ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

М.И. Подгорецкий, А.В. Степанов

Р-588

К ВОПРОСУ О ДОППЛЕРОВСКОЙ ФОРМЕ ЛИНИИ ИСПУСКАНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

ЖЭТФ, 1961, т40, в2, с561-566.

Дубна 1960 год

P-588

М.И. Подгорецкий, А.В. Степанов

К ВОПРОСУ О ДОППЛЕРОВСКОЙ ФОРМЕ ЛИНИИ ИСПУСКАНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

Для более наглядного выяснения основных особенностей явления представляется целесообразным начать его рассмотрение с классической точки зрения. Предположим, что некоторая система /атом, ядро и т.п./, входящая в состав какого-либо макроскопического тела, излучает электромагнитные волны частоты ω_0. Тогда в системе, связанной с излучателем, электромагнитное поле при $t > 0$ можно записать в виде

$$A \backsim e^{i(\omega_0 t - \varkappa x) - \lambda t/2}, \qquad /1/$$

где $1/\lambda$ - среднее время жизни, $\varkappa$ - волновое число. Вследствие теплового движения для неподвижного наблюдателя имеет место эффект Допплера. Обычно предполагается, что движение с лучевой скоростью v приводит к изменению частоты на величину

$$\Delta\omega = \omega_0 \, v/c \qquad /2/$$

в связи с чем, при пренебрежении затуханием, форма линии излучения просто повторяет закон распределения скоростей, т.е. описывается функцией Гаусса. Таким образом для величины $\Omega = \omega - \omega_0$ сразу можно получить выражение

$$\mathcal{J}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_0^2 v_0^2/c^2}}\, e^{-\frac{\Omega^2}{2\omega_0^2 v_0^2/c^2}}, \qquad /3/$$

где

$$v_0 = \sqrt{\overline{v^2}}.$$

С учетом затухания вместо /3/ получается, как известно, несколько более сложное выражение

$$\mathcal{J}(\Omega) = \frac{\lambda}{(2\pi)^{3/2} v_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-v^2/v_0^2}}{(\omega - \omega_0 - \omega_0 v/c)^2 + \frac{\lambda^2}{4}}\, dv \qquad /3'/$$

Приведенное рассуждение кажется бесспорным только на первый взгляд. Действительно, исходное соотношение /2/ справедливо при условии, что излучатель все время движется прямолинейно и равномерно, но как раз это требование в общем случае совершенно не выполняется, так как фактически излучатель движется по сложной зигзагообразной траектории.

Отсюда следуют осложнения двоякого рода. Во-первых, в течение каждого из ударов[x/] может изменяться внутреннее состояние излучателя, что приводит, в конечном счете, к появлению так называемого "ударного уширения", природа которого в настоящее время хорошо изучена /см.,например, [1] /. В дальнейшем, если не оговорено противное, мы будем предполагать, что "ударное уширение" отсутствует. Это безусловно верно практически для всех интересующих нас ядерных излучений, поскольку процессы столкновения относятся только к атомным оболочкам. Вместе с тем, это верно и для некоторых типов атомных излучений, в частности, для переходов, связанных с переориентацией магнитного момента атомов, для релеевского рассеяния и некоторых других процессов [1] .

Во-вторых, движение по сложной траектории приводит к тому, что с каждым отдельным излучателем связано излучение не одной частоты, определяемой в соответствии с /2/, а излучение непрерывного спектра частот. При этом в общем случае нельзя даже говорить, что часть времени излучатель движется с лучевой скоростью v_1 и излучает частоту ω_1 , а затем движется со скоростью v_2 и излучает частоту ω_2 и т.д. Такая точка зрения в конечном счете снова привела бы к соотношениям /3/ и /3'/, однако для ее справедливости необходимо, чтобы на каждом из последовательных прямолинейных участков дополнительная разность фаз, связанная с эффектом Доплера, была бы велика по сравнению с единицей [1] . При этом излучение различных прямолинейных участков практически некогерентно и на каждом из них испускается только какая-то одна вполне определенная частота. Указанное условие имеет вид

$$\omega_0 \, {}^{v_0}\!/_{c} \, \tau_0 \gg 1 ,$$

где τ_0 - время свободного пробега. Это условие можно также представить в более удобном виде

$$L/\Lambda \gg 1 , \qquad /4/$$

где $L = v_0\tau_0$ - длина свободного пробега, Λ - длина волны. Если /4/ не выполнено, то и соотношения /3/ и /3'/ также оказываются несправедливыми[xx/] .

x/ В целях упрощения последующие рассуждения проведены для газа, что, конечно, не обязательно.

xx/ При этом предполагалось, что $1/\lambda \gg \tau_0$; в противном случае высвечивание заканчивается до осуществления очередного удара и соотношение /3/ справедливо, даже если условие /4/ не выполнено.

Рассмотрим теперь вопрос о форме линии $\mathcal{J}(\Omega)$ вне связи с условием /4/. Если проекция радиуса-вектора излучателя на луч зрения изменяется по закону $x = x(t)$, то для учета эффекта Допплера в выражении /1/ следует просто подставить указанную функцию $x(t)$. Это дает x/

$$A \backsim e^{i\omega_0 t - \lambda t/2 - i\varkappa x(t)} \qquad /1'/$$

Соответствующая компонента Фурье

$$B \backsim \int_0^\infty dt\, e^{i\omega_0 t - i\omega t - i\varkappa x(t) - \lambda t/2} = \int_0 dt\, e^{-i\Omega t - i\varkappa x(t) - \lambda t/2},$$

а спектральная интенсивность $\mathcal{J}(\Omega) \backsim \overline{|B|^2}$, т.е.

$$\mathcal{J}(\Omega) \backsim \int_0^\infty\int_0^\infty dt\, dt'\, e^{-i\Omega(t-t') - \frac{\lambda}{2}(t+t')} \left[\overline{e^{-i\varkappa[x(t)-x(t')]}}\right].$$

При вычислении величины $\left[\overline{e^{-i\varkappa[x(t)-x(t')]}}\right]$ следует учесть, что смещение $x(t) - x(t')$ одинаково часто принимает как положительные, так и отрицательные значения. Поэтому в равенстве

$$\overline{e^{-i\varkappa[x(t)-x(t')]}} = 1 - i\varkappa\overline{[x(t)-x(t')]} - \frac{\varkappa^2}{2!}\overline{[x(t)-x(t')]^2} +$$

$$+ \frac{i\varkappa^3}{3!}\overline{[x(t)-x(t')]^3} + \frac{\varkappa^4}{4!}\overline{[x(t)-x(t')]^4} - \dots$$

все нечетные моменты обращаются в нуль. Далее во всех практически интересных случаях движение излучателя формируется в результате большого числа элементарных взаимодействий. По этой причине случайная величина $x(t) - x(t')$ распределена по закону Гаусса.

Обозначим среднее значение квадрата смещения за время $t - t'$ через $\frac{1}{2}w^2(|t-t'|)$. Тогда имеем:

---

x/ Обычно поле записывают в форме $A \backsim e^{i\omega_0 t - \lambda t/2 - i\varkappa\int^t v(\tau)d\tau}$, которая вполне эквивалента /1'/.

$$\overline{[x(t)-x(t')]^2} = \frac{W^2}{2},$$

$$\overline{[x(t)-x(t')]^4} = 1\cdot 3\,\frac{W^4}{4}$$

$$\overline{[x(t)-x(t')]^6} = 1\cdot 3\cdot 5\,\frac{W^6}{8} \quad \text{и.т.д.}$$

Поэтому

$$\overline{e^{-i\varkappa[x(t)-x(t')]}} = 1-\left(\frac{\varkappa^2 W^2}{4}\right)+\left(\frac{\varkappa^2 W^2}{4}\right)^2\frac{1}{2!}-\left(\frac{\varkappa^2 W^2}{4}\right)^3\frac{1}{3!}+\ldots = e^{-\frac{\varkappa^2 W^2}{4}},$$

а для спектральной интенсивности получаем

$$\mathcal{J}(\Omega) \backsim \int_0^\infty\int_0^\infty dt\,dt'\,e^{-i\Omega(t-t')-\lambda/2\,(t+t')-\frac{\varkappa^2}{4}W^2(|t-t'|)}.$$

После несложных преобразований последнее выражение можно привести к виду

$$\mathcal{J}(\Omega) \backsim \mathrm{Re}\int_0^\infty d\tau\,e^{-i\Omega\tau-\lambda\tau/2-\frac{\varkappa^2}{4}W^2(\tau)}. \qquad /5/$$

Это выражение будет использовано в дальнейшем.

Соотношение /5/ характеризует и форму линии поглощения. В интересующем нас классическом случае это непосредственно следует также из теоремы Кирхгофа[x/].

При релеевском рассеянии монохроматического света движущимся элементарным рассеивателем рассеянная волна имеет вид[xx/]

---

x/ При квантовом рассмотрении необходимо учитывать, что при излучении фотона, вообще говоря, имеет место отдача, изменяющая состояние движения излучающей системы и нарушающая тем самым термодинамическое равновесие. В этих условиях теорема Кирхгофа уже несправедлива /см.стр.12/.

xx/ При релеевском рассеянии мы имеем дело с вынужденными колебаниями, в силу чего атомные столкновения изменяют только направление движения рассеивателя, не изменяя амплитуду и фазу колебаний [1].

$$A \sim e^{-i[\omega t - \vec{q}\vec{r}(t)]}, \qquad /6/$$

где $\vec{q}$ – изменение волнового вектора в процессе рассеяния $/|\vec{q}| = 2\varkappa \sin\frac{\theta}{2}$, θ – угол рассеяния/.

Из сопоставления с /1'/ следует, что форма линии рассеяния описывается выражением x/

$$\mathcal{J}(\Omega) \sim Re\int_0^\infty e^{i\Omega\tau - \varkappa^2 \sin^2\frac{\theta}{2}\cdot w^2(\tau)}\, d\tau. \qquad /7/$$

Соотношения типа /5/ – /7/ можно использовать не только для описания излучения, поглощения и рассеяния фотонов, но и применительно к другим частицам, например, нейтронам xx/. Однако в этом пункте кажется более уместным перейти к строгому квантовому рассмотрению вопроса, которое мы, для определенности, проведем для случая поглощения xxx/.

Вероятность резонансного поглощения медленного нейтрона /или γ -кванта/, отнесенная к одному ядру, как известно [3], может быть записана в следующем виде:

$$W(E) = const \overline{\sum_m \frac{|(m|V|i)|^2}{(E-E_0+\varepsilon^i-\varepsilon^m)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}}. \qquad /8/$$

Здесь $E = p^2/2m$ – энергия падающего нейтрона, E_0 и Γ – энергия и ширина резонансного уровня поглощающего ядра, V – оператор взаимодействия нейтрона с ядром, ε^i и $\varepsilon^m + E_0$ – начальная и конечная энергия поглощающей системы. Черта вверху означает усреднение по статистическому распределению начальных состояний поглощающей среды.

Матричный элемент

---

x/ При выводе /7/ предполагается, что различные атомы движутся независимо друг от друга. По этому поводу см., например, [2].

xx/ Интересно отметить, что для некогерентного рассеяния нейтронов выражение типа /7/ справедливо и в случае, когда движения различных ядер не независимы. Это обстоятельство связано с тем, что в силу некогерентности можно складывать не амплитуды, а интенсивности волн, рассеиваемых различными ядрами.

xxx/ Испускание может быть рассмотрено аналогичным образом.

$$(m|V|i)=\int d\tau_н\, d\tau_p\, V(\vec{\tau}_н-\vec{\tau}_я)\, e^{i\frac{\vec{p}\vec{\tau}_н}{\hbar}}\, \Psi_i(\vec{R}_p)\,\Psi^*_m(\vec{R}_p),$$

где $\vec{\tau}_н$ и $\vec{\tau}_я$ – радиусы-векторы нейтрона и ядра соответственно, а $d\tau_н$ и $d\tau_p$ – элементы объема фазового пространства нейтрона и поглощающей системы; $\Psi_i(\vec{R}_p)=\Phi_A(I)\,\varphi_i(\vec{\tau}_p)$ и $\Psi_m(\vec{R}_p)=\Phi_c(I)\,\varphi_m(\vec{\tau}_p)$ – волновые функции поглощающей системы в начальном и конечном состоянии. Функции $\Phi(I)$ описывают движение в пространстве внутренних координат поглощающего ядра, а $\varphi(\vec{\tau}_p)$ определяют "молекулярное" состояние системы. Индекс "А" соответствует основному состоянию, "С" – возбужденному. Предполагается также, что Γ не зависит от взаимодействия между атомами в поглощающем веществе.

Выражение для матричного элемента взаимодействия нейтрона с поглощающим ядром может быть преобразовано следующим образом:

$$(m|V|i)=\int d\tau\, d\tau_p^{внутр}\, e^{i\vec{æ}\vec{\tau}}\,\Phi_A(I)\,\Phi_c^*(I)\,V(\vec{\tau})\times$$
$$\times\int d\tau_p^{молек.}\,\varphi_i(\vec{\tau}_p)\,\varphi_m^*(\vec{\tau}_p)\, e^{i\vec{æ}\vec{\tau}_я}, \qquad /9/$$

где $\hbar\vec{æ}=\vec{p}$ и $\vec{\tau}=\vec{\tau}_н-\vec{\tau}_я$.

Подставляя /9/ в /8/ и используя известные свойства δ – функции

$$\int f(\rho)\,\delta(\rho-a)\,d\rho=f(a) \quad \text{и} \quad \delta(\rho)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, e^{i\rho t},$$

получим следующее выражение для вероятности поглощения

$$W(E)=A\sum_i q_i\sum_m \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\rho}{(E-E_0+\hbar\rho)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\, e^{it[\rho+\frac{\varepsilon^m-\varepsilon^i}{\hbar}]}\left|\left[e^{i\vec{æ}\vec{\tau}_я}\right]_i^m\right|^2, \qquad /10/$$

где

$$A=const\cdot\left|\int d\tau\cdot d\tau_p^{внутр}\, e^{i\vec{æ}\vec{\tau}}\,\Phi_A(I)\,\Phi_c^*(I)\,V(\vec{\tau})\right|^2,$$

$$\left[e^{i\vec{æ}\cdot\vec{\tau}_я}\right]_i^m=\int d\tau_p^{молек.}\,\varphi_i(\vec{\tau}_p)\,\varphi_m^*(\vec{\tau}_p)\cdot e^{i\vec{æ}\vec{\tau}_я},$$

$\sum_i q_i$ соответствует усреднению по распределению Больцмана с весом q_i.

Преобразуем выражение /10/. Вероятность поглощения мы запишем в следующем виде:

$$W(E)=\frac{A}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{it\rho}\,d\rho}{(E-E_0+\hbar\rho)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}\sum q_i\sum\left[e^{-i\vec{\varkappa}\vec{r}_я}\right]_m^i \times$$

$$\times\, e^{it\frac{\varepsilon^m}{\hbar}}\left[e^{i\vec{\varkappa}_0\vec{r}_я}\right]_i^m e^{-it\frac{\varepsilon^i}{\hbar}}=$$

$$=\frac{A}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\rho\,e^{it\rho}}{(E-E_0+\hbar\rho)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}\sum_i q_i\sum_m\left[e^{-i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(0)}\right]_m^i\left[e^{i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right]_i^m.$$

Окончательно

$$W(E)=\frac{A}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\rho\cdot e^{it\rho}}{(E-E_0+\hbar\rho)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}\left\langle e^{-i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(0)}e^{i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right\rangle, \qquad /11/$$

где

$$\left\langle e^{-i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(0)}e^{i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right\rangle=\sum_i q_i\left[e^{-i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(0)}e^{i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right]_i^i.$$

При выводе /11/ мы использовали известное выражение для матричного элемента оператора в гайзенберговском представлении [4] и правило матричного умножения.

Величина $\left\langle e^{-i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(0)}e^{i\vec{\varkappa}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right\rangle$ может быть выражена через введенную Ван Хове [5] функцию

$$G_s(\vec{r},t)=\left\langle\int d\vec{r}\,'\,\delta(\vec{r}+\hat{\vec{r}}_я(0)-\vec{r}\,')\,\delta(\vec{r}\,'-\hat{\vec{r}}_я(t))\right\rangle,$$

которая имеет смысл функции самодиффузии[x/]. Именно

$$\left\langle e^{-i\vec{æ}\hat{\vec{r}}_я(0)}\, e^{i\vec{æ}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right\rangle = \int d\vec{r}\, G_s(\vec{r},t)\, e^{i\vec{æ}\vec{r}}. \qquad /12/$$

Справедливость /12/ нетрудно проверить, используя интегральное представление δ – функции.

Как показано Ванъярдом [6] , функция $G_s(\vec{r},t)$, вычисленная для идеального газа, изотропного гармонического осциллятора и атома в кристаллической решетке с кубической симметрией, имеет вид гауссовской кривой с дисперсией, зависящей от времени. Естественно предположить, что такая форма $G_s(\vec{r},t)$ будет иметь место и в случае произвольной изотропной системы. Тогда

$$\left\langle e^{-i\vec{æ}\hat{\vec{r}}_я(0)}\, e^{i\vec{æ}\hat{\vec{r}}_я(t)}\right\rangle = \pi^{-3/2} w^{-3}(t)\int d\vec{r}\, e^{-r^2/w^2(t)+i\vec{æ}\vec{r}} = e^{-\frac{æ^2}{4}w^2(t)} \qquad /13/$$

и

$$W(E) = \frac{A}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\rho}{(E-E_0+\hbar\rho)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\, e^{it\rho-\frac{æ^2}{4}w^2(t)}. \qquad /14/$$

Как нетрудно проверить, $w^2(t) = \frac{2}{3}\int r^2 G_s(\vec{r},t)\,d\vec{r}$.

Вычисляя интеграл по ρ и используя соотношение $w(-t) = w^*(t)$ [5], которое обеспечивает действительность выражения для $W(E)$, окончательно получим:

$$W(E) = \frac{2A}{\hbar\Gamma}\,\mathrm{Re}\int_0^{\infty}dt\, e^{-it\frac{E-E_0}{\hbar}-\Gamma t/2\hbar-\frac{æ^2}{4}w^2(t)} \qquad /15/$$

В случае излучения имеет место аналогичная формула, в которой вместо $w^2(t)$ стоит $[w^2(t)]^*$. При $\Gamma = 0$ выражение, аналогичное формуле /15/, определяет также угловое и энергетическое распределение рассеянных нейтронов [6] . Физический смысл этой аналогии заключается в том, что и

---

x/ Следует помнить, что в аргументы δ – функций входят квантовомеханические операторы $\hat{\vec{r}}_я(t)$ в представлении Гайзенберга, которые, будучи взятыми в различные моменты времени, не коммутируют друг с другом.

потенциальное рассеяние можно рассматривать как бы протекающим в две стадии: уничтожение частицы в начальном состоянии и рождение частицы через некоторое время в конечном состоянии [7].

Информация о характере движения поглощающих ядер содержится в величине $W^2(t)$, которая может быть определена из экспериментальных данных по угловому и энергетическому распределению рассеянных нейтронов при наличии только потенциального рассеяния и по форме линии резонансного поглощения нейтронов и γ -квантов. Вычисляя вероятность $W(E)$ в полуклассическом приближении, т.е. рассматривая движение атомов вещества в рамках классической механики, можно легко убедиться в тождественности формулы /15/ и результата последовательного классического расчета /5/.

Нетрудно также вычислить $W^2(t)$ для некоторых простых моделей вещества [6], [8].

Идеальный газ

$$W^2(t) = v_1^2\left[t^2 - i\hbar t/kT\right], \qquad v_1 = \sqrt{\frac{2kT}{M}}, \tag{16}$$

k - постоянная Больцмана, T - температура, M - масса атома.

Гармонический осциллятор частоты Ω

$$W^2(t) = \frac{2\hbar}{M\Omega}\left[\frac{e^{\hbar\Omega/kT}+1}{e^{\hbar\Omega/kT}-1}(1-\cos\Omega t) - i\sin\Omega t\right] \tag{17}$$

Атом в кристаллической решетке с кубической симметрией

$$W^2(t) = \frac{2\hbar}{M}\int\frac{\nu(\Omega)\,d\Omega}{\Omega}\left[\frac{e^{\hbar\Omega/kT}+1}{e^{\hbar\Omega/kT}-1}(1-\cos\Omega t) - i\sin\Omega t\right] \tag{18}$$

$\nu(\Omega)$- спектр частот собственных колебаний кристалла, нормированный к единице.

Формулы /16/-/ 18/ получены квантомеханически. Классический расчет [6] дает несколько иной результат. А именно:

идеальный газ

$$W^2_{кл}(t) = (v_1 t)^2, \tag{16'}$$

гармонический осциллятор частоты

$$W^2_{кл}(t) = \frac{2v_1^2}{\Omega^2}(1-\cos\Omega t), \qquad /17'/$$

атом в кристаллической решетке с кубической симметрией

$$W^2_{кл}(t) = 2v_1^2\int_0^\infty \frac{\nu(\Omega)d\Omega}{\Omega^2}(1-\cos\Omega t). \qquad /18'/$$

Основное различие квантомеханических и классических формул – появление в первых мнимой части. Классическое выражение $W^2(t)$ по своему физическомv смыслу $(W^2(t) \sim \langle(\vec{r}-\vec{r}_0)^2\rangle$ должно быть вещественным.

При высоких температурах поглощающей среды мнимая часть $W^2(t)$, за исключением области очень малых времен $(t \ll \hbar/kT)$, значительно меньше действительности части и

$$\lim_{T\to\infty} W^2(t) = W^2_{кл}(t).$$

Мнимая часть $W^2(t)$ также мала и в области больших t $/t \gg \hbar/kT$ для идеального газа, $t \gg 1/\Omega$ для осциллятора и $t \gg 1/\Omega_{средн.}$ в случае кристалла/. Следует отметить, что при $t \to \infty$ в случае осциллятора и кристалла квантовые эффекты полностью не исчезают. Действительно, например, для атома в кристаллической решетке

$$\lim_{t\to\infty} W^2(t) = \frac{2\hbar}{M}\int_0^\infty \frac{\nu(\Omega)d\Omega}{\Omega}\,\frac{e^{\hbar\Omega/kT}+1}{e^{\hbar\Omega/kT}-1} = \frac{4}{M}\int_0^\infty \frac{\nu(\Omega)d\Omega}{\Omega^2}\,T_{эфф},$$

где

$$T_{эфф} = \frac{\hbar\Omega}{2}\,\frac{e^{\hbar\Omega/kT}+1}{e^{\hbar\Omega/kT}-1}.$$

Только при $kT \gg \hbar\Omega$ осуществляется переход к предельному классическому выражению

$$\lim_{t\to\infty} W^2(t) = \frac{4kT}{M}\int_0^\infty \frac{\nu(\Omega)d\Omega}{\Omega^2}.$$

В области малых времен /в случае газа $t \ll \hbar/kT$ / в $W^2(t)$ преобладает мнимая часть. Формально она возникает вследствие некоммутативности квантомеханических операторов, описывающих движение поглощающего ядра. Физически, как нетрудно убедиться на примере газа, мнимая часть учитывает отдачу атома, т.е. действие излучения на вещество[x/].

Подставляя в /15/ $W^2(t)$ для идеального газа и кристалла, приходим к известным выражениям для вероятности поглощения медленных нейтронов, которые были получены Бете и Плачеком [9] и Лэмбом [10]. Эти же формулы пригодны и для описания резонансного поглощения γ -квантов в газообразных и кристаллических образцах [11].

Рассмотрим теперь поглощающую систему, диффундирующую внутри сжатого газа или жидкости[xx/]. Вследствие сложности последовательного квантомеханического рассмотрения, величину $W^2(t)$ будем вычислять чисто классически. При этом следует учитывать существование двух совершенно различных областей. Для малых времен, когда $t \ll \tau_0 \sim L/v_T$, функция $W^2(t)$ должна иметь вид /16'/, т.е. такой же, как для идеального газа

$$W^2(t) = (v_T t)^2.$$

В противоположном предельном случае движение имеет диффузионный характер и

$$W^2(t) = 4\mathcal{D}t, \qquad /19/$$

где $\mathcal{D}$ - коэффициент диффузии.

Для вычислении $W^2(t)$ в промежуточной области можно воспользоваться уравнением Ланжевена

$$\ddot{\vec{r}} + \eta\dot{\vec{r}} = \vec{\mathcal{F}}, \qquad /20/$$

где $\vec{\mathcal{F}}$ - случайная сила,

$$\eta = \kappa T / M\mathcal{D}.$$

При этом, как показано, например, в [12], для величины $W^2(t)$ имеет место выражение:

$$W^2(t) = 4\mathcal{D}\left\{t - \frac{1-e^{-\eta t}}{\eta}\right\}. \qquad /21/$$

---

x/ В классическом приближении мы можем учесть только влияние движения атомов на излучение, т.е. эффект Допплера.

xx/ В случае жидкости представление о диффузии отвечает грубой модели, способной дать только качественное описание движения поглощающего атома.

Если $t \ll L/v_1$, то с учетом соотношения $\mathcal{D} \sim L v_1$ выполнено также неравенство $v_1^2 t/\mathcal{D} \ll 1$ и формула /21/ переходит в /16'/. В противоположном предельном случае вторым членом внутри фигурных скобок можно пренебречь и /21/ переходит в /19/. Подставляя /21/ в /5/, получаем

$$\mathcal{J}(\Omega) \sim Re \int_0^\infty dt\, e^{-i\Omega t - \lambda t/2 - \varkappa^2 \mathcal{D}\{t - \frac{1-e^{-\eta t}}{\eta}\}} . \qquad /22/$$

Предположим, что $1/\lambda \ll \tau_0 \sim L/v_1 \sim \mathcal{D}/v_1^2$. Поскольку подинтегральное выражение содержит множитель $e^{-\lambda t/2}$, то в этом случае основную роль играет область $t \ll \mathcal{D}/v_1^2$ и /22/ переходит в

$$\mathcal{J}(\Omega) \sim Re \int_0^\infty dt\, e^{-i\Omega t - \lambda t/2 - \frac{\varkappa^2}{4} v_1^2 t^2} . \qquad /23/$$

Как и следовало ожидать, полученное выражение совпадает с /3'/, поскольку в рассматриваемых условиях столкновения не влияют на процесс поглощения. В дальнейшем мы будем рассматривать менее тривиальный случай, когда затухание настолько мало, что $1/\lambda \gg \mathcal{D}/v_1^2$. Наличие осциллирующего множителя $e^{-i\Omega t}$ приводит к тому, что при фиксированной величине Ω основной вклад в интеграл связан с областью $t \lesssim 1/\Omega$. Поэтому, если $\Omega \gg 1/\tau_0 \sim v_1^2/\mathcal{D}$, то $t \ll \mathcal{D}/v_1^2$ и мы снова приходим к выражению /3/. Таким образом, крылья линии поглощения имеют такую же форму, как и при отсутствии столкновений. В случае, когда $\Omega \ll 1/\tau_0$, размеры области, существенной при интегрировании, связаны с множителем $e^{-\varkappa^2 \mathcal{D} t}$, т.е. определяются условием $t \ll 1/\varkappa^2\mathcal{D}$. Если, кроме того, выполнено неравенство

$$v_1^2/\mathcal{D} \cdot 1/\varkappa^2\mathcal{D} \ll 1 ,$$

совпадающее, как легко видеть, с условием /4/, то для $\mathcal{J}(\Omega)$ опять-таки имеет место выражение /3'/. Физический смысл этого результата был уже разъяснен ранее в связи с анализом условий когерентности излучения на различных прямолинейных участках траектории излучателя.

Рассмотрим, наконец, последний и наиболее интересный случай, когда

$$v_1^2/\varkappa^2\mathcal{D}^2 \approx \left(\frac{\Lambda}{L}\right)^2 \gg 1 . \qquad /24/$$

Второе слагаемое в фигурных скобках выражения /21/ может быть при этом зачеркнуто и /22/ переходит в

$$\mathcal{J}(\Omega) \backsim Re \int_0^\infty dt\, e^{-i\Omega t - (\lambda/2 + \varkappa^2 \mathcal{D})t}, \qquad /25/$$

что, как легко видеть, соответствует дисперсионной форме линии x/

$$\mathcal{J}(\Omega) \backsim \frac{1}{\Omega^2 + (\lambda/2 + \varkappa^2 \mathcal{D})^2}. \qquad /26/$$

Ширина линии при слабом затухании определяется величиной $\varkappa^2 \mathcal{D}$, которая отличается от обычной допплеровской ширины $\varkappa v_1$ малым множителем L/λ. Резкое уменьшение ширины связано с тем обстоятельством, что диффундирующий поглотитель изменяет свое положение в пространстве значительно медленнее, чем при свободном движении. Из формулы /1/ видно, что это приводит к уменьшению величины допплеровского смещения.

Рассмотрим теперь отдачу, имеющую место при поглощении. В условиях, когда столкновения не играют роли, поглощающий атом можно считать свободным и акт поглощения γ -кванта сопровождается отдачей, приводящей к смещению частоты на величину

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\hbar\omega_0}{2Mc^2}. \qquad /27/$$

Поэтому вместо /3'/, строго говоря, следует записать

$$\mathcal{J}(\Omega) = \frac{\lambda}{(2\pi)^{3/2} v_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-v^2/2v_0^2}}{(\omega - \omega_0 - \frac{\omega_0 v}{c} + \Delta\omega)^2 + \frac{\lambda^2}{4}}\, dv. \qquad /3''/$$

Если поглощение происходит при наличии взаимодействия между поглощающей системой и каким-либо другим телом, процесс отдачи распределяется уже на два тела, что связано с эффективным увеличением массы и, следовательно, уменьшением смещения $\Delta\omega$. По мере уменьшения отношения L/λ роль столкновений возрастает, поглощаемый фотон взаимодействует со все большим числом атомов вещества, что приводит к дальнейшему увеличению эффективной

---

x/ Для случая $\lambda = 0$ указанная формула приведена без вывода в работе [13].

массы $M_{эфф}$. Последнее, в свою очередь, связано с уменьшением допплеровской ширины линии, которая пропорциональна $1/\sqrt{M_{эфф}}$ и существенно более быстрым уменьшением смещения из-за отдачи, которое пропорционально $1/M_{эфф}$. Можно поэтому ожидать, что при выполнении условия $L/\Lambda \ll 1$ отдача практически не приводит к смещению центра линии.

Для γ - лучей условие /24/ может быть выполнено в жидкостях, если считать, что диффузионная модель хоть в какой-то степени отвечает существу тела /см. [14] /. Отсюда вытекает, что при работе с жидким излучателем и поглотителем быть может возможно непосредственное наблюдение резонансного поглощения γ -лучей. Можно ожидать, что условия наблюдения резонансного поглощения будут в этом случае по существу значительно более благоприятными, чем в газе, не говоря уже о возможности использования более интенсивных источников. Прежде всего при наблюдении резонансного поглощения в газе необходимо так или иначе компенсировать отдачу, что сильно затрудняет проведение эксперимента. Этого не нужно делать в жидкостях. Во-вторых, интенсивность резонансного поглощения в жидкостях должна быть существенно большей, чем в газах, так как ширина линии в этом случае значительно меньше. Вместе с тем, условия наблюдения резонансного поглощения в жидкостях не таковы, как в охлажденных кристаллах. В жидкости все излучение относится к одной несмещенной линии большой ширины. Вероятность резонансного поглощения пропорциональна величине отношения естественной ширины линии λ к допплеровской ширине $\varkappa^2 D$. В твердом теле вероятность резонасного поглощения пропорциональна относительной интенсивности несмещенной линии, которая обычно мала, но с другой стороны, несмещенная линия имеет естественную ширину и вероятность поглощения не зависит поэтому от величины λ.

Резонансное поглощение γ -квантов и медленных нейтронов может быть использовано для исследования механизма переноса в жидкости. В этой связи представляют, в частности, интерес опыты типа изучения резонансного поглощения γ -квантов в Kr^{83} / E_γ =9,3 Кэв, $\frac{N_e}{N_\gamma} \sim 10$, $T_{кип}=-151^\circ C$, $T_{пл.}=-157^\circ C$/. То обстоятельство, что $T_{пл} \approx T_{кип}$, позволяет устранить температурные эффекты и исследовать зависимость резонансного поглощения от агрегатного состояния вещества.

Авторы благодарят Ф.Л.Шапиро за стимулирующие дискуссии, а также М.В.Казарновского и И.И.Собельмана за помощь в работе.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июля 1960 года.

Литература

1 И.И.Собельман. УФН, LIУ, 551 /1954/.

2 В.Л.Гинзбург. ДАН, 30, 397 /1941/.

3 В. Гайтлер. Квантовая теория излучения , И.Л.Москва /1956/.

4 В.А.Фок. Начала квантовой механики. КУБУЧ, Ленинград, /1932/.

5 L.Van Hove. Phys.Rev. 95,249 (1954).

6 G.H.Vinejard. Phys.Rev. 110 ,999 (1958).

7 G.C.Wick, Phys.Rev. 94, 1228 (1954).

8 A.C.Zemach, R.Glauber. Phys.Rev. 101, 118 (1956).

9 H.Bethe, G.Placzek. Phys.Rev. 51, 450 (1937).

10 W.Lamb. Phys.Rev. 55, 190 (1939).

11 R.L.Mossbauer. Zs.Physik. 151, 124 (1958).
Zs.Naturforsch. 14a, 811 (1959).
Naturwissensch. 45, 338 (1958).

12. С.Чандрасекар. Стохастические проблемы в физике и астрономии, И.Л.Москва, /1947/.

13 R.H.Dicke. Phys.Rev. 89,472 (1953).

14 K.S.Singui, A.Sjolander. Bull.Amer.Phys.Soc.№5,168 (1960).