ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

М.И. Подгорецкий, И.И.Ройзен

Р-592

К ВОПРОСУ О ВОЗБУЖДЕНИИ ВРАШЕНИЯ МОЛЕКУЛЫ ЗА СЧЕТ ОТДАЧИ ПРИ ИЗЛУЧЕНИИ γ -КВАНТА

Дубна 1960 год

P - 592

М.И. Подгорецкий, И.И. Ройзен

К ВОПРОСУ О ВОЗБУЖДЕНИИ ВРАШЕНИЯ МОЛЕКУЛЫ ЗА СЧЕТ ОТДАЧИ ПРИ ИЗЛУЧЕНИИ γ -КВАНТА

При изучении явлений, связанных с резонансным поглощением или рассеянием γ -квантов ядрами обычно принимается во внимание лишь импульс, передаваемый квантом ядру.

Между тем, если интересующее нас ядро входит в состав молекулы, необходимо учитывать также передачу момента количества движения. В настоящей работе этот вопрос рассматривается на примере двухатомной молекулы при следующих предположениях:

1. Жесткость молекулы такова, что испускание γ -кванта возбужденным ядром /которое мы обозначим индексом "1"/ не приводит к возбуждению колебательных уровней x/.

2. Ядра считаются неполяризованными. При этих предположениях очевидно, что энергию излучаемого γ -кванта можно найти из уравнения:

$$E_0 = E + \frac{\hbar^2}{2J}\left[\ell(\ell+1) - \ell_0(\ell_0+1)\right] + \frac{E_0^2}{2mc^2} \qquad \text{xx/} \qquad /1/$$

Здесь E_0 -расстояние между соответствующими уровнями излучающего ядра, $J = \frac{m_1 m_2}{m} d^2$ - момент инерции молекулы, $m = m_1 + m_2$ - масса молекулы, d -расстояние между ядрами xxx/, ℓ_0 и ℓ - соответственно начальное и конечное орбитальные квантовые числа молекулы. Из /1/ следует линейчатая структура γ -спектра, возникающая из-за дискретности значений момента количества движения молекулы.

---

x/ Для этого достаточно, чтобы выполнялось условие $\frac{E^2}{2m_1c^2} < \hbar\omega_{кол.}$ где E - энергия излучаемого кванта, $\hbar\omega_{кол.}$- расстояние между соседними колебательными уровнями молекулы, m_1 - масса излучающего ядра. Поскольку $\hbar\omega_{кол} \gtrsim 0{,}3\,ev$, то это условие выполняется при $E \lesssim 0{,}1\,Mev$, если $m_1 \sim 100\,\mu$ где μ - масса нуклона.

xx/ Здесь и далее мы считаем, что в начальном состоянии молекула не движется поступательно, если это не оговорено особо. Кроме того, везде, где не входит малая разность $E - E_0$, мы будем заменять E на E_0.

xxx/ Квантовая неопределенность величины d при $m \sim 100\,\mu$ меньше, чем 10^{-10} см, поэтому при $\lambda \gg 10^{-10}$ см ею можно пренебречь.

Обратимся к вопросу о распределении излучаемых γ -квантов по энергии. Для того, чтобы задача не осложнялась интерференционными явлениями [1], будем считать, что молекула состоит из неодинаковых ядер. Будем также считать, что рассматриваемый газ представляет собой изотропную смесь молекул в состоянии с определенным моментом ℓ_0. Тогда задача сводится к отысканию распределения конечных состояний молекулы по моментам. Вероятность перехода молекулы в результате излучения ядром γ -кванта в состояние с моментом ℓ дается выражением:

x/

$$W_{\ell_0\ell}=\frac{c}{2\ell_0+1}\sum_{m_0=-\ell_0}^{\ell_0}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\left|\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\sin\vartheta\, Y^*_{\ell m}(\vartheta,\varphi)\exp\left(i\frac{E_0d_0}{\hbar c}\cos\vartheta\right)Y_{\ell_0m_0}(\vartheta,\varphi)\right|^2 \qquad /2/$$

Здесь $d_0=\frac{m_2}{m}d$, $Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi)$ - нормированные сферические гармоники, С - нормировочная константа.

Интегрирование по φ сразу приводит к результату:

$$W_{\ell_0\ell}\sim\frac{1}{2\ell_0+1}\sum_{m=-\ell_{min}}^{\ell_{min}}\left|\int_0^{\pi}P_\ell^m(\vartheta)\exp\left(i\frac{E_0d_0}{\hbar c}\cos\vartheta\right)P_{\ell_0}^m(\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta\right|^2, \qquad /3a/$$

где ℓ_{min} - минимальный из моментов ℓ_0 и ℓ.

В общем виде выражение /3а/ исследовать не удается. Поэтому мы остановимся на ряде предельных случаев.

1. Случай мягких квантов, когда $\frac{E_0d_0}{\hbar c}=K_0d_0\ll 1$.
Тогда можно положить

$$\exp(ik_0d_0\cos\vartheta)\sim 1+ik_0d_0\cos\vartheta. \qquad /4/$$

x/ Получить это выражение не представляет труда, если воспользоваться [2].

Подстановка /4/ в /3а/ позволяет при не слишком малых ℓ_0 довести вычисление до конца. В результате а получаем:

$$W_{\ell_0\ell} \sim \delta_{\ell_0\ell} + \frac{\pi^2}{4}\frac{(K_0 d_0)^2}{2\ell_0+1}\left(\delta_{\ell,\ell_0+1} + \delta_{\ell,\ell_0-1}\right) \qquad /4а/$$

2. Случай, когда $\ell_0 = 0$ /или ℓ =0/ поддается точному расчету. В этом случае

$$W_{0\ell} \sim (2\ell+1)\, j_\ell^2(K_0 d_0), \qquad /5а/$$

если ℓ_0 = 0, и

$$W_{\ell_0 0} \sim j_{\ell_0}^2(K_0 d_0), \qquad /6б/$$

если ℓ =0. Здесь

$$j_\ell(K_0 d_0) = \left(\frac{\pi}{2K_0 d_0}\right)^{\frac{1}{2}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(K_0 d_0), \qquad /6/$$

где J - функция Бесселя первого рода. Интересно отметить тот факт, что вероятность перехода оказывается "осциллирующей" функцией ℓ .

При выполнении неравенства

$$\frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2J} \gg \Delta E \gg \frac{\hbar^2 \ell}{J} \qquad /7/$$

можно заменить дискретный спектр непрерывным и записать:

$$W(E)\,\Delta E = \overline{W_{\ell_0\ell}}\,\frac{d\ell}{dE}\,\Delta E, \qquad /8/$$

где ℓ выражается через Е из /1/, а $\overline{W_{\ell_0\ell}}$ - значение вероятности, усредненное по достаточно большому интервалу значений ℓ в соответствии с условием /7/. Формула /:5а/ запишется тогда следующим образом:

$$W(E) \sim \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\mathcal{E}/a}}, & \text{если } 0 < \mathcal{E} < a, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \qquad /9/$$

Здесь $a = \dfrac{E_0^2}{2mc^2}\dfrac{m_2}{m_1}$, $\mathcal{E} = E_0 - E - \dfrac{E_0^2}{2mc^2}$.

Последний результат легко может быть получен классически.

3. Обратимся, наконец, к случаю, когда переход совершается между состояниями с высокими ℓ_0 и ℓ посредством излучения жесткого γ -кванта / $K_0 d_0 \gg 1$ /. В этом случае естественно рассматривать молекулу классически, а квант как точечную частицу. В отличие от предыдущего теперь мы будем также учитывать влияние теплового движения молекул, поступательного и вращательного.

Закон сохранения имеет вид:

$$E_0 = E + \frac{(\vec{P}_0 \vec{\Delta P})}{m} + \frac{(\vec{M}_0 \vec{\Delta M})}{J} + \frac{(\vec{\Delta M})^2}{2J} + \frac{(\vec{\Delta P})^2}{2m}, \qquad /9/$$

где $\vec{\Delta P}$ и $\vec{\Delta M}$ соответственно изменение импульса и момента в результате излучения γ -кванта.

Формулу /9/ легко можно переписать в следующем виде:

$$E_0 = E + \frac{E_0^2}{2mc^2} - \frac{E_0}{mc} P_0 \cos\alpha - \frac{E_0}{m_1 c d} M_0 \sin\vartheta \sin\varphi + \frac{E_0^2}{2mc^2} \frac{m_2}{m_1} \sin^2\vartheta \qquad /10/$$

Введенные обозначения объяснены на рис. 1.

Из /10/ можно вычислить вероятность того, что последние три члена будут иметь суммарную энергию в интервале / ε , $\varepsilon + d\varepsilon$ /.

При этом следует учесть, что двухатомная молекула имеет лишь две вращательные степени свободы. Простой подсчет приводит к выражению:

$$W(\varepsilon)d\varepsilon = d\varepsilon \left(\frac{m_1}{2\pi kT m_2 \mathcal{E}_0}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{2\varepsilon + \mathcal{E}_0}{4kT}\right) \int\limits_{\frac{m_1}{m}}^{1} \frac{\exp\left\{-\frac{1}{8kT}\left[\frac{m}{m_1}\mathcal{E}_0\left(t+\frac{1}{t}\right) + 4\varepsilon \frac{m_1}{m}\left(1+\frac{\varepsilon}{\mathcal{E}_0}\right)\frac{1}{t}\right]\right\}}{\sqrt{t\cdot(1-t)}} dt, \qquad /11/$$

где $\mathcal{E}_0 = \dfrac{E_0^2}{mc^2}$

В случае, когда излучающее ядро велико по сравнению с неизлучающим, из /11/ получим:

$$W(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi kT \mathcal{E}_0}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2kT\mathcal{E}_0}\right)\left[1 + \left(\frac{2\varepsilon^2 + 2\varepsilon\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_0^2}{4kT\mathcal{E}_0} - \frac{1}{2}\right)\frac{m_2}{m}\right] \qquad /12/$$

При $\frac{m_2}{m} \to 0$ получаем гауссову форму, как и должно быть, так как вращение при этом исчезает.

В заключение отметим, что многие из полученных результатов относятся также и к случаю поглощения медленных нейтронов[x/]. В этой связи поглощение медленных нейтронов газом, состоящим из молекул, может, в некоторых отношениях /например, ширина линии/, существенно отличаться от поглощения атомарным газом.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 августа 1960 года.

Литература

[1] М.И.Подгорецкий, И.И.Ройзен. ЖЭТФ /в печати/.

[2] Л. Шифф. "Квантовая механика" ИИЛ, 1957г., стр.451.

x/ Аналогия может отсутствовать лишь в вопросе о линейчатой структуре спектра, в связи с большими естественными ширинами нейтронных линий.

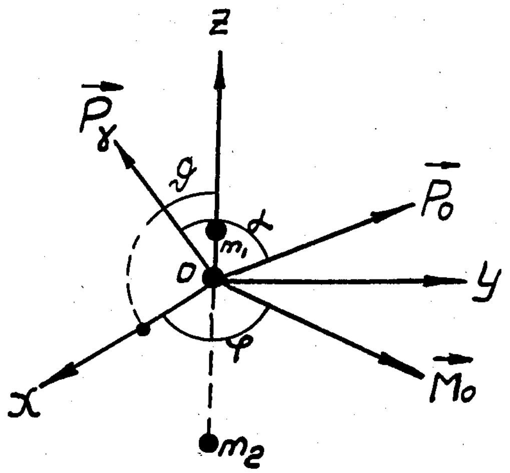

Рис. 1

$\vec{P}_\gamma$ – импульс γ-кванта,

O – центр инерции молекулы.