ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ч. Музикарж

Р-582

ВРЕМЕННАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЯДЕРНОГО РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ γ-ЛУЧЕЙ

Дубна 1960 год

P-582

Ч. Музикарж[x/]

ВРЕМЕННАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЯДЕРНОГО РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ γ-ЛУЧЕЙ

x/ Постоянный адрес: Физико-математический факультет Карлова Университета, Прага, Чехословакия.

А н н о т а ц и я

При выполнении условий наблюдения эффекта Моссбауэра рассматривается резонансное рассеяние на ядрах периодически прерываемого γ-излучения этих же ядер.

§ 1. В связи с использованием эффекта Моссбауэра для измерения очень малых изменений частоты света [1], рассмотрим следующую экспериментальную установку[1/].

Некоторым образом возбужденные ядра источника B /рис.1/ излучают при γ-переходе в основное состояние линию, энергию которой обозначим E_1, ширину Γ и время жизни $\tau = \hbar/\Gamma$. Для наблюдения резонансного рассеяния используем рассеиватель /см.мишень C на рис. 1/ из таких же ядер. Таким образом ширина резонансной кривой этого рассеяния будет опять Γ, но относительно резонансной энергии E_2 предполагаем, что она несколько смещена, $|E_1 - E_2| << E_2$, например, вследствие допплеровского смещения при относительном движении источника и рассеивателя или вследствие красного смещения в гравитационном поле и т.д. Чтобы исключить прямое влияние первичного излучения, а также других видов рассеяния на счетчик D, используется относительно большое время жизни рассеянного уровня. Для этого между мишенями B и C располагается фильтр F. Его действие состоит в том, что отверстия в F', движущиеся со скоростью v, периодически перекрывают поток излучения из источника, а счетчик регистрирует рассеянные γ-лучи только в интервале полного экранирования источника.

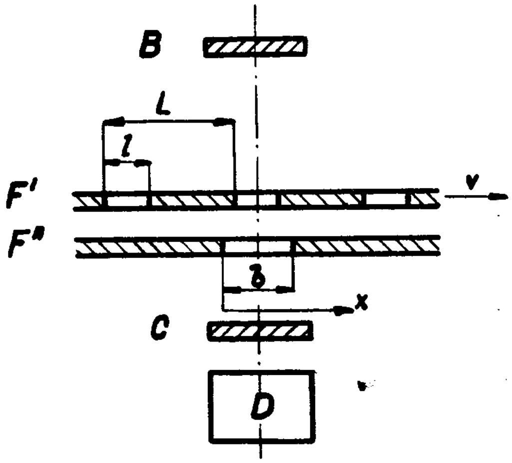

Рис. 1.

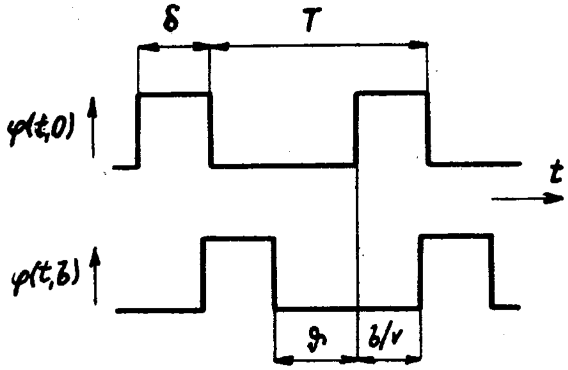

Рис. 2.

ϑ – время полного закрытия источника.

1/ Принцип этой установки предложен С.И.Аксеновым.

В дальнейшем исследуем влияние параметров этого фильтра на форму рассеянной линии.

§ 2. Сначала рассмотрим случай, когда источник открыт / F' неподвижно, $v = 0$ / и счетчик все время регистрирует. Если одно из ядер источника начинает излучать в момент времени η, то для $t > \eta$ напряженность излучаемого поля будет

$$A_0(t) = A_0\, e^{-\Gamma(t-\eta)/2\hbar}\, e^{-iE_1(t-\eta)/\hbar} \qquad /1/$$

Из теории резонансных реакций для спектральной амплитуды рассеянной волны вытекает формула

$$A(E) = K\, \frac{A_0(E)}{E-E_2+i\Gamma/2}\,, \qquad /2/$$

в которой K – некоторый фактор зависящий от вида перехода.

Среднее значение[2/] тока энергии из источника

$$S \sim \int_{-\infty}^{t} d\eta\, n\,|A_0(t)|^2 = |A_0|^2 n\hbar/\Gamma\,, \qquad /3/$$

где n – число ядер, начинающих излучать в течение 1 сек. Подобно тому, средняя энергия, рассеянная за 1 сек в телесный угол Ω

$$I_0 \sim N \int_{\Omega} d\Omega \int_{-\infty}^{t} d\eta\; n\,|A(t)|^2\,, \qquad /4/$$

где N – количество освещенных ядер мишении C.

После некоторых расчетов получим формулу

$$I_0 = S N \tilde{\sigma}(E_1)\,, \qquad /5/$$

в которой сечение

$$\tilde{\sigma}(E_1) = \frac{\sigma_0/2}{1+(\Delta/\Gamma)^2}\,. \qquad /6/$$

[2/] Так как период колебания волны $\hbar/E \ll \tau$, в течение одного периода затухание не проявляется. Таким образом усредненный по периоду квадрат амплитуды $\overline{(\mathrm{Re}A_0(t))^2} = (1/2)\,|A_0(t)|^2$ является медленной функцией времени.

В этой формуле $\Delta = E_1 - E_2$ и σ_0 — эффективное сечение рассеяния в резонансе:

$$\sigma_0 = (2/\Gamma)^2 \int d\Omega \, |K|^2 . \qquad /7/$$

Из /6/ видно, что наличие ненулевой ширины падающей линии увеличивает ширину резонансной кривой рассеяния в два раза и также в два раза понижает сечение при резонансе.

§ 3. В дальнейшем вернемся к обсуждению влияния фильтра. Из рис. 1 видно, что $\delta = \ell/v$ – время освещения некоторого ядра и $T = L/v$ – период модуляции этого освещения.

Поле, падающее на ядро в точке x, следует выразить в виде:

$$A_0(t,x) = A_0(t)\, \varphi(t,x) , \qquad /8/$$

где функция $\varphi(t,x)$ имеет очевидно следующие свойства:

$$\varphi(t+T, x) = \varphi(t,x) , \qquad \varphi(t,x) = \varphi(t - x/v, 0) ,$$

$$\varphi(t,0) = \begin{cases} 1 & \text{для} \quad 0 < t < \delta . \\ 0 & \text{для} \quad \delta < t < T \end{cases} \qquad /9/$$

Среднюю энергию, рассеянную в течение времени dt на ядрах в области dx, можно выразить в виде[3]

[3] Используя /2/, /8/ и /1/ для амплитуды рассеянной волны получим

$$A(t,x) = -\frac{K_i}{\hbar} \int^{t} dt' A_0(t',x)\, e^{-i(E_2 + i\Gamma/2)(t-t')/\hbar}$$

Среднее значение рассеянной энергии имеет опять вид правой части формулы /4/. Взяв сначала интеграл по η и используя /3/ – /7/, получим

$$I(t,x) = (\Gamma^2 + \Delta^2)\, I_0\, e^{-\Gamma t/\hbar} \int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' \varphi(t',x)\, \varphi(t'',x)\, e^{\Gamma t''/\hbar} \cos(\Delta/\hbar)(t'-t'') .$$

Вследствие свойств функции φ, этот интеграл имеет вид двойного ряда, суммирование которого дает формулы /10/, /11/.

$$I(t,x)\,dx\,dt = I_0\,\phi\, e^{-\Gamma(t-x/v)/\hbar}\,dx\,dt\,, \qquad /10/$$

где I_0 определно формулой /5/ и

$$\phi(\Delta;T,\delta) = \frac{1}{1-e^{-\Gamma T/\hbar}}\;\frac{1}{1-2\cos\Delta T/\hbar\, e^{-\Gamma T/\hbar}+e^{-2\Gamma T/\hbar}}\times$$

$$\times\Big\{\left(1-e^{-\Gamma T/\hbar}\cos\Delta T/\hbar\right)\Big[\left(1-\cos\Delta\delta/\hbar\right)\left(1+e^{\Gamma\delta/\hbar}\right)-\frac{\Gamma}{\Delta}\sin\Delta\delta/\hbar\left(1-e^{\Gamma\delta/\hbar}\right)\Big]+$$

$$+e^{-\Gamma T/\hbar}\sin\Delta T/\hbar\Big[\frac{\Gamma}{\Delta}\left(1-\cos\Delta\delta/\hbar\right)\left(1+e^{\Gamma\delta/\hbar}\right)+\sin\Delta\delta/\hbar\left(1-e^{\Gamma\delta/\hbar}\right)\Big]- \qquad /11/$$

$$-\left(1-2e^{-\Gamma T/\hbar}\cos\Delta T/\hbar+e^{-2\Gamma T/\hbar}\right)\Big[1-e^{\Gamma\delta/\hbar}\left(\cos\Delta\delta/\hbar-\frac{\Gamma}{\Delta}\sin\Delta\delta/\hbar\right)\Big]\Big\}\,.$$

Чтобы получить энергию, зарегистрированную в течение 1 сек счетчиком, нужно проинтегрировать /10/ по всем ядрам открытой мишени C /от 0 по b /, по промежутку чувствительности счетчика /от $\delta+b/v$ по T / и умножить на число вспышек $1/T$. Таким образом получим

$$I = P\,I_0\,, \qquad /12/$$

где введенный коэффициент прозрачности

$$P(\Delta;T,\delta,b/v) = \frac{e^{-\Gamma\delta/\hbar}}{T\delta(\Gamma/\hbar)^2}\left(1-e^{-\Gamma(T-\delta-b/v)/\hbar}\right)\left(1-e^{-\Gamma b/v\hbar}\right)\phi(\Delta;T,\delta) \qquad /13/$$

выражает ослабление полной возможной рассеянной энергии I_0 наличием фильтра.

§ 4. Коэффициент прозрачности зависит от сдвига энергии Δ и от параметров фильтра T, δ и b/v. Чтобы исследовать зависимость P от этих последних, предположим, что T и δ постоянны и изменяется только b/v. Из условия $\partial P/\partial(b/v) = 0$ вытекает для оптимальной ширины b значение

$$b = \frac{L-\ell}{2} . \qquad /14/$$

Коэффициент прозрачности /который теперь обозначим через P_0 / в этом случае принимает вид

$$P_0(\Delta; T, \delta) = \frac{e^{-\Gamma\delta/\hbar}}{T\delta(\Gamma/\hbar)^2}\left(1 - e^{-\Gamma(T-\delta)/2\hbar}\right)^2 \phi(\Delta; T, \delta) . \qquad /15/$$

Чтобы найти оптимальные значения параметров T и δ, положим для простоты $\Delta = 0$ и из /11/ и /15/ получим:

$$P_0(0; T, \delta) = \frac{\hbar}{\Gamma T}\left(\frac{1-e^{-\Gamma(T-\delta)/2\hbar}}{1-e^{-\Gamma T/\hbar}}\right)^2\left[\frac{\hbar}{\Gamma\delta}\left(1-e^{-\Gamma T/\hbar}\right)\left(1-e^{-\Gamma\delta/\hbar}\right)-\left(e^{-\Gamma\delta/\hbar}-e^{-\Gamma T/\hbar}\right)\right] \qquad /16/$$

Кривые зависимости P_0 от $\Gamma T/\hbar$ для разных значений отношений ширин δ/T изображены на рис. 3. Видно, что для каждого значения δ/T существует значение $\Gamma T/\hbar$, для которого P_0 достигает максимума. Среди этих значений, самым выгодным является $\Gamma T/\hbar \sim 3{,}7$ для $\delta/T \sim 0{,}3$. Прозрачность принимает при этом $\sim$ 4,3%.

§ 5. Наконец рассмотрим еще зависимость I от сдвига энергии Δ. В эту зависимость вступает Δ через P_0 и через $\tilde{\sigma}$ /см. /12/ и /5//. Сечение $\tilde{\sigma}$ зависит от Δ существенным образом только через фактор $\left(1+(\Delta/\Gamma)^2\right)^{-1}$. Таким образом можно написать

$$I \sim \frac{P_0}{1+(\Delta/\Gamma)^2} . \qquad /17/$$

Кривые зависимости правой части этой формулы от Δ для $\delta = T/3$ и для разных $\Gamma T/\hbar$ изображены на рис. 4. Наличие периодических функций от Δ в /11/ приводит к колебательному виду кривой зависимости коэффи-

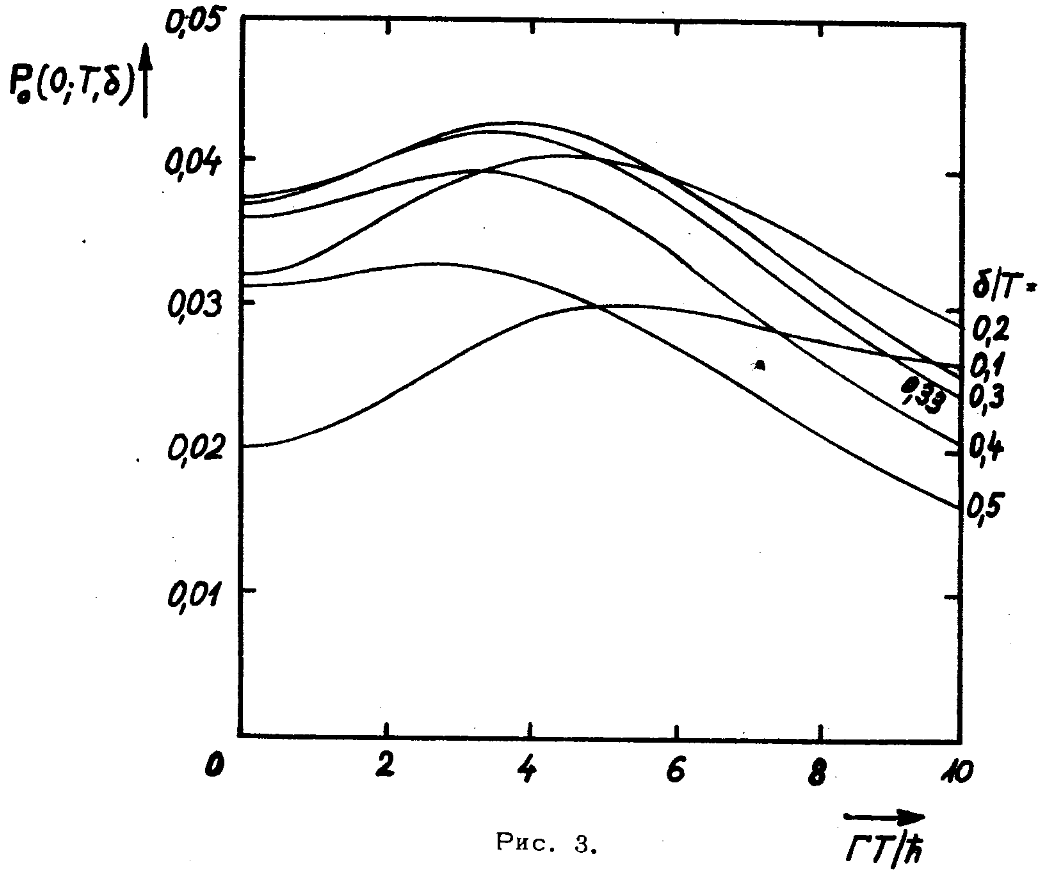

Рис. 3.

циента прозрачности P_0 от Δ. На кривой зависимости I от Δ может это проявляться объявлением боковых максимумов[4/].

В области очень малых значений $\Gamma T/\hbar$ вблизи главного максимума эти боковые пики не возникают, так как для $T \ll \hbar/\Gamma$ и $\Delta \ll \hbar/T$

$$P_0(\Delta;T,\delta) \cong \left(\frac{T-\delta}{2T}\right)^2 \frac{\delta}{T} , \qquad /18/$$

[4/] При спектральном разложении поля мы предполагали, что смещение энергии Δ не зависит от времени. В случае допплеровского смещения это условие будет выполнено тогда, когда в течение времени жизни $\hbar/\Gamma$ и в течение периода модуляции T, относительная скорость источника и рассеивателя не изменяется. В противоположном случае могут возникать боковые максимумы также за счет этой частотной модуляции /даже и при отсутствии фильтра / [2].

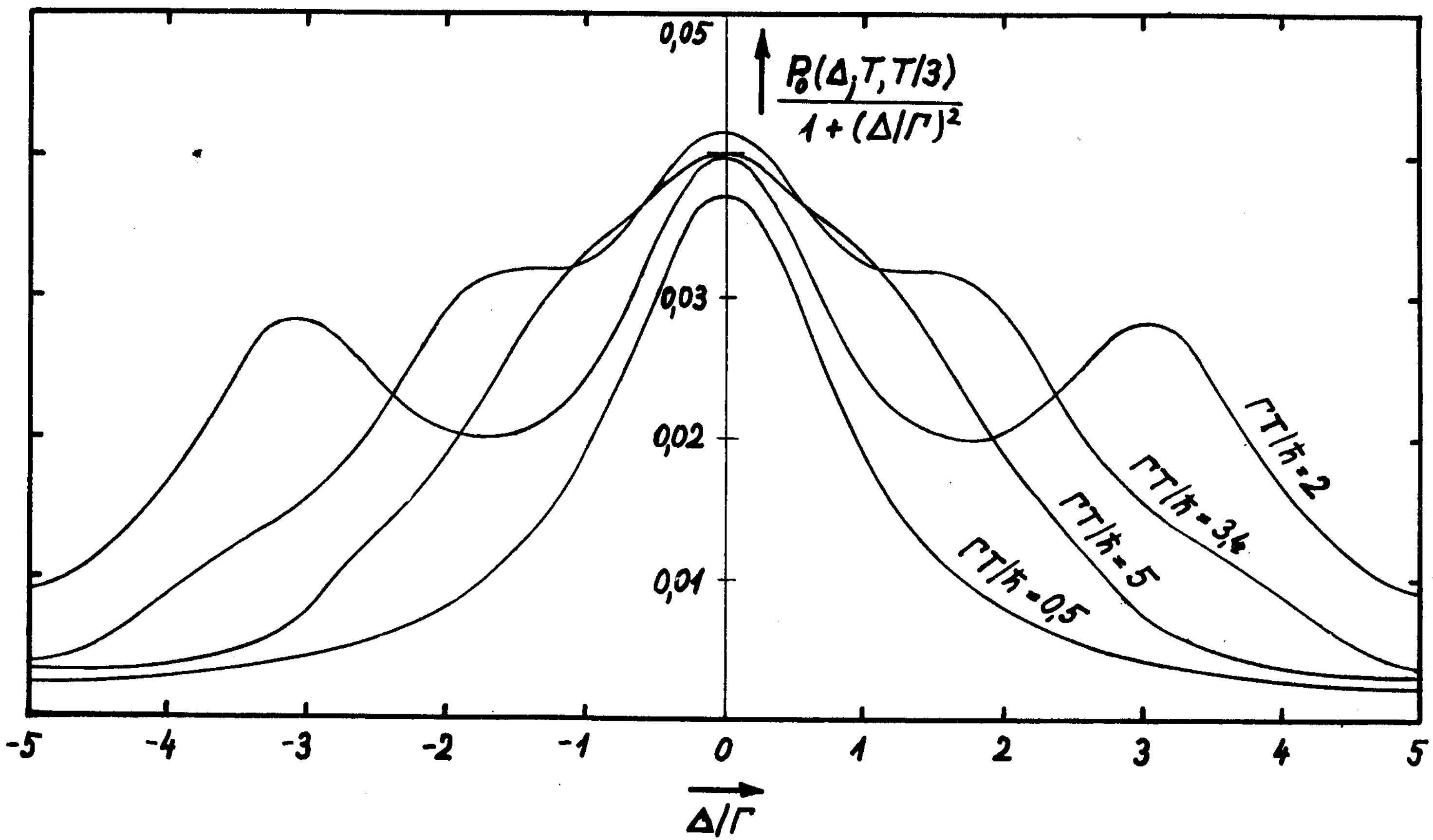
0,05
0,03
0,02
0,01
$\frac{P_0(\Delta, T, T/3)}{1+(\Delta/\Gamma)^2}$
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
Δ/Γ
$\Gamma T/\hbar = 2$
$\Gamma T/\hbar = 3,4$
$\Gamma T/\hbar = 5$
$\Gamma T/\hbar = 0,5$

Рис. 4.

независимо от Δ. Наличие фильтра проявляется только постоянным уменьшением резонансной кривой рассеяния без наличия фильтра. Для $\delta = T/3$ представляет это уменьшение на 3,7% /см.кривую $\Gamma T/\hbar = 0{,}5$/[5].

Для $T \gg \hbar/\Gamma$ принимает формула для P_0 более простой вид, а именно

$$P_0(\Delta, T, \delta) \cong \frac{\left(1 - e^{-\Gamma(T-\delta)/2\hbar}\right)^2}{T\delta(\Gamma/\hbar)^2}\left[1 - e^{-\Gamma\delta/\hbar}\left(\cos\Delta\delta/\hbar + \frac{\Gamma}{\Delta}\sin\Delta\delta/\hbar\right)\right]. \qquad /19/$$

Вследствие наличия малого фактора $e^{-\Gamma\delta/\hbar}$ влияние колебательного члена в этом выражении небольшое. В области быстрого падения функции $(1 + (\Delta/\Gamma)^2)^{-1}$ в /17/ преобладает этот фактор и I монотонно падает /см. кривую для $\Gamma T/\hbar = 5$ /.

В заключении выражаю благодарность Ф.Л. Шапиро, за полезные обсуждения в процессе выполнения работы.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 августа 1960 года.

Литература

1. Я.Барит, М.И.Подгорецкий, Ф.Л.Шапиро. ЖЭТФ, 38, 301, 1960.
2. М.И.Подгорецкий. Препринт ОИЯИ. Р-491, 1960.

5/ Если $\delta = T/3$, то $\ell = L/3$ и из /14/ вытекает также $b = L/3$.