} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \quad /2/$$

$$\theta_2 = \theta - \theta_1, \quad /3/$$

где θ определено путем непосредственного измерения в камере.

^{x/} Это так и должно быть, ибо везде мы имеем дело с релятивистскими электронами.

Зная углы θ_1 и θ_2 , общий угол разлета γ -квантов θ , легко определить энергию γ -квантов согласно формулам:

$$E_{\gamma_1} = \frac{m_{\pi^0}}{\sqrt{2 \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} (1 - \cos \theta)}}, \quad /4/$$

$$E_{\gamma_2} = \frac{m_{\pi^0}}{\sqrt{2 \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} (1 - \cos \theta)}}, \quad /5/$$

где m_{π^0} — масса покоя π^0 -мезона.

Кинетическую энергию электронов соответственных пар определяем по формуле

$$E_{\text{комп.}} = \frac{R_{\text{комп.}}}{R_{\text{общ.}}} \cdot E_{\text{общ.}} - m_e c^2, \quad /6/$$

где $E_{\text{комп.}}$, $E_{\text{общ.}}$, $R_{\text{комп.}}$, $R_{\text{общ.}}$, соответственно, энергии и пробеги компоненты пары и суммарный пробег всей пары.

II Определение энергии малоэнергийных

γ -квантов /диапазон энергии 10 МэВ+150 МэВ/

1. Кривая зависимости пробега электрона от энергии

Экспериментальная зависимость пробега электрона в ксеноне от энергии получена нами способом, описанным в I, 2. Данные приведены в таблице 1 и на рисунках 2 и 3. Экспериментальные значения энергий электронов, соответствующие разным пробегам, были усреднены по диапазонам пробегов $10 \div 20$, $20 \div 30$ и т.д., $80 \div 100$, $100 \div 120$, $120 \div 140$ мм. Таким образом мы получили средние пробеги R и соответствующие им средние энергии \bar{E} . В таблице 1 помещены также значения разбросов пробегов ΔR и энергий ΔE в принятых диапазонах, а также средние квадратичные ошибки.

Таблица 1

Зависимость среднего пробега электрона \bar{R} от средней
энергии электрона \bar{E}

Эксперимент						Теория
\bar{R} мм	ΔR мм	σ_R мм	\bar{E} Мэв	ΔE Мэв	σ_E Мэв	\bar{E} Мэв
24	+6 -3	± 3	18	+2 -3	± 2	9
34	+4 -3	± 3	19	+9 -7	± 5	14
47	+3 -3	± 3	24	+9 -6	± 5	20
59	+4 -2	± 5	32	+13 -10	± 11	27
64	+4 -2	± 2	36	+13 -13	± 8	30
74	+6 -4	± 4	41	+9 -9	± 7	35
91	+6 -10	± 6	43	+9 -9	± 6	45
108	+8 -7	± 3	56	+10 -17	± 11	55
126	+6 -5	± 4	72	+22 -15	± 12	65

Имея в виду, что существует хорошо разработанная теория потерь энергии электроном в веществе /11/ и она подтверждена опытом /6,12-14/, можно получить теоретическую зависимость пробега электрона в ксеноне от энергии.

Если наш метод определения энергии электронов по их пробегу правилен, то теоретическая кривая должна очень мало количественно отличаться от экспериментальной.

Теоретическая кривая зависимости пробега электрона в ксеноне от энергии рассчитана численно по формуле

$$R(E) = \int_{m_e c^2}^E \frac{-\frac{dE}{dx}}{\frac{dE}{dx}}, \quad 17/$$

где

$$-\frac{dE}{dx} = + \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{ion} + \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{rad} \quad 18/$$

18/

полные потери энергии электроном на 1 см пути в ксеноне.

Полные ионизационные потери на 1 см пути $\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{ion}$, соответствующие данной энергии электрона, рассчитывались по формулам, приведенным в книге С.З. Беленького^{11/}, при условии, что передаваемая энергия ≤ 5 Мэв.

Радиационные потери $\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{rad}$ на 1 см пути рассчитывались численно по соответствующим формулам Беленького^{11/}, причем учитывались потери не больше 5 Мэв, что соответствует нашим предположениям, сделанным в I, 2.

Из количественного сравнения теоретических и экспериментальных данных, видно, что теоретическая кривая лежит немного ниже экспериментальной. Это можно объяснить тем, что в действительности пробег электронов в камере больше измеренного. Мы заменяли плавную кривую ломаной. Учитывая это, можно констатировать хорошее численное согласие теоретических результатов с экспериментальными.

2. Оценка точности измерения энергии по пробегу

Из таблицы 1 следует, что средняя квадратичная ошибка в измерении энергии не больше 20%. В действительности точность определения энергии электрона по его пробегу составляет около 15%.

Для ориентировки в оценке энергии γ -квантов мы приводим пример определения энергии γ -квантов, возникших при распаде K_{π_2} -мезонов. Мы располагаем только лишь двумя такими случаями. Результаты определения энергии γ -квантов по кинематике и по формуле $E_\gamma = E_+ + E_- + 2m_e c^2$, где E_+ и E_- берутся из кривой $R = f(\bar{E})$, приведены в таблице 2.

Таблица 2.

№№ случ.	Эн. γ -квантов определена по кинематике	Эн. γ -квантов определена экспериментально
816 / 146	$E_{\gamma_1} = 128$ Мэв $E_{\gamma_2} = 120$ Мэв	$E_{\gamma_1} = 113$ Мэв E_{γ_2} x/
8 / 802	$E_{\gamma_1} = 177$ Мэв $E_{\gamma_2} = 65$ Мэв	E_{γ_1} x/ $E_{\gamma_2} = 67$ Мэв

III. Определение энергии средне-энергичных γ -квантов /диапазон энергий от 100 Мэв до 1000 Мэв/

1. Метод.

Квантами средней энергии мы назовем такие, которые создают малоплотные дивни, когда возможно хорошо отличить все индивидуальные электронно-позитронные пары в ливне.

Полная энергия γ -кванта в конце концов расходуется на создание пузырьков в камере. Так как мы имеем возможность наблюдать все γ -кванты выше 5 Мэв, а излученные γ -кванты с энергией меньше этой учитываются автоматически кривой $R(\bar{E})$, то суммируя энергию вторичных γ -квантов определенные способом, изложенным в II, 2, мы получим энергию первичного γ -кванта согласно формуле

x/ Не удается определить, т.к. электрон уходит из камеры.

$$E_{\gamma} = \sum_{T=1}^n E_T + \sum_{T=1}^{n'} E'_T + \sum_{T=1}^{n''} E''_T + (n+n') m_e c^2, /9/$$

где E_T - энергия одной компоненты первичной пары и энергия компонент вторичных пар, рожденных этим электроном; E'_T - аналогичные величины для второй компоненты пары, E''_T - энергия δ -электронов, n - число вторичных пар от первого электрона электронно-позитронной пары, n' - число вторичных пар от второго электрона пары, $m_e c^2$ - энергия покоя электрона.

2. Оценка энергии нескольких случаев малоплотных ливней

Применимость формулы /9/ следует из результатов, изложенных в II, 1, и из того факта, что суммарные потери энергии, определенные в II, 1, практически не зависят от энергии при энергиях электрона выше 50 Мэв.

Для оценки верхней границы энергий γ -квантов, которую можно определять излагаемым здесь способом, мы приводим данные, полученные путем расчета энергии γ -квантов средней энергии создавших слабые ливни. γ -кванты брались от одиночных π^0 -мезонов со значительной энергией. Энергии рассчитывались в предположении, что регистрируются все вторичные частицы способом, аналогичным описанному в II, 2. Эти данные сопоставляем с результатами, полученными путем непосредственного определения энергии γ -квантов с помощью метода, изложенного в III, 1. Данные помещены в таблице 3.

Таблица 3.

Случай №	Энергия определена из расчета М э в	Энергия определена по формуле /9/ и кривой М э в.
1	135	137
2	126	138
3	274	261
4	116	103
5	558	600
6	260	288

Точность в определении энергии по формуле /9/ и кривой $R = f(E)$ не хуже минимальной точности определения энергии одиночной электронно-позитронной пары.

IV. Определение энергии γ -квантов высоких
энергий / $E_\gamma > 1000$ Мэв/

1. Метод

С увеличением энергии E_γ γ -кванта наступает все более и более интенсивное рождение вторичных пар. Ливни становятся достаточно плотными. Методы, изложенные в главах III и III, не годны для определения энергий таких квантов.

Единственные экспериментальные сведения о возникшем ливне сводятся к числу частиц на данной глубине, глубине максимального развития ливня, максимальной ширине и полной длине ливня.

Для определения энергии γ -кванта, создавшего ливень, надо использовать эти экспериментальные сведения и теоретически выведенную зависимость между этими экспериментальными параметрами и энергией первичной частицы, создающей ливень.

Теоретически наиболее хорошо разработаны, наиболее пригодны, с точки зрения простоты в применении, и обладают минимальными флюктуациями зависимости глубины максимума развития ливня t_{max} и числа частиц в максимуме ливня N_{max} от энергии первичной частицы, создавшей ливень^{/11/}.

Выведенная в общем виде С.З. Беленьким^{/11/} зависимость между t_{max} и N_{max} и первичной энергией E частицы, создавшей ливень в тяжелых элементах с учетом зависимости от энергии коэффициента поглощения фотонов, дается формулами:

$$t_{max} = K_1 \left(\frac{E}{\beta} \right) \ln \frac{E}{\beta}, \quad /10/$$

$$N_{max} = \frac{K_2 \left(\frac{E}{\beta} \right)}{\sqrt{\ln \frac{E}{\beta}}} \cdot \frac{E}{\beta}, \quad /11/$$

где β - критическая энергия /для ксенона по формулам Беленского 8.2 Мэв/

Коэффициенты K_1 и K_2 для данного вещества можно получить путем численного интегрирования соответствующих формул, данных Беленьким^{/11/}. Для ксенона решение дает следующий результат:

Таблица 4.

E	$5 \cdot 10^8$ эв	10^9 эв	$5 \cdot 10^9$ эв	10^{10} эв
E/β	60,978	121,951	609,756	1219,512
K_1	1,319	1,272	1,203	1,183
K_2	0,246	0,244	0,251	0,254

С целью измерения энергии необходимо определить местонахождение N_{\max} и число N_{\max} . Для этого следует сосчитать число частиц, проходящих через поперечное сечение ливня вблизи его максимума через, например, $\frac{1}{3}t$ единицы на протяжении 1 t -единицы до и за максимумом, локализованным приблизительно в области максимальной ширины ливня. Из сравнения результатов подсчета для разных глубин $t = n \frac{1}{3}t$, $n = 1, 2, 3, \dots$ легко найти максимальное число частиц N_{\max} а затем и t_{\max} .

Энергию E , соответствующую данным N_{\max} и t_{\max} , находим путем графического решения уравнений /10/ и /11/.

При таком определении энергии γ -кванта возникает вопрос насколько истинное число частиц, данное прямым подсчетом, отклоняется от среднего числа, данного теорией. Вообще флюктуации намного превышают пуассоновские, но вблизи максимума эти флюктуации меньше пуассоновских^{/6,11/}. Ошибка в определении энергии будет затем меньше $\pm \sqrt{N}$, где \sqrt{N} соответствует пуассоновскому распределению. Как мы уже говорили раньше, точность в определении энергии этим способом увеличится с увеличением энергии γ -кванта.

Если принять, что в максимуме $\bar{N} = N_{\max}$ то точность в определении энергии легко рассчитать по формулам /10/ и /11/, соответственно, для энергии при $N_{\max} + \sqrt{N_{\max}}$ и $N_{\max} - \sqrt{N_{\max}}$.

Таким образом определена ожидаемая точность соответствующая энергиям 1 Бэв и 5 Бэв. Она составляет соответственно 30% и 15%.

Экспериментальная проверка изложенного здесь способа определения энергии частицы, создавшей электронно-фотонную лавину, весьма затруднительна. Следует однако ожидать хорошее качественное согласие каскадной теории с экспериментом в диапазоне рассматриваемых нами значений энергий первичного γ -кванта, а затем и правильные результаты в определении изложенным здесь способом энергии γ -квантов.

На рисунке 4 даны кривые, позволяющие оценивать энергию частицы, создавшей ливень по N_{\max} и t_{\max} .

В заключение авторы выражают благодарность лаборантке Н.К. Смирновой за выполнение измерений на микроскопе.

Л и т е р а т у р а .

1. D.A. Glaser. Handb. of Phys., Band XLV, 1958, 5, 334.
2. T.I. Kanarek, E.I. Maltsev, T. Nagy, J. Nagy, A. Prokes, G.M. Stashkov, E.P. Ustenko, I.V. Chuvilo and U.N. Shkobin. Proc. of the Intern. Conf. on High-Energy Accelerators and Instrumentation, CERN, 1959.
3. H.A. Bethe and W. Heitler. Proc. Roy. Soc., 146, 83, 1934.
4. A. Borselino. Phys.Rev., 89, 1023 (1953).
5. N. Stearns, Phys.Rev., 76, 836 (1949).
6. В. Гайтлер. Кvantовая теория излучения, Москва 1956.
7. C.F. Powell, P.H. Fowler, D.H. Perkins. The Study of Elementary Particles by the Photographic Method, London, 1959.
8. Дж. Вильсон. Физика космических лучей 2, Москва 1956.
9. А.Е. Чудаков. Изв.АН СССР сер.физ. 18, 651 /1955/.
10. M. Miesowicz and W. Wolter. Nuovo Cim., 4, 648 (1956).
11. С.З. Беленький. Лавинные процессы в космических лучах, Москва, 1948.
12. R.L. Walker. Phys.Rev., 76, 527 (1949).
13. J.L. Lawson. Phys.Rev., 75, 433 (1949).
14. J.W. de Wire, A. Ashkin, L.A. Beach. Phys.Rev., 82, 447 (1951).

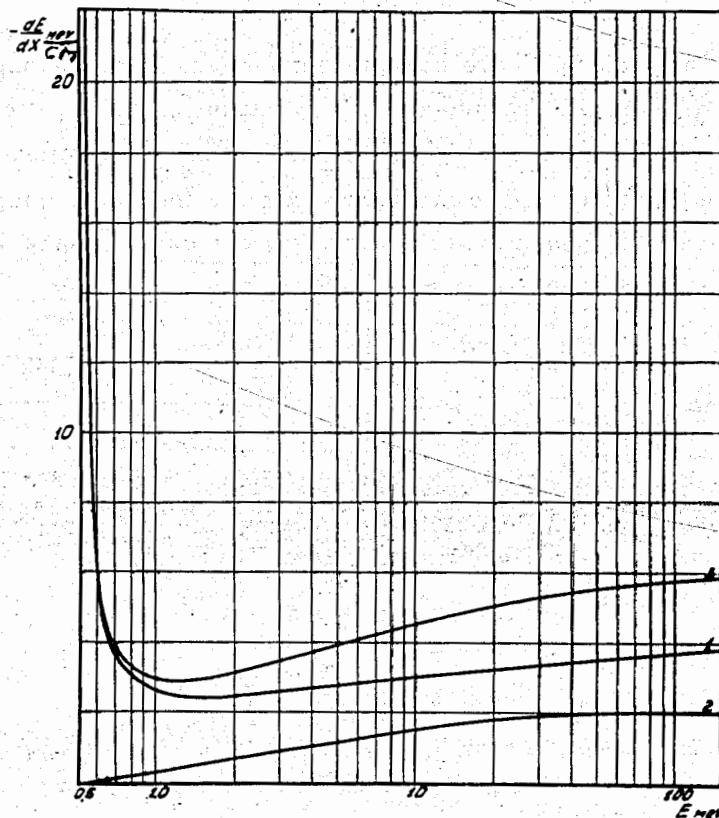


Рис. 1. Зависимость потерь энергии электрона в ксеноне от его энергии. Передаваемая в одном акте столкновения энергия не больше 5 Мэв
 1- ионизационные потери,
 2- радиационные потери,
 3- суммарные потери.

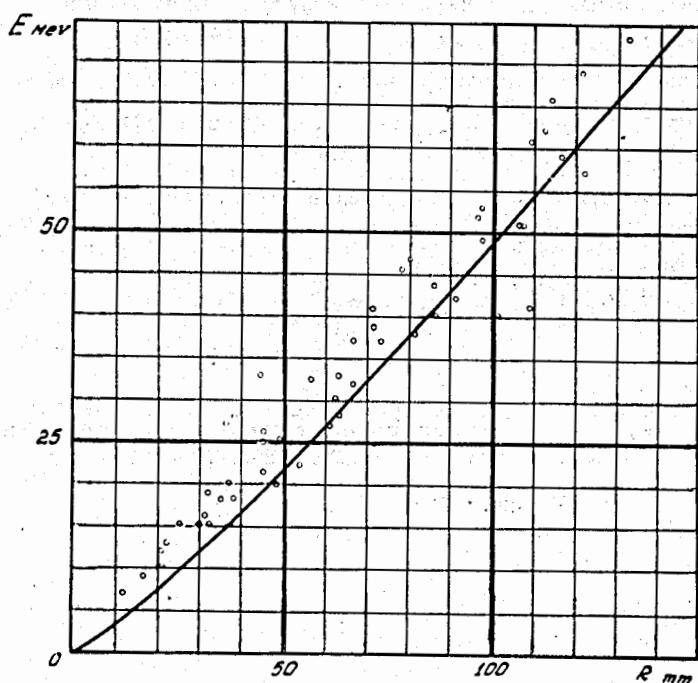


Рис. 2. Поле экспериментальных точек, изображающих зависимость про-
 бега электрона R от его энергии E .
 Сплошная линия - теоретически вычислена кривая.

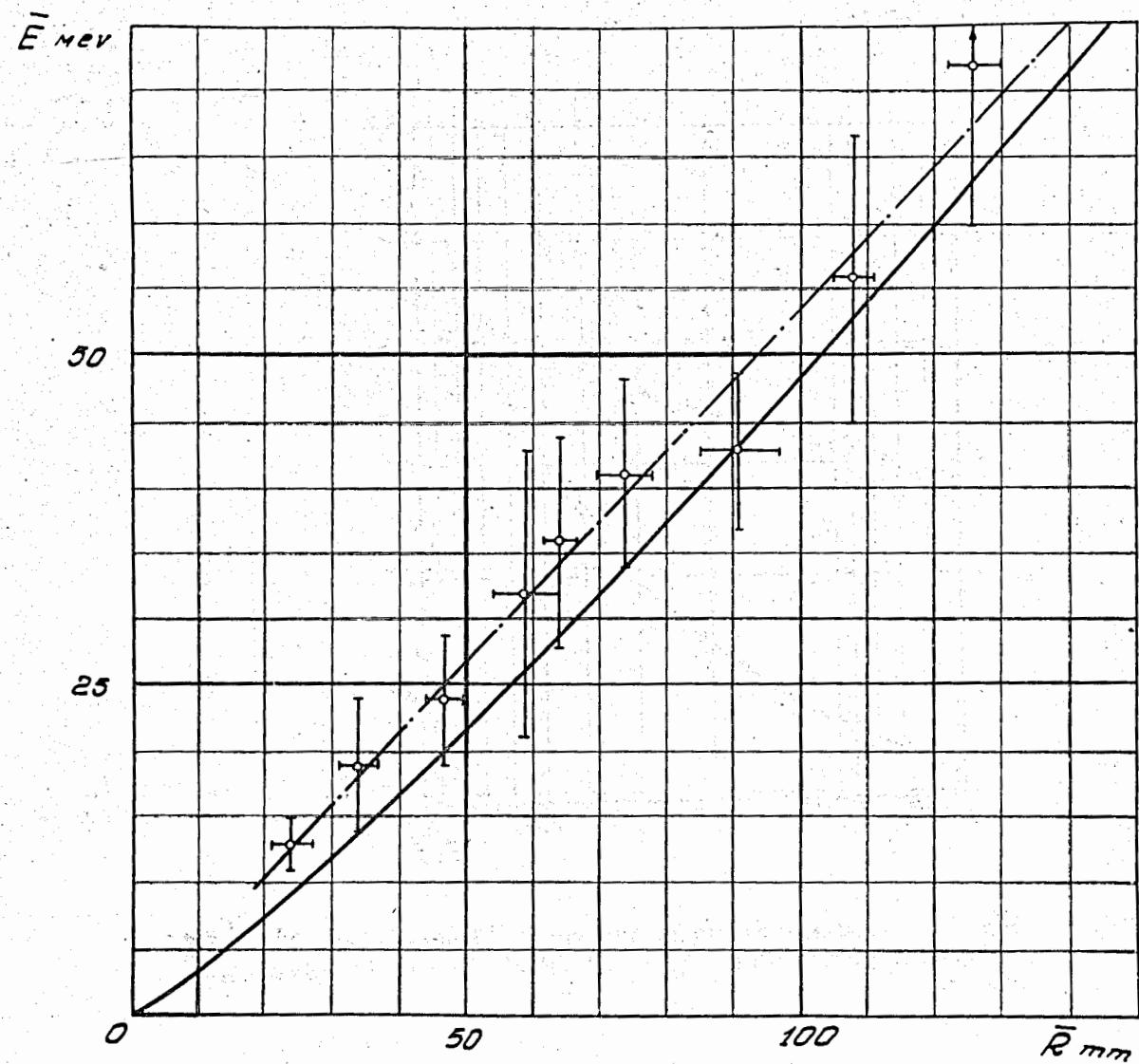


Рис. 3. Кривая зависимости \bar{R} от E для электронов в ксеноне;
— эксперимент, — теория.

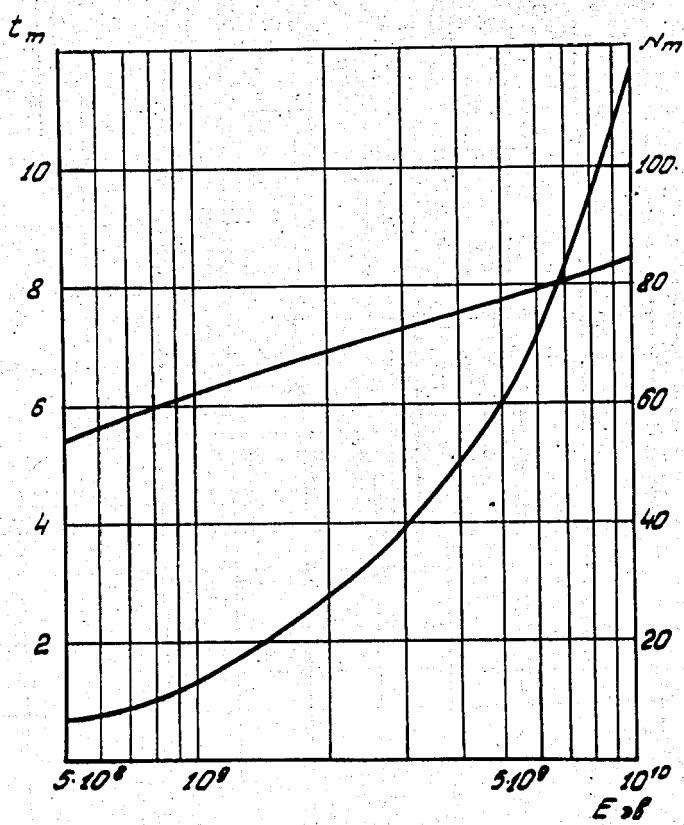


Рис. 4. Кривые зависимости числа частиц в максимуме ливня N_{\max} и глубины максимума t_{\max} от энергии частицы, создавшей ливень.