

18
M-36
665



В.Г. Маханьков, Н.Б. Рубин

P 665

ДЕЙСТВИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ
НА ПУЧОК ЧАСТИЦ,
УСКОРЯЕМЫХ В СИНХРОФАЗОТРОНЕ

Дубна 1961

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.Г. Маханьков, Н.Б. Рубин

Р 665

ДЕЙСТВИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ
НА ПУЧОК ЧАСТИЦ,
УСКОРЯЕМЫХ В СИНХРОФАЗОТРОНЕ

980/5
48.

Соединенный институт
ядерных исследований
БНБЛИЖУТЕНА

В процессе наладочных и исследовательских работ по повышению интенсивности ускоренного пучка частиц в синхрофазотроне ОИЯИ неоднократно вставал вопрос о том, каковы потери частиц из-за многократного рассеяния их на атомах остаточного газа в реальных условиях этой машины. Основываясь на работах Блахмана и Куранта [1,2], а также Гринберга и Берлина [3], мы провели соответствующее исследование.

При этом, учитывая специфику нашей машины, мы так же, как и указанные авторы, ограничились рассмотрением потерь лишь на горизонтальных стенках ускорительной камеры. На вертикальных стенках, ввиду большой радиальной апертуры камеры, рассматриваемый эффект практически не дает потерь.

Выделим те особенности данной работы, которые, на наш взгляд, дают некоторое развитие теории, созданной указанными авторами.

В работе дается более правильное определение функции, характеризующее пространственное распределение частиц, в связи с чем выводы теории приобретают физическую наглядность. Мы концентрируем внимание также на влиянии начального распределения частиц по амплитудам свободных /вертикальных/ колебаний на рассматриваемый процесс, имея в виду, что учет этого обстоятельства важен для практики, и что до сих пор результаты были получены лишь для δ^2 - образного начального распределения [1,2] и для равномерного распределения по энергиям вертикальных свободных колебаний [3], плохо отражающего действительность^{х/}. Наряду с этим в работе рассчитывается динамика распыливания пучка, что полезно для практики и наглядно интерпретирует результаты. Поскольку созданная теория не позволяет решить в квадратурах задачу о рассеянии при наличии адиабатического затухания свободных колебаний^{хх/}, то в этом реальном случае удается оценить лишь нижнюю границу потерь [3]. При этом мы провели эту оценку в принципе для любого начального

х/ Это распределение было взято, наверное, потому, что соответствующие интегралы /см. ниже/ вычисляются аналитически.

хх/ Отметим, что в том случае, когда затухание колебаний обусловлено не ростом энергии частиц, а излучением, как при движении электронов в так называемой накопительной системе, то учет затухания удается провести точно [4].

распределения частиц, и, в частности, для такового, которое близко к имеющемуся в синхрофазотроне ОИЯИ.

В настоящее время планируется провести численный расчет для синхрофазотрона ОИЯИ исходного уравнения данного процесса при учете затухания.

Заметим, что соответствующая задача для сильнофокусирующего ускорителя с одинаковыми частотами вертикальных и радиальных колебаний и круглой камерой рассматривалась в работе Гольдина и Иоффе [5].

2

Рассмотрим действие многократного рассеяния на свободные вертикальные колебания. При этом ради простоты для выражения указанных колебаний воспользуемся "гладким" приближением.

В качестве параметра, связанного с временем и характеризующего последнее, выберем кинетическую энергию ускоряемой частицы W .

За характерную величину, изменяющуюся при рассеянии частиц, примем квадрат амплитуды вертикальных колебаний $y = a^2$; для краткости будем иногда называть y "координатной". Вертикальную апертуру камеры обозначим $2D_z$.

Введем $V(w, y) \cdot dy$ - вероятность того, что частица в момент w будет иметь координату y в интервале $[y, y + dy]$ при $y, y + dy \leq D_z^2$, если в начальный момент w_0 в интервале $[0, D_z^2]$ задано распределение $V(w_0, y) = \Upsilon(y)$ и если при соответствующем переходе координата ни разу не принимает значения $y \geq D_z^2$, то есть частица не касается стенки.

Такое определение вероятности, специально приспособленное к рассмотрению задачи с границами, к которым "прилипают" частицы [8], является в нашем случае более правильным, чем приведенное, например, в работе [1].

Функция V подчиняется следующим очевидным условиям:

$$V(w, D_z^2) = 0, \quad //1/$$

поскольку частица при $y = D_z^2$ уже касается стенки.

$$V(w, 0) - \text{ограничена,} \quad /2/$$

$$V(w_0, y) = Y(y). \quad /3/$$

Кроме того, будем считать, что эта функция подчиняется следующему условию нормировки:

$$\int_0^{D_z^2} V(w, y) dy = 1 - u(w_0, Y(y), w), \quad \int_0^{D_z^2} Y(y) dy = 1. \quad /4/$$

Здесь $u(w_0, Y(y), w)$ - вероятность того, что частица к моменту w хотя бы раз коснется границы $y = D_z^2$, если в w_0 задано распределение $Y(y)$. Можно показать, что при довольно широких предположениях функция $V(w, y)$ удовлетворяет уравнению Эйнштейна-Фоккера - Колмогорова /6/ :

$$\frac{\partial V}{\partial w} = - \frac{\partial(X \cdot V)}{\partial y} + \frac{\partial^2(Y \cdot V)}{\partial y^2}, \quad /5/$$

где $X(w, y) = \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \frac{\langle [y(w+\Delta w) - y(w)] \rangle}{\Delta w}, \quad /5a/$

$$Y(w, y) = \frac{1}{2} \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \frac{\langle [y(w+\Delta w) - y(w)]^2 \rangle}{\Delta w},$$

$\langle [f(x)] \rangle$ - среднее значение функции $f(x)$.

Расчеты дают, что в нерелятивистской области энергий, когда амплитуда вертикальных колебаний затухает по закону $\sim \left(\frac{w_0}{w}\right)^{3/2}$,

$$X = g(w) - \frac{y}{2w}, \quad Y = yg(w), \quad /6/$$

$$g = \frac{2\pi z_0^3 (1 + \frac{4x}{2\pi z_0}) N}{z^2 e v_0 \cos \phi_s} \langle v^2 \rangle \bar{v} = \frac{2\pi^2 z_0^3 (1 + \frac{4x}{2\pi z_0}) z^2 e^2 N}{z^2 e v_0 \cos \phi_s} \cdot \frac{\ln \frac{v}{v_{min}}}{w^2}, \quad /7/$$

где z_0 - радиус центральной орбиты; $4 \cdot \mathcal{L}$ - длина четырех прямолинейных промежутков; $\bar{x} = x \left(1 - \frac{\mathcal{L}}{z_0}\right)$, для вертикального движения $x = \sqrt{r}$; N - число атомов газа в см³; $eV_0 \cos \phi_s$ прирост энергии частиц на одном обороте; $\langle \psi^2 \rangle$ - проекция среднего квадрата угла рассеяния на вертикальную плоскость; σ - полное сечение упругого рассеяния; Z - атомный номер газа; $\psi_{min} = \frac{\hbar c}{AE\beta}$ - минимальный угол рассеяния, E - энергия частицы, $\beta = v/c$, v - скорость частицы,

$A = 5,3 \cdot 10^{-9} \times Z^{-1/3}$ - "радиус" атома; $\psi_i = \frac{\bar{x} D_x}{z_0}$ - угловая "апертура" камеры [2]. Для воздуха / $t = 27^\circ \text{C}$ / и при подстановке под знак \ln вместо ψ_{min} значения этого угла в момент инжекции $\frac{\hbar c}{A \sqrt{2} w_i E_0}$ / 7 / для протонов выразится в виде:

$$g = 1,4 \cdot 10^{-12} \frac{z_0^3 \left(1 + \frac{4\mathcal{L}}{2z_0}\right) \left[12,12 - \ln \frac{z_0}{D_x} \sqrt{\frac{E}{w_i}}\right]}{x^2 eV_0 \cos \phi_s \cdot w^2} \cdot p^* \quad /8/$$

где $eV_0 \cos \phi_s$ и w выражены в Мэв, p^* - давление в единицах 10^{-8} мм.рт.ст., длины - в см; g имеет размерность $\left[\frac{\text{см}^2}{\text{Мэв}}\right]$. Величина в /8/, стоящая в квадратных скобках, есть

$$\ln \frac{\psi_i}{\psi_{min}} \Big|_{w=w_i}$$

3.

При отсутствии затухания в выражении для X отсутствует второе слагаемое $\left(-\frac{y}{2w}\right)$, а Y не меняется. Тогда /5/ принимает вид:

$$\frac{\partial V}{\partial w} = g \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad \text{или} \quad \frac{\partial V}{\partial \langle y \rangle} = \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial V}{\partial y} \right), \quad /9/$$

где

$$\langle y \rangle = \int_{w_0}^w g dw$$

является своеобразной характеристикой времени /кинетической энергии W / и представляет средний квадрат амплитуды, накопившейся к данному моменту в результате рассеяния при нулевой начальной амплитуде и незатухающих колебаниях.

Решение /8/ методом разделяющихся переменных с использованием краевых и начальных условий /1/, /2/, /3/ дает:

$$V(\langle y \rangle) = \frac{1}{D_z^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Q_j}{J_1^2(\mu_j)} J_0\left(\mu_j \frac{\sqrt{y}}{D_z}\right) e^{-\mu_j^2 \zeta}, \quad (11/)$$

$$Q_j = \int_0^{D_z^2} Y(y) J_0\left(\mu_j \frac{\sqrt{y}}{D_z}\right) dy, \quad \zeta = \frac{\langle y \rangle}{4D_z^2}, \quad (11a/)$$

μ_j - корни уравнения $J_0(\mu) = 0$. Используя /7/, получаем следующее выражение для $\langle y \rangle$:

$$\langle y \rangle = \langle y \rangle_{\infty} \left(1 - \frac{W_0}{W}\right); \quad \langle y \rangle_{\infty} = \frac{2 \cdot 4^2 \cdot z_0^3 (1 + \frac{4\kappa}{2\kappa z_0}) z^2 e^N}{\kappa^2 e V_0 \cos \phi_s w_0} \ln \frac{V_i}{V_{\min}}. \quad (12/)$$

Для воздуха в условиях действия формулы /8/ и при выражении величин в тех же единицах, что и в указанной формуле, получим

$$\langle y \rangle_{\infty} = 1,4 \cdot 10^{-12} \frac{(1 + \frac{4\kappa}{2\kappa z_0}) [12,12 - \ln \frac{z_0 z \sqrt{E_0}}{D_z \kappa w_0}] z^3}{\kappa^2 e V_0 \cos \phi_s w_0} P^*. \quad (13/)$$

На рис. 1 показаны $\langle y \rangle$ и, соответственно, ζ при $D_z = 10$ см и $D_z = 16$ см и различных P^* для синхрофазотрона ОИЯИ.

Произведем замену $V(\langle y \rangle, y) \Big|_{\langle y \rangle = \text{const}} = V_a(\langle y \rangle, a) \Big|_{\langle y \rangle = \text{const}}$, где $a = \sqrt{y}$ - амплитуда колебаний. Аналогичную замену произведем и в начальном распределении. Тогда

$$V_a(\langle y \rangle, a) = \frac{2a}{D_z^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Q_j J_0(\mu_j \frac{a}{D_z})}{J_1^2(\mu_j)} e^{-\mu_j^2 \zeta}, \quad (14/)$$

$$Q_j = \int_0^{D_x} Y_\alpha(a) J_0(\mu_j \frac{a}{D_x}) da. \quad /14a/$$

Был проведен численный расчет функции $V_\alpha(\langle y \rangle, a)$ при $D_x = 16$ см и разных $Y_\alpha(a)$:

$$Y_\alpha(a) = \begin{cases} \frac{1}{G}, & \text{при } a \leq G = \frac{D_x}{2}, \\ 0, & \text{при } a > G, \end{cases}, \quad \int_0^{D_x} Y_\alpha(a) da = 1, \quad /15/$$

$$Y_\alpha(a) = \delta(a), \quad \int_0^\infty \delta(a) da = 1; \quad /16/$$

$$Y_\alpha(a) = \delta(a - \frac{D_x}{2}), \quad \int_0^\infty \delta(a - \frac{D_x}{2}) da = 1 \quad /17/$$

и получены кривые "расплывания" пучка для ряда значений $\zeta = \frac{\langle y \rangle}{4D_x^2}$ /см.рис. 2а,б,в/. Заметим кстати, что для распределения /15/ интеграл /14а/ аналитически не вычисляется.

Как можно видеть из графиков, с увеличением ζ максимум становится ниже и распределение - более широким.

В соответствии с равенством /4/ площадь, ограниченная кривыми, сокращается, вместе с ней уменьшается и число частиц в пучке. Сравнивая рис. 2в /начальное распределение /15// и рис. 2а / для /16// замечаем, что при $\zeta \approx 0,04$ разница в начальных распределениях здесь уже сказывается мало. В третьем случае /рис. 2б/ при таких ζ положение максимума заметно правее, чем на предыдущих графиках. Для одних и тех же ζ наибольшее число "выживших" частиц отвечает начальному распределению /15/, а наименьшее число таких частиц в рассмотренных случаях - при $Y_\alpha(a)$, заданном в /17/. Это соответствует физике дела.

Вероятность "выживания" частиц

$$\bar{V}(\langle y \rangle) = \int_0^{D_x} V_\alpha(\langle y \rangle, a) da = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2Q_j}{\mu_j J_1(\mu_j)} e^{-\mu_j^2 \zeta} \quad /18/$$

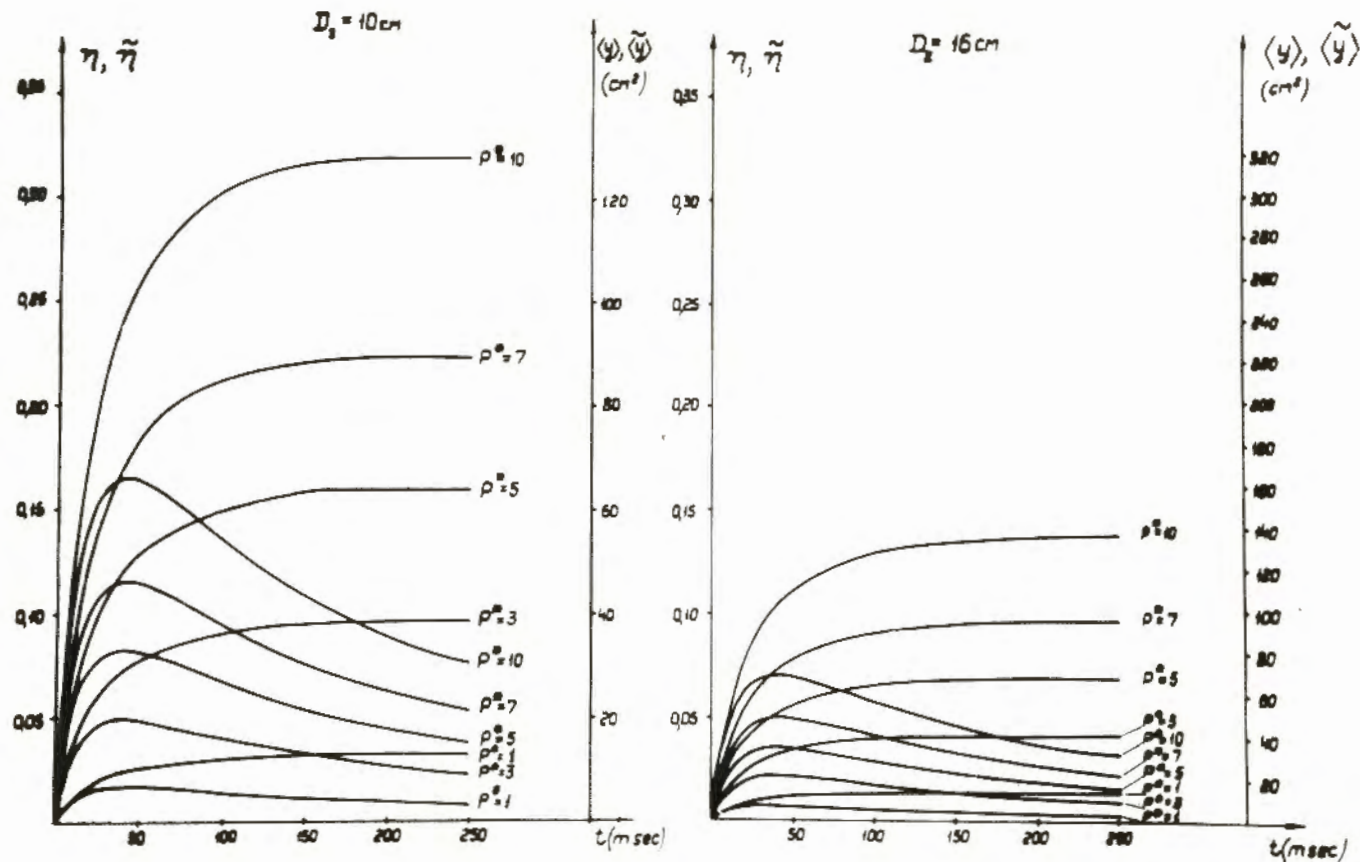


Рис. 1. Зависимость среднего квадрата амплитуды возбужденных колебаний

$$\langle y \rangle, \langle \tilde{y} \rangle, \text{ а также } \eta = \frac{\langle y \rangle}{\sqrt{D_2^2}} \text{ и } \tilde{\eta} = \frac{\langle \tilde{y} \rangle}{\sqrt{D_2^2}}$$

от времени при различных давлениях и двух значениях D_2 для синхрофазотрона ОИЯИ.

$\langle y \rangle$ и η /кривые с насыщением/ соответствуют случаю, когда адиабатическое затухание не учитывается, а $\langle \tilde{y} \rangle$ и $\tilde{\eta}$ /кривые с максимумом/ - при учете затухания; P_0 - давление в единицах 10^{-6} мм.рт.ст.

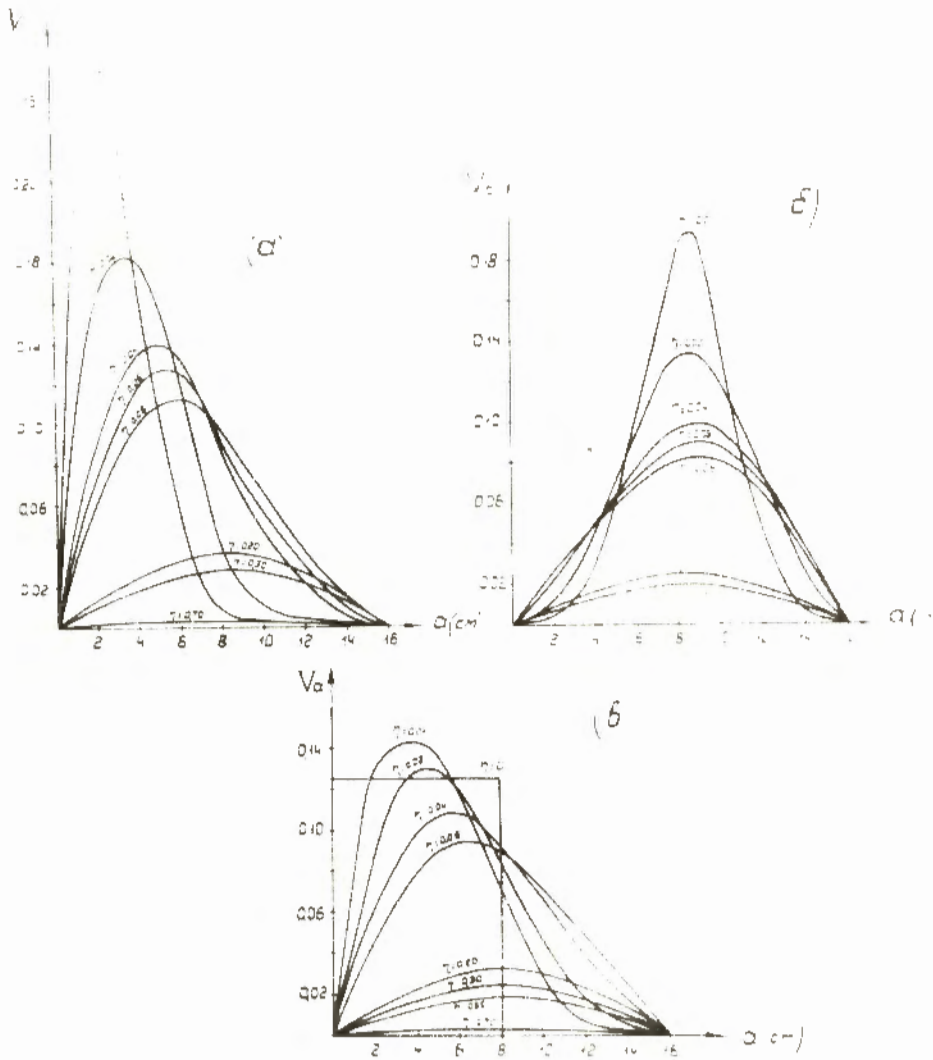


Рис. 2. Расплывание пучка из-за рассеяния в пренебрежении затуханием колебаний для $Dz = 16$ см.

а/ Начальное распределение частиц по амплитудам $\gamma_a(x) = \delta'(a)$,

б/ $\gamma_a(x) = \delta'(a - \frac{Dz}{2})$,

в/ $\gamma_a(x) = \frac{2a}{2a^2}$.

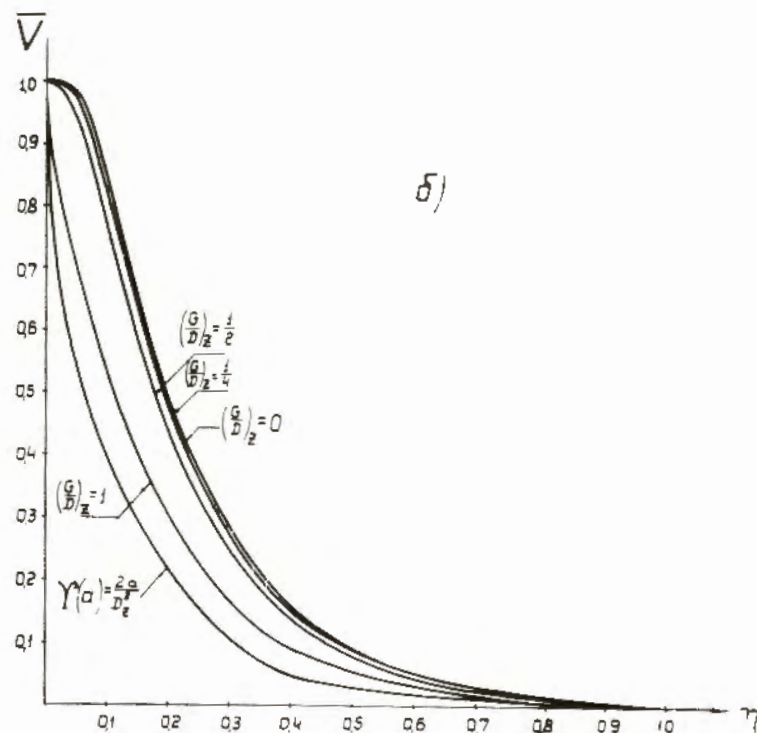
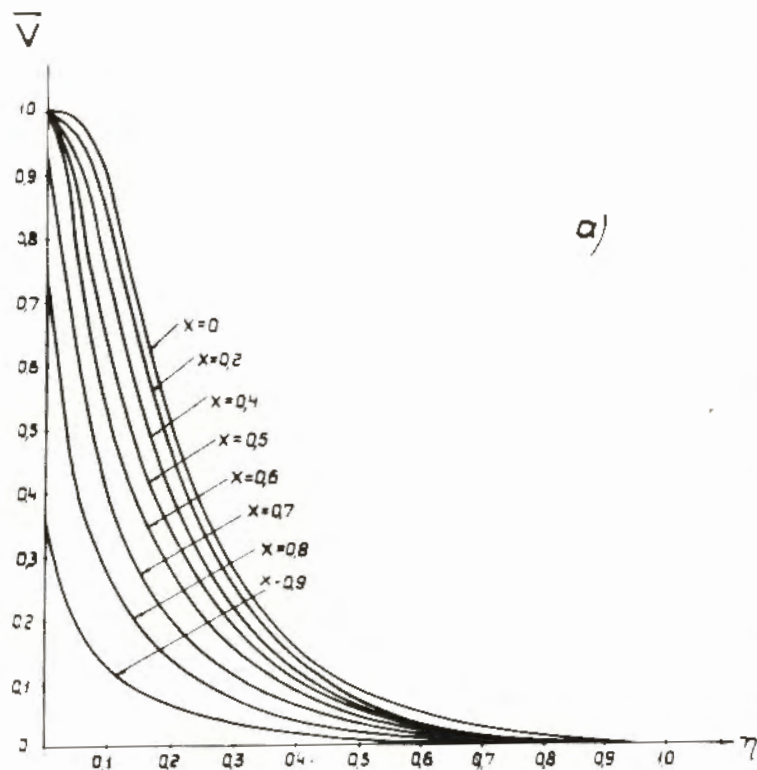


Рис. 3. Вероятность "выживания" частиц в случае, когда затухание колебаний не учитывается.

а/ Для различных δ -образных начальных распределений;

$$x = \frac{a_0}{D_x}$$

б/ Для различных столбовидных начальных распределений, простирающихся от $a = 0$ до $a = G$, а также для равномерного начального распределения частиц по энергиям вертикальных колебаний

$$Y(a) = \frac{2a}{D_x^2} \quad \text{в пределах } 0 \leq a \leq D_x \quad /.$$

для различных G_j /начальных условий/ представлена на рис. 3 в функции от h . Для синхрофазотрона ОИЯИ в настоящее время рабочее $D_2 = 10$ см, начальное распределение частиц по амплитудам вертикальных свободных колебаний - примерно столообразное, $\frac{G}{D_2} = 0,5 + 0,8$, $P = 5 \cdot 10^{-6}$ мм.рт.ст. Из графиков рис. 3 и рис. 1 следует, что в этом случае "выживает" примерно 50% частиц /без учета затухания/. При доведении рабочего D_2 до 16 см, что будет сделано в ближайшее время, "выживает" 80% частиц /в тех же предположениях/.

Был проведен эксперимент: измерялось отношение потерь частиц на синхрофазотроне ОИЯИ при давлениях $P^* = 12$ и $P^* = 5,6$. Это отношение получилось 1,7. Условия эксперимента: $D_2 \sim 10$ см, начальное распределение частиц по амплитудам вертикальных колебаний примерно столообразное с $\frac{G}{D_2} = 1$.

Если взять соответствующую данному случаю кривую на рис. 3 и подставить значения h для указанных давлений, то отношение интенсивностей получится примерно 1,5.

4

Сделаем оценку нижней границы потерь, соответственно верхней границы "выживания" частиц. Для этого в качестве промежуточного этапа решим задачу о распылении пучка применительно к гипотетическому случаю, когда стенки отсутствуют, но при учете адиабатического затухания колебаний. В связи с этим переопределим несколько функцию V . Будем считать, что $V(w, y)$ вероятность того, что частица будет иметь в момент w координату y , если при w_0 задано распределение $V(y)$. Найдем определенное таким образом V из уравнения /5/ при X и Y , заданных в /6/, и следующих естественных условиях:

$$\left. \begin{aligned} V(w_0, y) &= Y(y); & V(w, 0) & \text{ - ограничена; } & V(w, \infty) &= 0, \\ \int_0^\infty Y(y) dy &= \int_0^\infty V(w, y) dy = 1. \end{aligned} \right\} /19/$$

Если вместо y ввести переменную $\mathcal{L} = \sqrt{\frac{w}{w_0}}$ [7] и вместо V функцию $V_{\mathcal{L}}$, удовлетворяющую соотношению $V_{\mathcal{L}}(w, \mathcal{L}) \Big|_{\frac{d\mathcal{L}}{w} = \text{const}}$, то уравнение /5/ с учетом /6/ запишется в виде:

$$\frac{\partial V_{\mathcal{L}}}{\partial w} = \sqrt{\frac{w}{w_0}} g \frac{\partial}{\partial \mathcal{L}} \left(\mathcal{L} \frac{\partial V_{\mathcal{L}}}{\partial \mathcal{L}} \right); \quad \frac{\partial V_{\mathcal{L}}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{L}} \left(\mathcal{L} \frac{\partial V_{\mathcal{L}}}{\partial \mathcal{L}} \right), \quad /20/$$

$$\tau = \int_{w_0}^w \sqrt{\frac{w}{w_0}} g dw = \sqrt{\frac{w}{w_0}} \langle \tilde{y} \rangle, \quad /21/$$

где $\langle \tilde{y} \rangle$ - средний квадрат амплитуды, накопившейся к данному моменту времени при нулевой начальной амплитуде и действии двух противоположных процессов: раскачки колебаний за счет рассеяния и адиабатического затухания их из-за роста энергии. Указанное в /21/ выражение для $\langle \tilde{y} \rangle = \sqrt{\frac{w_0}{w}} \int_{w_0}^w \sqrt{\frac{w}{w_0}} g dw$ легко получить из дифференциального уравнения $\frac{\partial \langle \tilde{y} \rangle}{\partial w} = g(w) - \frac{\langle \tilde{y} \rangle}{2w}$, даваемого первой формулой /6/ /см. определение X в /5а//. Из /21/ получим:

$$\langle \tilde{y} \rangle = 2 \langle y \rangle_{\infty} \left(\sqrt{\frac{w_0}{w}} - \frac{w_0}{w} \right), \quad /22/$$

где $\langle y \rangle_{\infty}$ определено в /12././13./, /22/ достигает максимума при $w = 4 w_0$, и $\langle \tilde{y} \rangle_{\text{max}} = \frac{1}{2} \langle y \rangle_{\infty}$. Графики $\langle \tilde{y} \rangle$ в функции τ для синхрофазотрона ОИЯИ показаны на рис. 1. Решение уравнения /20/ при условиях /19/ имеет вид:

$$V_{\mathcal{L}}(\tau, \mathcal{L}) = \int_0^{\infty} C(\lambda) e^{-\lambda \tau} J_0(2\sqrt{\lambda \mathcal{L}}) d\lambda, \quad /23/$$

$C(\lambda)$ находится из начальных условий при $\tau = 0$. Для этой функции от λ имеем интегральное уравнение

$$Y_{\mathcal{L}}(\mathcal{L}) = \int_0^{\infty} C(\lambda) J_0(2\sqrt{\lambda \mathcal{L}}) d\lambda, \quad /24/$$

где $Y_{\mathcal{L}}(\mathcal{L}) d\mathcal{L} = Y_y(y) dy$.

Последнее уравнение можно решить разложением $C(\lambda)$ в интеграл Фурье-Бесселя, решение имеет вид:

$$C(\lambda) = \int_0^{\infty} Y_{\mathcal{L}}(\mathcal{L}) J_0(2\sqrt{\lambda \mathcal{L}}) d\mathcal{L}. \quad /25/$$

Рассмотрим: $V_{\mathcal{L}}(x) = \delta(\mathcal{L}); \int_0^{\infty} \delta(\mathcal{L}) d\mathcal{L} = 1;$ /26/

$$Y_{(x)} = \delta(\mathcal{L} - \mathcal{L}_0); \int_0^{\infty} \delta(\mathcal{L} - \mathcal{L}_0) d\mathcal{L} = 1. \quad /27/$$

Для них соответственно $c(\lambda) = 1$ и $c(\lambda) = J_0(2\sqrt{\lambda\mathcal{L}_0})$.

В первом случае получаем

$$V_{\mathcal{L}}(\tau, \mathcal{L}) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{\mathcal{L}}{\tau}}. \quad /28/$$

Нетрудно видеть, что $V_{\mathcal{L}}(\tau, \mathcal{L})$ из /28/ удовлетворяет при $\tau \rightarrow 0$ условиям, накладываемым на δ -функцию.

Переходя в /28/ к переменной a согласно равенству

$$V_{\mathcal{L}}(\tau, \mathcal{L}) \Big|_{\tau=const} d\mathcal{L} = V_a(\langle \tilde{y} \rangle, a) \Big|_{\langle \tilde{y} \rangle=const} da \quad \text{с заменой } \tau \text{ по}$$

формуле /21/, получим

$$V_a(\langle \tilde{y} \rangle, a) = \frac{2a}{\langle \tilde{y} \rangle} e^{-\frac{a^2}{\langle \tilde{y} \rangle}}. \quad /29/$$

Для начального распределения /27/

$$V_{\mathcal{L}}(\tau, \mathcal{L}) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{\mathcal{L} + \mathcal{L}_0}{\tau}} I_0\left(\frac{2\sqrt{\mathcal{L}\mathcal{L}_0}}{\tau}\right). \quad /30/$$

Ясно, что при $\mathcal{L} \rightarrow 0$ /30/ переходит в /28/. В переменных a и $\langle \tilde{y} \rangle$ вместо /30/ будем иметь

$$V_a(\langle \tilde{y} \rangle, a) = \frac{2a}{\langle \tilde{y} \rangle} I_0\left(2\sqrt{\frac{w_0}{w}} \frac{a a_0}{\langle \tilde{y} \rangle}\right) e^{-\frac{2\sqrt{w_0} a a_0}{\langle \tilde{y} \rangle}} e^{-\frac{(a - a_0 \sqrt{w_0/w})^2}{\langle \tilde{y} \rangle}}. \quad /31/$$

На рис. 4а и 4б представлены соответственно функции /29/ и /31/ для $a_0 = 8$ см./, При этом, поскольку в /31/ наряду с $\langle \tilde{y} \rangle$ входит w , то величины $\langle \tilde{y} \rangle$, сопоставленные различным кривым рис. 4б, взяты для конкретного случая, когда $\langle \tilde{y} \rangle$ и w связаны так, как в синхрофазотроне ОИЯИ при $\rho = 5 \cdot 10^{-6}$ мм.рт.ст.

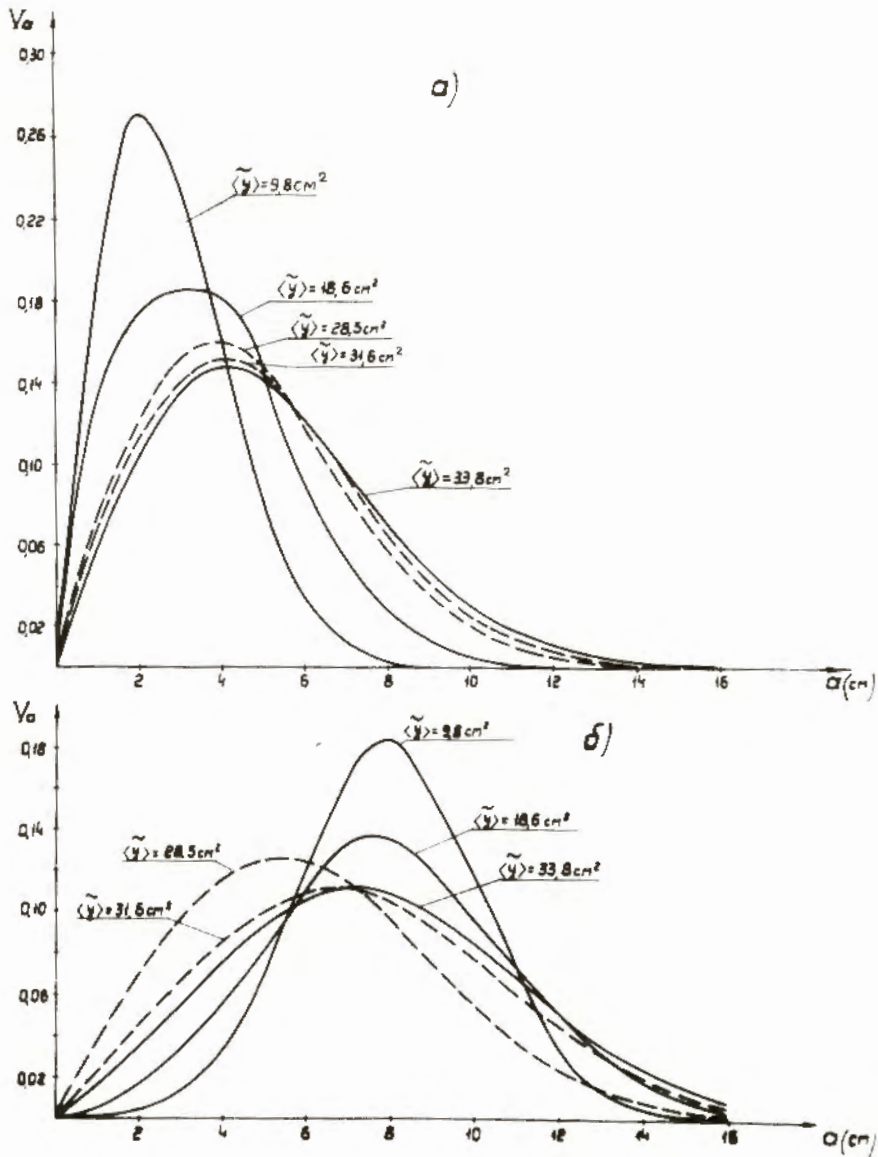


Рис. 4. Расплывание пучка из-за рассеяния при учете затухания, но для гипотетического случая отсутствия стенок камеры.

а/ $Y_0(a) = \delta(a)$

б/ $Y_0(a) = \delta(a - a_0)$, $a_0 = 8$ см

Сплошные кривые соответствуют случаям, когда $t(\langle \tilde{y} \rangle) \leq t(\langle \tilde{y} \rangle_{\max})$; $\langle \tilde{y} \rangle_{\max}$ взято равным $33,8$ см², чему отвечает для синхрофазотрона ОИЯИ $P = 10^{-6}$ мм.рт.ст.

Пунктирные кривые для $t(\langle \tilde{y} \rangle) > t(\langle \tilde{y} \rangle_{\max})$.

Так как $\langle \tilde{y} \rangle$ имеет максимум /см.рис. 1/, то пучок вначале расплывается, а затем после момента, когда $W = 4 W_0$, начинает сужаться. Соответствующее $[\langle \tilde{y} \rangle]^{1/2}$ при $P = 5 \cdot 10^{-8}$ мм рт.ст. в синхрофазотроне ОИЯИ равно 5,8 см. При начальном распределении /26/, как видно из рисунка 4а, частицы практически не заходят за $a = 16$ см, т.е. при апертуре, для которой

$D_z = 16$ см, потеря частиц в указанных условиях не будет. При меньших D_z и при других начальных условиях частицы уже могут иметь $a > D_z$, и теория, не учитывающая стенки камеры, становится, строго говоря, не применимой. Однако мы можем получить оценку верхней границы вероятности выживания частиц в функции $\langle \tilde{y} \rangle$, если для каждого $\langle \tilde{y} \rangle$ при $t(\langle \tilde{y} \rangle) < t(\langle \tilde{y} \rangle)_{max}$ и соответствующих τ проинтегрируем /23/ по \mathcal{L} от 0 до $\mathcal{L}_{max} = \sqrt{\frac{W}{W_0}} D_z^2$. Наша оценка выразится, следовательно, формулой

$$\bar{V}(\langle \tilde{y} \rangle) = 2 \int_0^{D_z} a da \int_0^{\infty} c(\lambda) \sqrt{\frac{W}{W_0}} e^{-\lambda \sqrt{\frac{W}{W_0}} \langle \tilde{y} \rangle} J_0(2a \sqrt{\frac{W}{W_0}} \sqrt{\lambda}) d\lambda, \quad /32/$$

где функция $c(\lambda)$ задана в /25/.

Для δ^2 -образных начальных распределений интеграл по λ берется, и в /32/ остается взять интеграл по a соответственно от /29/ или /31/.

Для /29/ указанный интеграл также вычисляется аналитически

$$\bar{V}(\langle \tilde{y} \rangle) = 1 - e^{-\frac{D_z^2}{4\langle \tilde{y} \rangle}}, \quad /33/$$

/этот частный случай рассмотрен в [3]/, а для /31/ требуется численный расчет/.

Проведенные расчеты показали, что при существующих в настоящее время условиях в синхрофазотроне ОИЯИ может "выжить" не более 80% - 85% /без учета затухания мы имели 50%/. Другая оценка, предложенная в работе [1] и состоящая в том, что в функцию, описывающую вероятность "выживания" \bar{V} без учета затухания, подставляется не $\frac{1}{2}$, а $\frac{1}{2}_{max} = \frac{1}{2}$, дает в тех же условиях $\sim 70\%$ выживших частиц. Для апертуры с $D_z = 16$ см при тех же начальных условиях, что и для $D_z = 10$ см, верхняя граница выживших

частии мало отличается от 100% /без учета затухания мы имели 90%/,

Л и т е р а т у р а

1. Blachman N.M. and Courant E.D. Phys. Rev. 74, 140-144 /1948/
/см. также перевод в сборнике "Проблемы современной физики" № 2, 75 /1952/ /.
2. Courant E.D. Rev. Sci. Instr., 24, 836-837 (1953).
/см. также перевод в сборнике "Проблемы современной физики" № 11, 78 /1954/.
3. Greenberg J.M. and Berlin T.H. Rev. Sci. Instr.,
22, 293-301 /1951/ /см. также перевод в сборнике "Проблемы современной физики", № 2, 81 /1952/ /.
4. Котов В.И., Кузнецов А.Б., Рубин Н.Б. Преприят Р-306, Дубна /1958/.
5. Гольдин Л.Л., Иоффе Р.А. Gas - scattering in strong-focusing accelerators. Proceedings of the Intern. Conf. on High-Energy Accelerators and Instrumentation. CERN (1959).
/см. также Гольдин Л.Л. ПТЭ, 2 14 /1980/.
6. Леонтович М.А. Статистическая физика, ОГИЗ, Гостехиздат, 1944.
7. Берестецкий В.Б., Гольдин Л.Л., Кошкарев Д.Г. ПТЭ, 3 28 /1958/

Работа поступила в издательский отдел
27 января 1961г.