

11  
E-90

641



ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.Н. Ефимов, И.И. Шелонцев

P-641

РАСЧЕТ ГРАФИКОВ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
НЕЙТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ  
ПО МЕТОДУ ПРОПУСКАНИЯ ОБРАЗЦА

Дубна 1961 год

В.Н. Ефимов, И.И. Шелонцев

P-641

РАСЧЕТ ГРАФИКОВ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
НЕЙТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ  
ПО МЕТОДУ ПРОПУСКАНИЯ ОБРАЗЦА

Вн 9/955

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

### А н н о т а ц и я

Вычислены площади резонансных провалов в кривых пропускания в зависимости от параметров нейтронных резонансов и толщины образца (графики Юза). Результаты расчетов могут быть использованы как для ручной, так и для машинной обработки экспериментов по нейтронной спектроскопии.

Как известно, взаимодействие медленных нейтронов с ядрами имеет резонансный характер и вблизи резонанса полное нейтронное сечение хорошо описывается формулой Брейта-Вигнера [1-2]:

$$\sigma(E) = \pi \lambda^2 \frac{g \Gamma_n \Gamma}{(E - E_0)^2 + (\frac{1}{2} \Gamma)^2} + \frac{4\pi \lambda^2 g \Gamma_n a (E - E_0)}{(E - E_0)^2 + (\frac{1}{2} \Gamma)^2} + 4\pi a^2, \quad (1)$$

где  $E_0$  - резонансная энергия,  $E$  - энергия падающего нейтрона,  $\Gamma_n$  - нейтронная ширина резонанса,  $\Gamma$  - полная ширина резонанса,  $a$  - амплитуда потенциального рассеяния ( $\cong$  радиусу ядра),  $g$  - спиновый статистический фактор,  $\lambda$  - длина волны падающего нейтрона.

Для энергии нейтронов до сотни эв вторым членом в формуле (1) (интерференционное рассеяние) можно пренебречь. Тогда формулу (1) можно переписать в таком виде:

$$\sigma(E) = \sigma_r(E) + \sigma_c(E), \quad (2)$$

где  $\sigma_r$  - резонансное рассеяние,  $\sigma_c$  - потенциальное рассеяние.

Однако, формула (1) применима только для неподвижного ядра. Учет теплового движения ядер (Допплер-эффект) приводит к выражению [1-2]:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \Psi(\beta, x) + \sigma_c(E), \quad (3)$$

где

$$\sigma_0 = 4\pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

$$\Psi(\beta, x) = \frac{1}{\beta \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (1+y^2)^{-1} \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{\beta^2}\right] dy \quad (4)$$

$$x = \frac{2(E - E_0)}{\Gamma}; \quad y = \frac{2(E' - E_0)}{\Gamma}; \quad \beta = \frac{2\Delta}{\Gamma}$$

$$\Delta = 2 \left( m E_0 K \theta / m \right)^{1/2}$$

(4a)

$m$  - масса нейтрона,  $M$  - масса ядра,  $K$  - постоянная Больцмана,  $\theta$  - дебаевская температура образца. Второй член в (3) является постоянным в пределах резонанса.

Информацию о полном сечении можно получить из измерения пропускания образца

$$T(E) = \frac{J(E)}{J_0(E)} = e^{-n\sigma(E)} = T_c \cdot T_r, \quad (5)$$

где  $J_0(E)$  - поток нейтронов с энергией  $E$  без образца,  $J(E)$  - поток нейтронов с энергией  $E$  с образцом.

$$T_c = e^{-n\sigma_c} \quad (6)$$

$$T_r = e^{-n\sigma_r(E)} = e^{-n\sigma_0 \psi(A,x)} \quad (7)$$

$n$  - число атомов на  $1 \text{ см}^2$  образца (толщина образца).

Однако вид резонанса бывает искажен разрешением прибора, так что измеряемое пропускание равно:

$$T_{изм}(E) = \int R(E, E') T(E') dE', \quad (8)$$

где  $R(E, E')$  - функция разрешения прибора, удовлетворяющая следующему условию:

$$\int R(E, E') dE' = 1. \quad (9)$$

В случае плохой разрешающей способности спектрометра анализ кривой пропускания проводится по методу площадей. Этот метод основан на том факте, что площадь резонансного провала над кривой пропускания не зависит от разрешающей способности и равна

$$\begin{aligned} A_E &= \int dE [1 - T_{изм}(E)] = \int dE [1 - \int dE' R(E, E') T(E') dE'] \\ &= \int dE [1 - T(E)] = \int dE [1 - T_c \cdot T_r]. \end{aligned} \quad (10)$$

Из измеряемой площади резонансного провала легко выделить площадь, обусловленную резонансным рассеянием. Величина этой площади выражается следующим образом:

$$A_E(n\beta_0; \beta) / \Delta = \frac{1}{\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - e^{-n\beta_0 \psi(\beta, x)}] dx, \quad (11)$$

где  $\psi$  определена формулой (4). Используя формулу (11), можно определить зависимость  $A_E / \Delta$  от  $n\beta_0 \Gamma / \Delta$  для разных  $\Delta / r$ . Получающиеся при этом кривые удобны для быстрого определения параметров резонанса  $\beta_0$  и  $\Gamma$ . Метод графического анализа резонансов был предложен Юзом [3] и заключается в следующем.

По оси абсцисс откладываются в логарифмическом масштабе значения  $n\beta_0 \Gamma / \Delta$ , а по оси ординат (также в логарифмическом масштабе) — значения  $A / \Delta$ .

Измеренные площади резонансных провалов для 2-х толщин образцов  $A_1 / \Delta$  и  $A_2 / \Delta$  наносят на график с расстоянием по оси абсцисс, равным отношению толщин. Затем переносят эти точки параллельно оси абсцисс до тех пор, пока они не совпадут с какой-либо кривой. Тогда параметр кривой сразу даст значение  $\Gamma$ , а абсцисса — значение  $\beta_0$ .

Для вычислений использовалась формула (11), причем для ускорения счета было решено вводить  $\psi$  в машину в виде таблицы. Для этого использована связь  $\psi$  с  $U$  — функцией — вещественной частью интеграла ошибок от комплексного аргумента, протабулированной в [5]:

$$U(x, y) = \operatorname{Re} \left[ e^{-z^2} \left( 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \right) \right],$$

где  $z = x + iy$ .

$$U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y e^{-t^2} dt}{(x-t)^2 + y^2}. \quad (12)$$

Сравнивая (12) с (4) легко заметить, что

$$U(x, 1/\beta) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \Psi(\beta, \beta x). \quad (13)$$

В [5]  $U(x, y)$  протабулировано с шагом 0,02 по переменным  $x$  и  $y$  в квадрате  $0 \leq x \leq 3$  и  $0 \leq y \leq 3$  и с шагом 0,1 в области  $3 < x \leq 5$  и  $3 < y \leq 5$ . Для значений  $x, y > 5$  даны асимптотические формулы. (Имеются и готовые таблицы  $\Psi$  - функции [4]).

Значения функции  $U$  были введены в память машины с шагом по оси  $x$   $h_x = 0,1$ , т.е. 51 значение для каждого значения  $y = 1/\beta$ . Для нахождения промежуточных значений  $U(x, y)$  использовалась интерполяционная формула Стирлинга, дающая 5-6 верных знаков. Для значений  $x > 5$  использовалась асимптотическая формула для  $U$ , приведенная в [5]:

$$U(x, y) = \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{i d_k^{(n)}}{x - x_k^{(n)}} \right], \quad (14)$$

где  $x_k^{(n)}$  - корни полиномов Эрмита,  $d_k^{(n)}$  - соответствующие коэффициенты,  $d_k^{(n)} = \frac{\Lambda_k^{(n)}}{\sqrt{\pi}}$ , значения  $d_k^{(n)}$  и  $x_k^{(n)}$  приведены в таблице 1.

Таблица 1.

$K$	$x_k^{(n)}$	$d_k^{(n)}$	$n$
1	-0,70710678	0,28209479	2
2	+0,70710678	0,28209479	
3			
4			
5			
1	-1,2247449	0,09403160	3
2		0,37612639	
3	+1,2247449	0,09403160	
4			
5			
1	-1,6506801	0,02588268	4
2	-0,52464762	0,25621211	
3	+0,52464762	0,25621211	
4	+1,6506801	0,02588268	
5			
1	-2,0201829	0,00635131	5
2	-0,95857246	0,12529292	
3		0,30090111	
4	+0,95857246	0,12529292	
5	+2,0201829	0,00635131	

Как указывается в [5], формула (15) при  $n=4$  дает 6 верных знаков всюду в области  $x \geq 5$ ,  $y \geq 5$ . Формула имеет вид:

$$U(x, y) = 0,02588268 \left[ \frac{\beta}{1 + \beta^2(x-1,65)^2} + \frac{\beta}{1 + \beta^2(x+1,65)^2} \right] + 0,25626868 \left[ \frac{\beta}{1 + \beta^2(x-0,524)^2} + \frac{\beta}{1 + \beta^2(x+0,524)^2} \right]. \quad (15)$$

Интегралы, входящие в выражение (11), для площади вычислены для 22 значений  $y = 1/\beta$ , приведенных в таблице 2. Эти значения  $y$  выбраны из тех соображений, чтобы они совпадали с табличными значениями и чтобы кривые были наиболее равномерно распределены.

Значения  $y = 1/\beta$ , при которых велось вычисление, приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

$y$	$\beta = 1/y$	$y$	$\beta$	$y$	$\beta$
5,00	0,20000	0,76	1,31579	0,24	4,16667
3,34	0,29940	0,60	1,66667	0,20	5,00000
2,50	0,40000	0,56	1,78571	0,16	6,25000
2,00	0,50000	0,50	2,00000	0,12	8,33333
1,66	0,60241	0,42	2,38095	0,10	10,0000
1,24	0,80645	0,36	2,77778	0,08	12,5000
1,00	1,00000	0,32	3,12500	0,06	16,6667
		0,30	3,33333		

Основная расчетная формула была получена из (11) и (13) заменой  $x = x'/\beta$ :

$$A_{E/\Delta} = 2 \int_0^{\infty} \left[ 1 - e^{-n b_0 \sqrt{y}/\beta \cdot U(x, 1/\beta)} \right] dx. \quad (16)$$

Для каждого значения  $\beta$  вычислены интегралы (16) для 72 значений  $n b_0 \% \Delta = \frac{2 n b_0}{\beta}$ , взятых равномерно по логарифмической шкале в пределах  $0,6 \leq n b_0 \% \Delta \leq 250$ . Интегралы вычислялись по формуле Симпсона. Ввиду бесконечности предела было использовано постепенное увеличение шага интегрирования



вдвое после каждых 65 точек. Такое количество точек и начальный шаг  $h_x=0,1$  были выбраны из характера изменения  $\Psi$ -функции.

Таким образом, интеграл (16) представлялся в виде суммы нескольких интегралов:

$$\Delta E/\Delta = \int_0^{x_1} + \int_{x_1}^{x_2} + \dots = \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2 + \dots \quad (17)$$

Последующие интегралы в (17) уменьшаются, причем для больших  $n \beta_0 \%$  медленнее, чем для меньших. Интегрирование проводилось до тех пор, пока последний интеграл не становился менее 1% от суммы предшествующих для максимального  $n \beta_0 \%$ :

$$\mathcal{Y}_n < 0,01 \sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{Y}_i. \quad (18)$$

Практически  $n \sim 5-7$ , а значения  $x_n$  для различных  $\beta$  приведены в таблице 3.

Зависимость  $x_n$  от  $\beta$  дана в Таблице 3.

Таблица 3.

$\beta$	16,667	5,00	2,38	0,6
$x_n$	198,4	403,2	812,8	1632,0

Остающийся интеграл

$$\Delta \mathcal{Y} = 2 \int_{x_n}^{\infty} \left[ 1 - e^{-n \beta_0 \frac{\sqrt{x}}{\beta}} \mathcal{U}(x, 1/\beta) \right] dx \quad (19)$$

оценивался асимптотически. Для этого удобно в  $\Delta \mathcal{Y}$  вновь перейти к  $\Psi$  функции.

$$\Delta \mathcal{Y} = 2 \int_{x_n}^{\infty} \left[ 1 - e^{-n \beta_0 \Psi(\beta, \beta x)} \right] dx. \quad (20)$$

Для больших  $x$   $\Psi(\beta, \beta x)$  мало и хорошо аппроксимируется рядом по степеням  $1/x^2$

$$\Psi(\beta, \beta x) = \frac{1}{\beta^2 x^2} + \frac{1}{x^4} \cdot \frac{3}{2\beta^2} + \dots \quad (21)$$

Используя этот ряд, можно получить для  $\Delta \mathcal{Y}$  следующее асимптотическое выражение:

$$\Delta \mathcal{Y} = \frac{n b_0 \tau / \Delta}{\beta x_n} + \frac{1}{x_n^3} \left[ \frac{n b_0 \tau / \Delta}{4\beta} - \frac{(n b_0 \tau / \Delta)^2}{12\beta^2} \right] + \dots \quad (22)$$

Для оценки  $\Delta \mathcal{Y}$  использовали только первый член.

#### Погрешность метода

Погрешность метода определяется формулой Симпсона, применяемой для интегрирования, и вторым членом в (22).

а) Для определения погрешности, вносимой формулой Симпсона, было сделано вычисление с уменьшенным вдвое начальным шагом  $h_x = 0,05$  для  $\beta = 16,667$ , так как  $\mathcal{Y}$  для этого значения  $\beta$  меняется наиболее быстро. Полученные значения интегралов приведены в таблице 4.

Изменение  $A/\Delta$  в зависимости от начального шага интегрирования  $\beta = 16,667$  показано в Таблице 4.

Таблица 4.

$n b_0 \tau / \Delta$	$A/\Delta$ при $h_x = 0,1$	$A/\Delta$ при $h_x = 0,05$
0,6	0,8007128	0,8007134
250	10,33889	10,33891

Поскольку погрешность формулы Симпсона пропорциональна  $h^4$ , то можно сделать вывод, что в полученных результатах она меньше единицы пятого знака.

б) Значения второго члена в (22) при различных комбинациях параметров приведены в таблице 5.

Погрешность асимптотики

Таблица 5.

$x_n = 200$	$x_n = 1600$
$n\beta_0/\Delta = 250$	$n\beta_0/\Delta = 250$
$\beta = 10$	$\beta = 0,2$
$\mathcal{Y} = 12,965$	$\mathcal{Y} = 87,782$
$\Delta \mathcal{Y}_2 = 10^{-5} \cdot 0,25$	$\Delta \mathcal{Y}_2 = 10^{-5}$

Из этой таблицы видно, что погрешность асимптотики еще меньше, чем погрешность формулы Симпсона.

На рис. 1 приведены графики зависимости площади  $A/\Delta$  от параметров  $n\beta_0/\Delta$  и  $\Gamma/2\Delta$ , а в приложении даны соответствующие числовые значения.

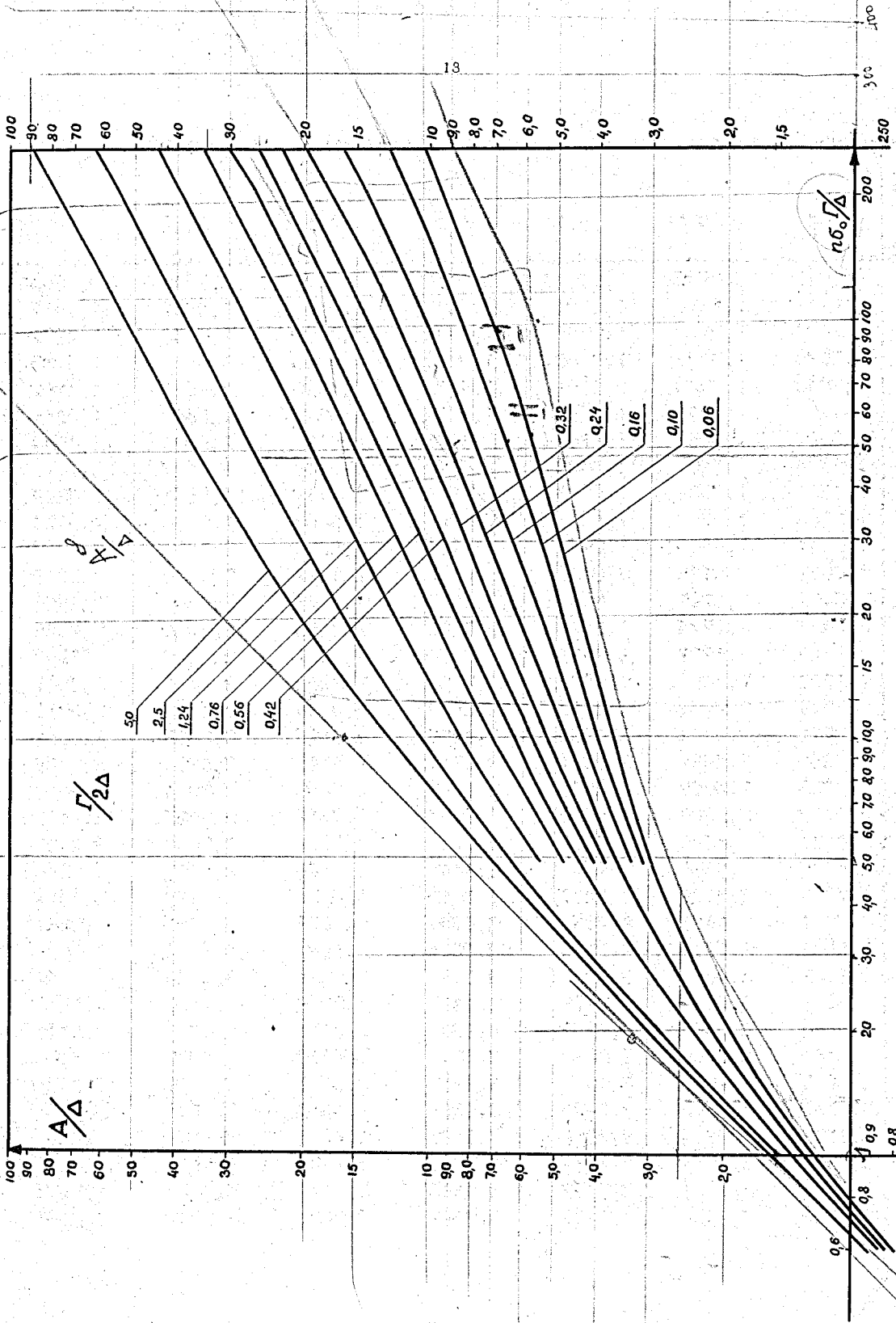
Рукопись поступила в издательский отдел  
3 декабря 1960 года.

Л и т е р а т у р а

1. Э. Мелконян. Мирное использование атомной энергии. Материалы Международной конференции в Женеве, август 1955 г., т.4, стр.400-409.
2. I.E.Lynn, E.R.Roe. J.Nuclear Energy, v 4, n. 4, 1955, p. 418-444, 1957.
3. D.I.Hughes. J.Nuclear Energy, v. 1, n. 4, p.237- 243, 1955.
4. M.E.Rose, W.Miranker, P.Seok, G.Rabinowitz. "A Table of Integral  $\psi(x,t)$ ", Brookhaven National Laboratory, Upton, New York, 1953.
5. В.Н.Фадеева и Н.М.Терентьев. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. ГИТТЛ, Москва, 1954г.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблицы значений  $A/\Delta$  в зависимости от  $n\beta_0 \frac{\Gamma}{\Delta}$  и  $\frac{\Gamma}{2\Delta}$ .



Puc. 1

$\frac{\Gamma}{2\Delta}$ $n\delta_0 \frac{\Gamma}{\Delta}$	0,06	0,08	0,10	0,12	0,16	0,20	0,24
0,6	0,80071	0,80452	0,80815	0,81165	0,81820	0,82420	0,82650
0,8	1,0147	1,0210	1,0271	1,0328	1,0437	1,0537	1,0587
1,0	1,2076	1,2168	1,2256	1,2340	1,2500	1,2646	1,2729
1,1	1,2970	1,3077	1,3180	1,3279	1,3465	1,3637	1,3738
1,2	1,3820	1,3943	1,4061	1,4175	1,4390	1,4589	1,4709
1,3	1,4629	1,4769	1,4903	1,5033	1,5277	1,5503	1,5644
1,4	1,5400	1,5556	1,5708	1,5853	1,6127	1,6382	1,6544
1,5	1,6134	1,6309	1,6477	1,6638	1,6944	1,7227	1,7411
1,6	1,6836	1,7028	1,7213	1,7391	1,7728	1,8041	1,8248
1,8	1,8145	1,8373	1,8593	1,8805	1,9207	1,9580	1,9834
2,0	1,9341	1,9606	1,9862	2,0108	2,0576	2,1012	2,1313
2,1	1,9902	2,0185	2,0458	2,0722	2,1223	2,1690	2,2016
2,2	2,0439	2,0741	2,1032	2,1313	2,1847	2,2346	2,2696
2,3	2,0954	2,1274	2,1583	2,1882	2,2450	2,2980	2,3355
2,4	2,1448	2,1787	2,2114	2,2430	2,3031	2,3593	2,3993
2,5	2,1923	2,2280	2,2625	2,2958	2,3593	2,4186	2,4611
2,6	2,2379	2,2754	2,3117	2,3468	2,4136	2,4761	2,5211
2,8	2,3240	2,3652	2,4050	2,4436	2,5170	2,5858	2,6357
3,0	2,4040	2,4487	2,4921	2,5340	2,6140	2,6890	2,7439
3,2	2,4783	2,5267	2,5734	2,6188	2,7052	2,7864	2,8462
3,4	2,5477	2,5996	2,6498	2,6984	2,7912	2,8785	2,9432
3,6	2,6127	2,6680	2,7215	2,7734	2,8725	2,9658	3,0352
3,8	2,6736	2,7323	2,7891	2,8442	2,9496	3,0488	3,1228
4,0	2,7310	2,7929	2,8530	2,9113	3,0227	3,1277	3,2064
4,2	2,7851	2,8503	2,9135	2,9749	3,0923	3,2030	3,2862
4,4	2,8362	2,9046	2,9710	3,0354	3,1587	3,2750	3,3626
4,6	2,8847	2,9562	3,0257	3,0931	3,2221	3,3439	3,4359
4,8	2,9308	3,0054	3,0718	3,1482	3,2828	3,4101	3,5063
5,0	2,9746	3,0523	3,1277	3,2009	3,3411	3,4736	3,5740
5,4	3,0565	3,1400	3,2212	3,3000	3,4510	3,5939	3,7023
5,6	3,0948	3,1813	3,2652	3,3467	3,5031	3,6509	3,7632
6,0	3,1669	3,2590	3,3484	3,4353	3,6019	3,7596	3,8794
6,4	3,2338	3,3314	3,4261	3,5181	3,6946	3,8618	3,9889
6,6	3,2655	3,3658	3,4631	3,5576	3,7390	3,9107	4,0414
7,0	3,3259	3,4314	3,5338	3,6333	3,8241	4,0049	4,1425
7,4	3,3826	3,4932	3,6006	3,7049	3,9050	4,0945	4,2388

$\frac{r}{2\Delta}$ $n\delta_0 \frac{r}{\Delta}$	0,30	0,32	0,36	0,42	0,50	0,56	0,60
0,6	0,83741	0,83971	0,84413	0,85019	0,85733	0,86208	0,86500
0,8	1,0758	1,0797	1,0871	1,0973	1,1093	1,1174	1,1223
1,0	1,2970	1,3028	1,3137	1,3288	1,3467	1,3587	1,3660
1,1	1,4018	1,4085	1,4214	1,4392	1,4603	1,4744	1,4831
1,2	1,5028	1,5106	1,5256	1,5462	1,5706	1,5970	1,5972
1,3	1,6004	1,6093	1,6263	1,6499	1,6779	1,6967	1,7083
1,4	1,6946	1,7047	1,7239	1,7505	1,7822	1,8035	1,8167
1,5	1,7857	1,7969	1,8184	1,8482	1,8836	1,9076	1,9224
1,6	1,8737	1,8862	1,9100	1,9430	1,9824	2,0090	2,0254
1,8	2,0413	2,0562	2,0849	2,1246	2,1721	2,2042	2,2241
2,0	2,1985	2,2160	2,2496	2,2962	2,3521	2,3900	2,4136
2,1	2,2735	2,2923	2,3284	2,3785	2,4388	2,4796	2,5050
2,2	2,3462	2,3663	2,4049	2,4586	2,5233	2,5611	2,5944
2,3	2,4168	2,4382	2,4794	2,5367	2,6057	2,6526	2,6818
2,4	2,4853	2,5080	2,5518	2,6127	2,6862	2,7361	2,7672
2,5	2,5518	2,5759	2,6222	2,6868	2,7647	2,8177	2,8508
2,6	2,6165	2,6420	2,6909	2,7591	2,8415	2,8976	2,9326
2,8	2,7406	2,7687	2,8228	2,8983	2,9897	3,0521	3,0910
3,0	2,8582	2,8890	2,9482	3,0311	3,1315	3,2001	3,2430
3,2	2,9699	3,0033	3,0676	3,1578	3,2672	3,3422	3,3891
3,4	3,0761	3,1121	3,1815	3,2789	3,3974	3,4786	3,5295
3,6	3,1773	3,2159	3,2904	3,3950	3,5223	3,6098	3,6647
3,8	3,2739	3,3151	3,3946	3,5062	3,6425	3,7362	3,7950
4,0	3,3663	3,4100	3,4944	3,6131	3,7582	3,8581	3,9208
4,2	3,4549	3,5011	3,5903	3,7160	3,8697	3,9757	4,0424
4,4	3,5399	3,5886	3,6826	3,8151	3,9773	4,0894	4,2738
4,6	3,6217	3,6727	3,7714	3,9106	4,0813	4,1994	4,1599
4,8	3,7004	3,7538	3,8571	4,0030	4,1820	4,3059	4,3841
5,0	3,7764	3,8321	3,9399	4,0923	4,2795	4,4092	4,4911
5,4	3,9207	3,9809	4,0976	4,2626	4,4659	4,6070	4,6962
5,6	3,9894	4,0518	4,1728	4,3441	4,5551	4,7018	4,7945
6,0	4,1208	4,1875	4,3169	4,5002	4,7264	4,8839	4,9837
6,4	4,2450	4,3159	4,4533	4,6482	4,8892	5,0572	5,1637
6,6	4,3047	4,3776	4,5190	4,7195	4,9677	5,1408	5,2506
7,0	4,4198	4,4966	4,6456	4,8573	5,1194	5,3025	5,4188
7,4	4,5297	4,6103	4,7668	4,9891	5,2647	5,4575	5,5800

$\frac{r}{2\Delta}$								
$n\sigma_0 \frac{r}{\Delta}$	0,76	1,00	1,24	1,66	2,00	2,50	3,34	5,00
0,6	0,87502	0,88630	0,89456	0,90460	0,91019	0,91603	0,92227	0,92877
0,8	1,1393	1,1586	1,1728	1,1902	1,1999	1,2100	1,2209	1,2324
1,0	1,3915	1,4205	1,4419	1,4682	1,4830	1,4986	1,5154	1,5330
1,1	1,5132	1,5476	1,5732	1,6046	1,6229	1,6409	1,6610	1,6822
1,2	1,6323	1,6724	1,7023	1,7391	1,7600	1,7820	1,8054	1,8308
1,3	1,7486	1,7949	1,8294	1,8720	1,8962	1,9217	1,9493	1,9786
1,4	1,8626	1,9150	1,9544	2,0032	2,0309	2,0602	2,0920	2,1257
1,5	1,9738	2,0330	2,0775	2,1327	2,1641	2,1974	2,2336	2,2720
1,6	2,0827	2,1489	2,1986	2,2605	2,2959	2,3334	2,3743	2,4178
1,8	2,2936	2,3743	2,4353	2,5115	2,5552	2,6018	2,6527	2,7071
2,0	2,4959	2,5920	2,6648	2,7564	2,8091	2,8655	2,9274	2,9937
2,1	2,5940	2,6979	2,7770	2,8766	2,9341	2,9956	3,0633	3,1360
2,2	2,6900	2,8021	2,8875	2,9954	3,0577	3,1246	3,1983	3,2776
2,3	2,7842	2,9045	2,9964	3,1127	3,1801	3,2525	3,3324	3,4186
2,4	2,8765	3,0052	3,1037	3,2287	3,3012	3,3793	3,4656	3,5580
2,5	2,9671	3,1043	3,2094	3,3432	3,4211	3,5050	3,5979	3,6985
2,6	3,0559	3,2017	3,3137	3,4565	3,5397	3,6296	3,7293	3,8376
2,8	3,2286	3,3918	3,5178	3,6791	3,7735	3,8757	3,9896	4,1136
3,0	3,3950	3,5760	3,7162	3,8966	4,0026	4,1177	4,2464	4,3872
3,2	3,5555	3,7545	3,9093	4,1092	4,2272	4,3557	4,4999	4,6582
3,4	3,7104	3,9276	4,0972	4,3172	4,4475	4,5899	4,7501	4,9268
3,6	3,8602	4,0957	4,2803	4,5006	4,6635	4,8202	4,9971	5,1930
3,8	4,0050	4,2589	4,4586	4,7197	4,8755	5,0469	5,2410	5,4588
4,0	4,1453	4,4175	4,6325	4,9146	5,0836	5,2699	5,4818	5,7182
4,2	4,2812	4,5718	4,8021	5,1055	5,2878	5,4895	5,7196	5,9772
4,4	4,4130	4,7220	4,9676	5,2924	5,4883	5,7057	5,9544	6,2340
4,6	4,5410	4,8682	5,1292	5,4756	5,6853	5,9186	6,1864	6,4886
4,8	4,6653	5,0107	5,2871	5,6552	5,8788	6,1282	6,4155	6,7409
5,0	4,7862	5,1497	5,4414	5,8313	6,0689	6,3347	6,6418	6,9910
5,4	5,0185	5,4176	5,7399	6,1734	6,4394	6,7386	7,0864	7,4847
5,6	5,1302	5,5469	5,8843	6,3398	6,6200	6,9361	7,3048	7,7284
6,0	5,3455	5,7969	6,1643	6,6634	6,9724	7,3228	7,7339	8,2096
6,4	5,5510	6,0362	6,4332	6,9758	7,3137	7,6987	8,1532	8,6826
6,6	5,6505	6,1522	6,5638	7,1279	7,4803	7,8828	8,3592	8,9182
7,0	5,8428	6,3773	6,8177	7,4247	7,8059	8,2435	8,7645	9,3776
7,4	6,0276	6,5939	7,0626	7,7119	8,1220	8,5948	9,1608	9,8315



$\frac{\Gamma}{2\Delta}$ $\frac{\Gamma}{\Delta}$	0,06	0,08	0,10	0,12	0,16	0,20	0,24
8,0	3,4620	3,5801	3,6947	3,8060	4,0194	4,2216	4,3755
8,5	3,5236	3,6478	3,7682	3,8851	4,1094	4,3218	4,4833
9,0	3,5817	3,7118	3,8379	3,9604	4,1951	4,4174	4,5863
9,5	3,6368	3,7726	3,9043	4,0321	4,2772	4,5091	4,6851
10	3,6892	3,8307	3,9678	4,1009	4,3559	4,5973	4,7802
11.	3,7871	3,9396	4,0874	4,2307	4,5051	4,7646	4,9609
12	3,8775	4,0407	4,1987	4,3518	4,6448	4,9218	5,1308
13.	3,9616	4,1352	4,3032	4,4659	4,7769	5,0706	5,2918
14	4,0406	4,2244	4,4020	4,5740	4,9024	5,2123	5,4453
15	4,1152	4,3089	4,4960	4,6770	5,0224	5,3480	5,5924
16	4,1860	4,3894	4,5858	4,7756	5,1375	5,4784	5,7340
18	4,3184	4,5406	4,7549	4,9618	5,3556	5,7259	6,0029
20.	4,4405	4,6811	4,9126	5,1359	5,5603	5,9586	6,2561
22	4,5546	4,8128	5,0610	5,3002	5,7540	6,1792	6,4965
24	4,6619	4,9374	5,2019	5,4564	5,9386	6,3896	6,7261
26	4,7637	5,0560	5,3363	5,6056	6,1153	6,5913	6,9465
28	4,8608	5,1695	5,4652	5,7490	6,2854	6,7855	7,1589
30.	4,9538	5,2786	5,5893	5,8872	6,4495	6,9730	7,3643
34	5,1297	5,4857	5,8254	6,1505	6,7626	7,3309	7,7569
38	5,2944	5,6804	6,0480	6,3992	7,0586	7,6695	8,1292
40	5,3732	5,7739	6,1551	6,5189	7,2013	7,8327	8,3087
44	5,5251	5,9544	6,3619	6,7502	7,4770	8,1481	8,6564
50	5,7404	6,2110	6,6565	7,0800	7,8703	8,5977	9,1530
54	5,8770	6,3742	6,8441	7,2901	8,1208	8,8840	9,4698
60	6,0733	6,6092	7,1144	7,5928	8,4818	9,2963	9,9266
64	6,1992	6,7602	7,2881	7,7874	8,7136	9,5610	10,220
70	6,3817	6,9791	7,5400	8,0696	9,0498	9,9444	10,646
74	6,4995	7,1206	7,7030	8,2520	9,2669	10,192	10,922
80	6,6712	7,3270	7,9405	8,5179	9,5832	10,552	11,323
85	6,8102	7,4940	8,1327	8,7331	9,8390	10,844	11,647
90	6,9457	7,6570	8,3202	8,9429	10,088	11,127	11,963
100	7,2078	7,9721	8,6827	9,3483	10,569	11,674	12,573
120	7,7017	8,5658	9,3650	10,110	11,471	12,697	13,715
150	8,3844	9,3851	10,304	11,157	12,707	14,096	15,276
200	9,4113	10,613	11,708	12,717	14,539	16,164	17,579
250	10,339	11,717	12,965	14,110	16,168	17,998	19,615

1257

1333

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

$\frac{\Gamma}{2\Delta}$							
$n\delta_0 \frac{\Gamma}{\Delta}$	0,30	0,32	0,36	0,42	0,50	0,56	0,60
8,0	4,6861	4,7722	4,9394	5,1771	5,4723	5,6790	5,8105
8,5	4,8098	4,9002	5,0760	5,3261	5,6368	5,8546	5,9933
9,0	4,9282	5,0229	5,2069	5,4688	5,7945	6,0231	6,1687
9,5	5,0419	5,1407	5,3328	5,6062	5,9463	6,1852	6,3376
10	5,1515	5,2543	5,4541	5,7386	6,0928	6,3417	6,5005
11	5,3601	5,4706	5,6852	5,9910	6,3718	6,6398	6,8108
12	5,5566	5,6744	5,9031	6,2290	6,6351	6,9210	7,1036
13	5,7432	5,8679	6,1101	6,4552	6,8852	7,1881	7,3817
14	5,9213	6,0527	6,3078	6,6712	7,1241	7,4432	7,6471
15	6,0920	6,2299	6,4974	6,8784	7,3532	7,6878	7,9017
16	6,2565	6,4005	6,6800	7,0780	7,5739	7,9234	8,1468
18	6,5691	6,7250	7,0274	7,4576	7,9935	8,3711	8,6126
20	6,8636	7,0307	7,3547	7,8153	8,3888	8,7928	9,0512
22	7,1431	7,3210	7,6654	8,1548	8,7639	9,1928	9,4671
24	7,4099	7,5981	7,9620	8,4790	9,1218	9,5744	9,8638
26	7,6659	7,8639	8,2466	8,7898	9,4650	9,9401	10,244
28	7,9124	8,1198	8,5205	9,0890	9,7952	10,292	10,610
30	8,1505	8,3670	8,7851	9,3778	10,114	10,631	10,962
34	8,6048	8,8388	9,2898	9,9287	10,721	11,278	11,634
38	9,0314	9,2848	9,7668	10,449	11,295	11,889	12,268
40	9,2412	9,4994	9,9963	10,699	11,570	12,182	12,573
44	9,6408	9,9142	10,440	11,183	12,102	12,748	13,160
50	10,210	10,504	11,070	11,870	12,858	13,552	13,995
54	10,572	10,880	11,471	12,306	13,338	14,062	14,524
60	11,092	11,420	12,047	12,933	14,027	14,794	15,283
64	11,425	11,765	12,416	13,334	14,468	15,262	15,769
70	11,908	12,266	12,950	13,915	15,105	15,939	16,471
74	12,219	12,588	13,294	14,289	15,515	16,374	16,922
80	12,671	13,057	13,794	14,832	16,111	17,007	17,578
85	13,036	13,435	14,194	15,269	16,591	17,516	18,106
90	13,392	13,803	14,589	15,695	17,058	18,011	18,620
100	14,075	14,511	15,343	16,513	17,954	18,963	19,606
120	15,352	15,833	16,750	18,039	19,626	20,735	21,442
150	17,091	17,632	18,664	20,113	21,895	23,141	23,935
200	19,652	20,281	21,479	23,161	25,228	26,672	27,593
250	21,918	22,623	23,967	25,852	28,170	29,788	30,820

$\frac{\Gamma}{2\Delta}$								
$n\delta_0^r/\Delta$	0,76	1,00	1,24	1,66	2,00	2,50	3,34	5,00
8,0	6,2921	6,9046	7,4145	8,1262	8,5791	9,1048	9,7394	10,499
8,5	6,5022	7,1516	7,6949	8,4575	8,9456	9,5154	10,208	11,042
9,0	6,7038	7,3890	7,9646	8,7770	9,3001	9,9137	10,664	11,576
9,5	6,8979	7,6177	8,2247	9,0858	9,6432	10,300	11,109	12,098
10	7,0853	7,8385	8,4760	9,3846	9,9758	10,676	11,543	12,612
11	7,4421	8,2590	8,9548	9,9550	10,612	11,397	12,380	13,609
12	7,7786	8,6554	9,4060	10,493	11,213	12,081	13,179	14,571
13	8,0979	9,0311	9,8337	11,004	11,784	12,732	13,943	15,400
14	8,4026	9,3892	10,241	11,490	12,328	13,354	14,676	16,396
15	8,6946	9,7320	10,630	11,954	12,849	13,949	15,380	17,263
16	8,9754	10,061	11,004	12,399	13,347	14,520	16,057	18,102
18	9,5087	10,686	11,712	13,241	14,289	15,598	17,339	19,704
20	10,010	11,272	12,375	14,027	15,168	16,605	18,539	21,215
22	10,485	11,826	13,001	14,768	15,995	17,551	19,666	22,644
24	10,938	12,354	13,596	15,470	16,778	18,445	20,733	24,000
26	11,372	12,859	14,165	16,140	17,524	19,295	21,746	25,292
28	11,788	13,343	14,711	16,782	18,237	20,108	22,712	26,525
30	12,190	13,810	15,236	17,399	18,922	20,886	23,637	27,707
34	12,955	14,698	16,233	18,569	20,219	22,358	25,380	29,933
38	13,676	15,534	17,172	19,667	21,435	23,734	27,006	32,004
40	14,022	15,935	17,621	20,193	22,017	24,393	27,782	32,989
44	14,689	16,707	18,488	21,206	23,136	25,656	29,268	34,874
50	15,636	17,803	19,715	22,638	24,718	27,441	31,362	37,518
54	16,237	18,497	20,492	23,544	25,718	28,567	32,681	39,177
60	17,097	19,491	21,604	24,840	27,148	30,177	34,562	41,537
64	17,648	20,126	22,316	25,668	28,060	31,203	35,761	43,036
70	18,442	21,043	23,341	26,861	29,376	32,482	37,486	45,188
74	18,953	21,632	24,000	27,628	30,220	33,431	38,592	46,565
80	19,695	22,488	24,956	28,740	31,445	35,007	40,194	48,557
85	20,292	23,176	25,725	29,434	32,430	36,113	41,482	50,155
90	20,872	23,845	26,472	30,502	33,386	37,186	42,730	51,703
100	21,987	25,128	27,906	32,168	35,219	39,243	45,123	54,665
120	24,061	27,516	30,572	35,264	38,625	43,064	49,561	60,149
150	26,874	30,752	34,183	39,454	43,233	48,229	55,555	67,541
200	31,001	35,496	39,474	45,588	49,977	55,783	64,314	78,319
250	34,639	39,676	44,134	50,990	55,912	62,430	72,014	87,782