

18
A-46
0

Э. С. 1111

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ



Г. Александру

P-583

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ
В МАГНИТОСТАТИКЕ

Дубна 1960 год

А н н о т а ц и я

Дается пример расчета краевой задачи магнитостатики, выполненного методом последовательных приближений. Приводятся экспериментальные данные.

P - 583

Г. Александру

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ
В МАГНИТОСТАТИКЕ

869/5 48

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Расчет возмущения стационарного магнитного поля, созданного при внесении в однородное поле ферромагнитных тел, в предположении, что последние равномерно намагничиваются, был сделан в работе ^{/1/}. Расчет совпадает с экспериментом достаточно точно на сравнительно большом расстоянии от тел. При приближении к ферромагнитному телу точность ухудшается. Это объясняется тем, что в расчете не учитывается зависимость магнитной проницаемости от поля в объеме тел / $\mu = const.$ / и полученное решение не удовлетворяет вторым граничным условиям / $M_1 \frac{d\psi_1}{dr} \neq M_2 \frac{d\psi_2}{dr}$ /.

Для определения абсолютного значения возмущения для тел, близких по конфигурации к эллипсоидам, и для тонких шимм автором работы ^{/1/} было обобщено понятие о размагничивающем факторе. Для тел более сложной конфигурации расчет, указанный в работе ^{/1/}, дает только относительное значение возмущения.

Ниже приводится метод расчета, пригодный для любых внешних стационарных полей, позволяющий определить абсолютное значение возмущения в предположении, что $\mu = const.$ в объеме тел. При этом полученное решение удовлетворяет вторым граничным условиям.

Применяется метод решения задач Неймана, указанный в работе ^{/3/} на случай краевых задач магнитостатики.

1. Рассмотрим однородное тело V_T ограниченное поверхностью Ляпунова S_1 с магнитной проницаемостью M_1 , помещенное в стационарное магнитное поле H_0 . Магнитная проницаемость среды - M_2 . При таких условиях потенциал в любой точке пространства однозначно определяется зарядом, индуцированным на поверхности разрыва M .

Из граничных условий на поверхности разрыва следует ^{/2/}

$$\sigma_M = \frac{-M_2 + M_1}{2\pi(M_2 + M_1)} (H_n + H_{0n})$$

где H_n - нормальная составляющая напряженности магнитного поля, созданная зарядом σ_M , индуцированным на поверхности S_1 ; H_{0n} - нормальная составляющая на поверхности S_1 напряженности внешнего магнитного поля H_0 .

$$H_n = - \int_{S_1} \sigma_M(\rho) \frac{\cos(\gamma_{10} \rho_0)}{r_{10}^2} dS_1$$

Отсюда, обозначая $\frac{-M_2 + M_1}{M_2 + M_1}$ через η ($-1 \leq \eta \leq +1$), получим:

$$\bar{V}_\mu = -\frac{\eta}{2\pi} \int_{S_1} \bar{V}_\mu(z) \frac{\cos(\tau_{10} \rho_0)}{\tau_{10}^2} dS_1 + \frac{\eta}{2\pi} H_{00} \quad /1/$$

Это интегральное уравнение Фредгольма второго рода, ядро которого

$$K(\eta, 0) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\cos(\tau_{10} \rho_0)}{\tau_{10}^2} \quad \text{для поверхности Ляпунова слабополярное} \quad /3/.$$

Его решение можно записать в виде ряда:

$$\bar{V}_\mu = \rho_0 + \eta \rho_1 + \eta^2 \rho_2 + \dots + \eta^k \rho_k + \dots \quad /2/$$

который сходится для всех значений η в интервале $(-1 \leq \eta < +1)$

Для $\eta = +1$ ряд /2/ сходится при дополнительном условии: $\int_{S_1} H_{00} dS_1 = 0$
 которое всегда справедливо, если источник внешнего поля находится вне
 тела V .

Потенциал наведенного заряда V равен:

$$V = V_1 + \eta V_2 + \eta^2 V_3 + \dots + \eta^{k-1} V_k + \dots$$

$$V_1 = \frac{\eta}{2\pi} \int_{S_1} H_{00} \frac{dS_1}{\tau_{10}}$$

$$V_2 = -\frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \frac{dV_1}{d\eta} \cdot \frac{dS_1}{\tau_{10}}$$

/3/

$$V_k = -\frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \frac{dV_{k-1}}{d\eta} \cdot \frac{dS_1}{\tau_{10}}$$

Все вышесказанное остается справедливым и для Ω тел, /интегралы
 нужно взять по всем поверхностям/.

Приблизительно расчет справедлив и для поверхностей, имеющих острые углы.

На рис. 1б показано распределение заряда на поверхности тела, находящегося между полюсами магнита согласно рис. 1а.

Расчет был осуществлен путем деления поверхности тела на двадцать четыре части в пределах которых распределение заряда аппроксимировалось линейным законом.

Расчет показал, что ряд /2/ быстро сходится. Достаточно только три члена ряда для определения плотности заряда с точностью меньше 0,5%.

На рис. 2 показан график изменения напряженности магнитного поля в плоскости А-В рис. 1а, который в случае $H_0 = 50$ э совпадает с результатом измерений с точностью 1%. С увеличением внешнего поля точность ухудшается. Ошибка достигает 3% в полях $H_0 = 8500$ э.

Магнитная проницаемость материала была определена с помощью тела цилиндрической формы /для цилиндра известен точный расчет/.

На рис. 3 приведено относительное значение возмущения, созданного двумя, симметрично расположенными относительно медианной плоскости, прямоугольными шиммами /80x60мм/. Расстояние между шиммами 100 мм. На кривой I показано относительное изменение напряженности магнитного поля в медианной плоскости, рассчитанное с учетом только первого члена ряда /3/ /равномерно намагничено/; кривая II получена с учетом второго члена ряда.

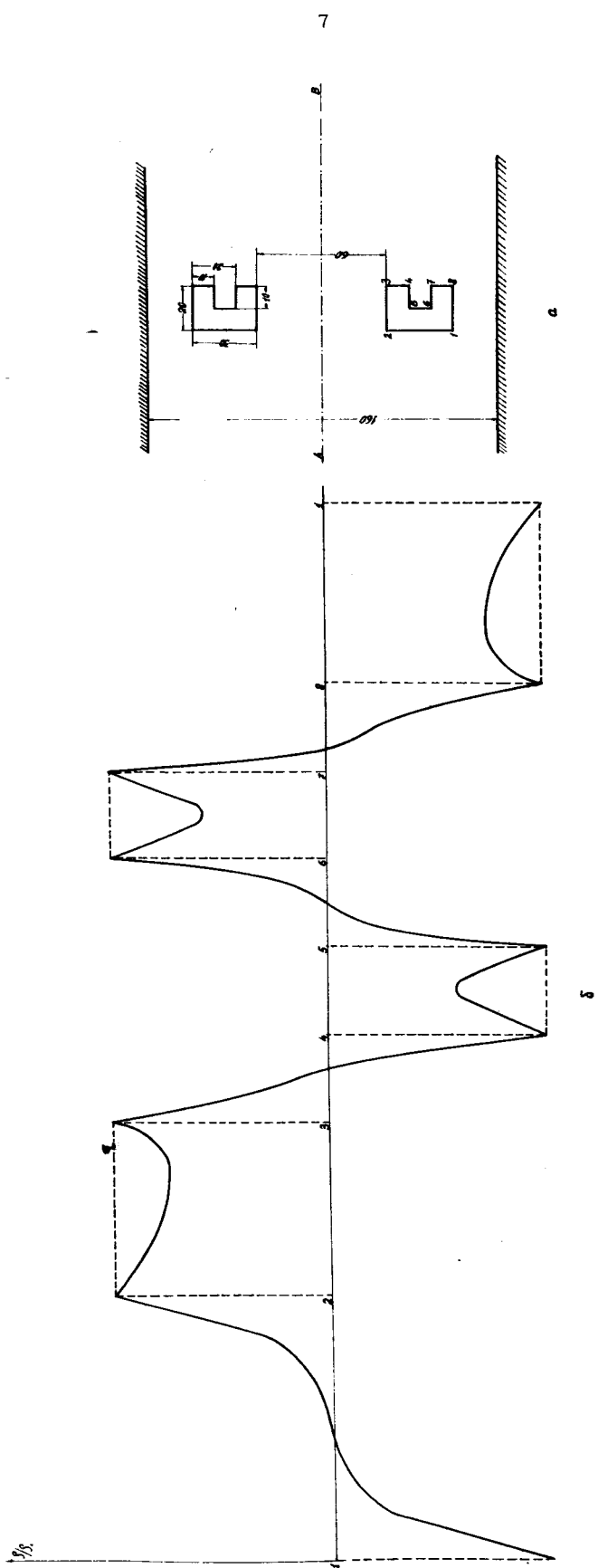
2. Указанный метод расчета позволяет определить абсолютное значение возмущения, созданное телами сложной конфигурации при внесении их в стационарные магнитные поля, зная только магнитную проницаемость материала.

Так как решение удовлетворяет как первому, так и второму граничным условиям, рассматриваемый метод является более точным, чем метод, описанный в работе /1/.

Автор благодарит за обсуждение вопросов и ценные замечания Говоруна Н.Н. и Денисова Ю.Н.

Л и т е р а т у р а

1. В.И. Данилов. Диссертация ОИЯИ.
2. Г.А. Гринберг. Вопросы математической теории электричества.
3. Н.М. Гюнтер. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики.



P_{uc}

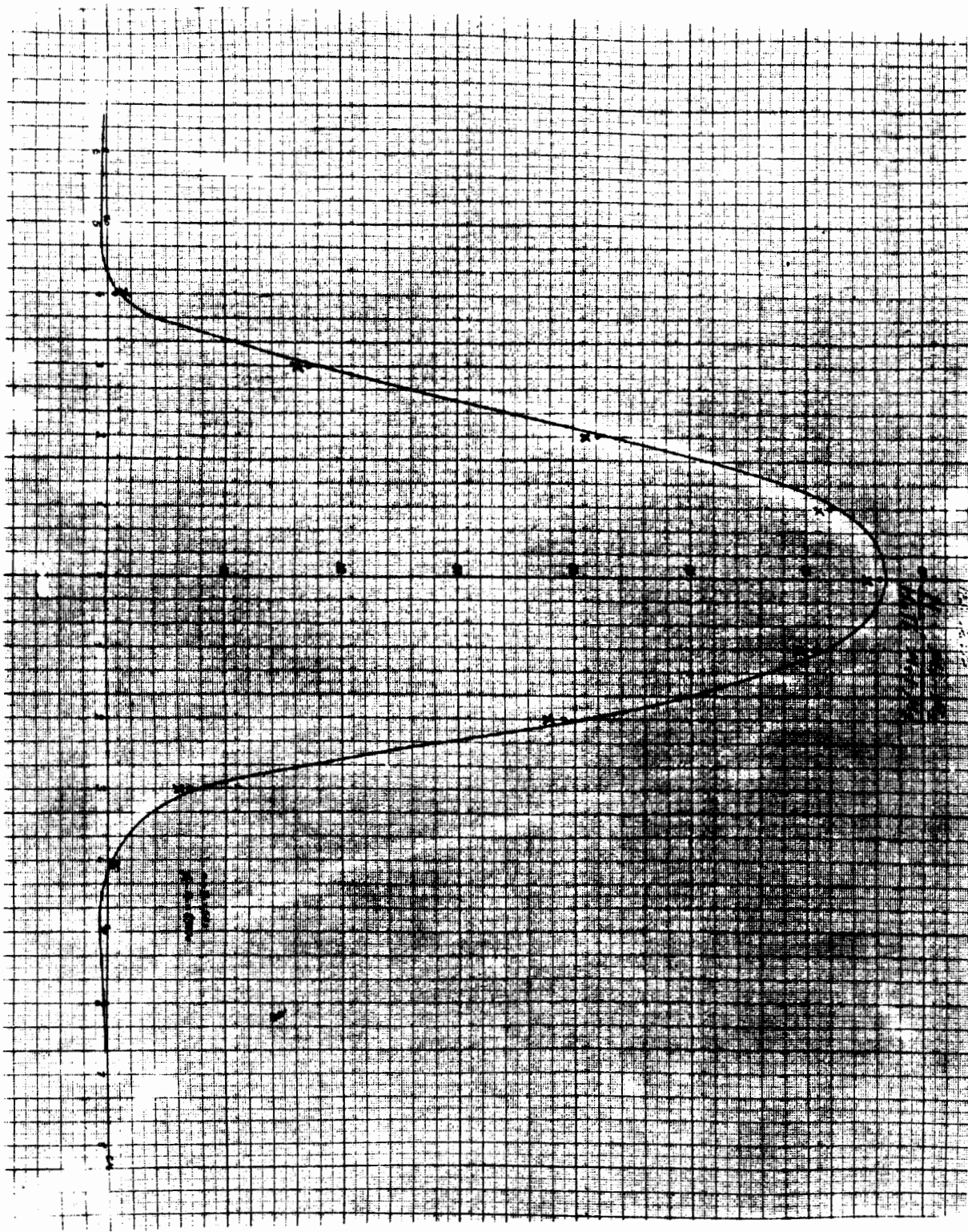


Рис. 2.

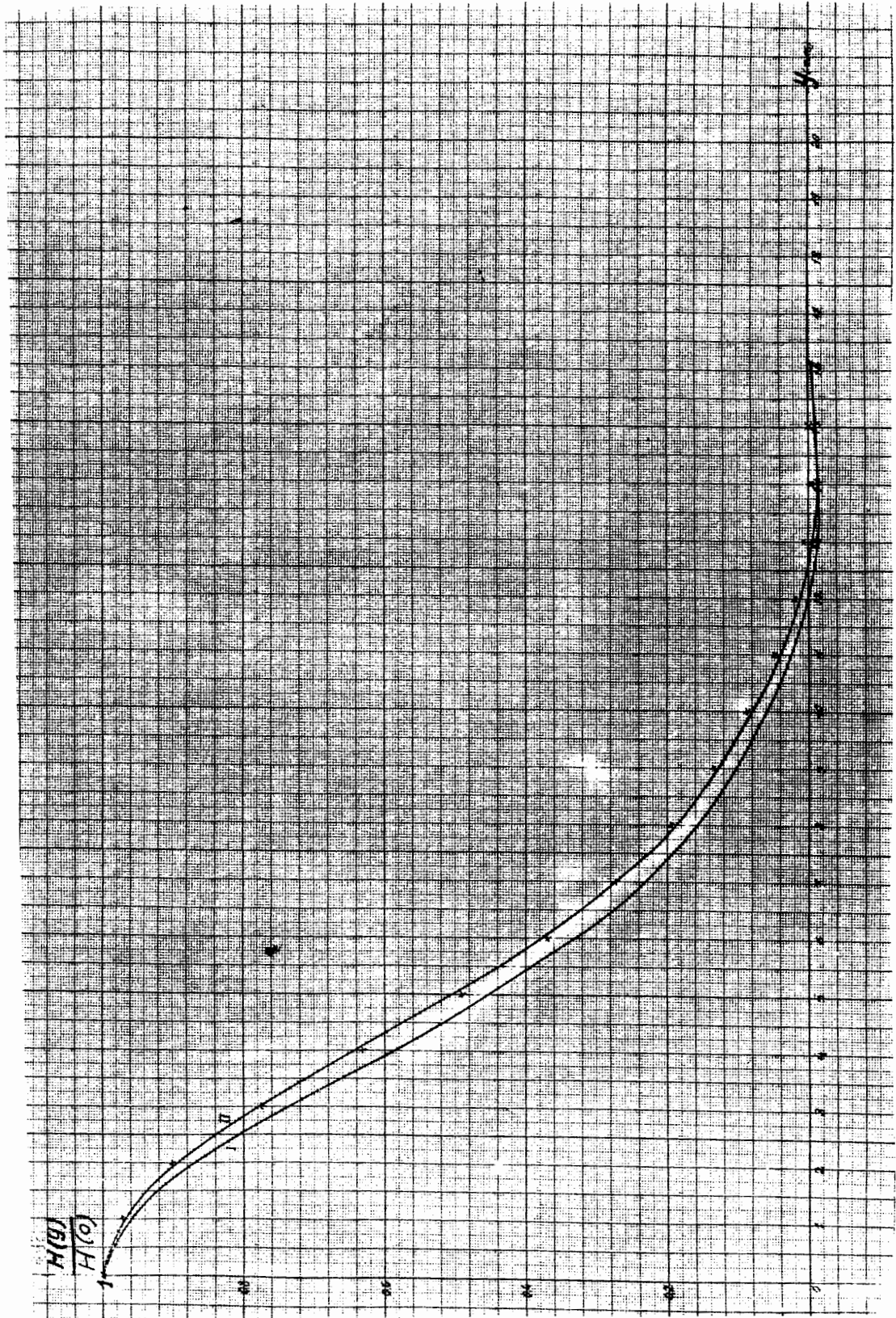


FIG. 6