ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.З.Бланк и П.С.Исаев

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ НУКЛОНОВ НА НУКЛОНАХ

ДАН СССР, 1957, т 117, стр. 785.

I 9 5 7 год

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.З.Бланк и П.С.Исаев

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ НУКЛОНОВ НА НУКЛОНАХ

1 9 5 7 год

Дисперсионные соотношения для нуклон-нуклонного рассеяния рассматривались несколькими авторами[I-3]. Полученные ими соотношения не могли быть подвергнуты сравнению с экспериментом, так как содержали ненаблюдаемые величины, а также неизвестные величины, связанные с рассеянием антинуклонов на нуклонах.

В настоящей работе исследуются приближенные дисперсионные соотношения. Рассматривается рассеяние нуклонов на нуклонах в отсутствие антинуклонов. Исходим из получаемого обычным путем[4] дисперсионного соотношения:

$$D(E)-\frac{1}{2}\left(1+\frac{E}{M}\right)D(M)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{E}{M}\right)D(-M)=$$

$$=\frac{E^2-M^2}{\pi}\,\mathcal{P}\!\int_0^\infty\frac{A(E')\,dE'}{(E'-E)(E'^2-M^2)}-\frac{E^2-M^2}{\pi}\,\mathcal{P}\!\int_0^\infty\frac{A(-E')\,dE'}{(E'+E)(E'^2-M^2)}\,. \qquad (\mathrm{I})$$

Здесь D и A - действительная и мнимая части амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния, соответственно, E - энергия рассеивающегося нуклона в системе координат, где сумма импульсов рассеивателя до и после соударения равна нулю ($\vec{p}+\vec{p}'=0$). Амплитуды рассеяния нуклона на нуклоне $D(-M)$ и $A(-E')$ линейно выражаются через амплитуды рассеяния антинуклона на нуклоне с положительной энергией. Тем самым дисперсионное соотношение (I) связывает амплитуды нуклон-нуклонного и антинуклон-нуклонного рассеяний.

В рассматриваемом приближении (I) имеет вид:

$$D(E) - \frac{1}{2}\left(1+\frac{E}{M}\right)D(M) =$$

$$= \frac{E^2-M^2}{\pi} \mathcal{P} \int\limits_{\frac{M^2-\vec{p}^2}{\sqrt{M^2+\vec{p}^2}}}^{\infty} \frac{A(E')\,dE'}{(E'-E)(E'^2-M^2)} + C\,\frac{(E^2-M^2)\delta_{0T}\,\delta_{1S}}{E-\frac{M^2-\vec{p}^2-2M\varepsilon}{\sqrt{M^2+\vec{p}^2}}} \qquad (2)$$

где последнее слагаемое есть вклад дейтонного промежуточного состояния, δ_{0T} и δ_{1S} - символы Кронекера, отличные от нуля при значениях полного изотопического спина $T = 0$ и полного обычного спина $S = 1$, C - не зависящая от энергии константа, которая должна определяться из сравнения с экспериментом, ε - энергия связи дейтона. Такое приближение является удовлетворительным в той области энергии, где величина интеграла определяется, в основном, поведением подинтегральной функции при $E' \sim E$. Для этого стоящая под интегралом функция $A(E')$ в этой области энергий должна обладать большой производной, ибо интегрирование производится в смысле главного значения. Стоящая под интегралом в (2) амплитуда рассеяния $A(E')$ не является наблюдаемой величиной в области

$$\sqrt{M^2+\vec{p}^2} > E' \geqslant \frac{M^2-\vec{p}^2}{\sqrt{M^2+\vec{p}^2}} \qquad (3)$$

Для рассеяния вперед $\vec{p}^2 = 0$ и ненаблюдаемая область исчезает.

При рассеянии нуклонов на нуклонах необходимо учитывать тождественность частиц и рассматривать не амплитуду рассеяния $f(\theta)$ на некоторый угол θ, а линейную комбинацию вида

$$f(\theta) \pm f(\pi-\theta) \qquad (4)$$

где θ - угол рассеяния в системе центра масс. Для этой амплитуды ненаблюдаемой область (3) остается при любых θ. С целью проведения симметризации запишем (2) в системе центра масс:

$$D(W,\vec{P}^2)-\frac{1}{2}\left(1+\frac{W^2-2M^2-2\vec{P}^2}{2M\sqrt{M^2+\vec{P}^2}}\right)D(2M,\vec{P}^2)=$$

$$=\frac{W^4+4(\vec{P}^2-W^2)(M^2+\vec{P}^2)}{\pi}\mathcal{P}\int_{2M}^{\infty}\frac{2W'A(W',\vec{P}^2)\,dW'}{(W'^2-W^2)[W'^4+4(\vec{P}^2-W'^2)(\vec{P}^2+M^2)]}+$$

$$+C'\frac{W^4-4(W^2-\vec{P}^2)(M^2+\vec{P}^2)}{W^2-4M(M-\varepsilon)} \qquad (5)$$

где W - полная энергия системы двух нуклонов,

$$C'=\frac{C}{2\sqrt{M^2+\vec{P}^2}} \quad \text{и} \quad \vec{P}^2=\frac{W^2-4M^2}{8}(1-\cos\theta)$$

Ненаблюдаемая область в соотношении (5) лежит в пределах $2M\leq W'<2\sqrt{M^2+\vec{P}^2}$. В этой области $\cos\theta'<-1$.

Переход $\theta\longrightarrow\pi-\theta$ эквивалентен в (5) замене $\vec{P}^2\to\vec{P}'^2=\frac{W^2-4M^2}{4}-\vec{P}^2$

Для выполнения симметризации существенно, что

$$\frac{W^4+4(\vec{P}^2-W^2)(\vec{P}^2+M^2)}{W'^4+4(\vec{P}^2-W'^2)(\vec{P}^2+M^2)}-\frac{W^4+4(\vec{P}'^2-W^2)(\vec{P}'^2+M^2)}{W'^4+4(\vec{P}'^2-W'^2)(\vec{P}'^2+M^2)}\sim W'^2-W^2 \qquad (6)$$

Кроме того, входящие в (5) под интеграл $\cos\theta'$ и $\cos(\pi-\theta)'$ равны:

$$\cos\theta'=1-\frac{8\vec{P}^2}{W'^2-4M^2}$$

$$\text{и} \quad \cos(\pi-\theta)'=-1+\frac{8\vec{P}^2}{W'^2-4M^2}+2\frac{W'^2-W^2}{W'^2-4M^2} \qquad (7)$$

Поэтому, если в соответствии со сделанным ранее предположением, функция $A(W')$ в области $W' \sim W$ достаточно быстро меняется, то интегралом, содержащим разность (6), можно пренебречь по сравнению с интегралом, содержащим аналогичную сумму, а в выражении (7) для $\cos(\pi-\theta)'$ пренебречь последним слагаемым. Тогда

$$\cos(\pi-\theta)' \approx \cos(\pi-\theta') = -\cos\theta'$$

и проведение операции (4) оказывается возможным. В этом приближении для рассеяния вперед ($\vec{p}^2 = 0$) ненаблюдаемая область полностью исчезает, и мы получаем:

$$D(k) \approx \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \frac{k^2}{M^2} + \frac{\sqrt{k^2+M^2}}{2M}\right) D(0) =$$

$$= \frac{k^2(k^2+M^2)}{2\pi^2} \mathcal{P}\int_0^\infty \frac{\sigma(k')\,dk'}{(k'^2-k^2)(k'^2+M^2)} +$$

$$+ C' \frac{3k^2(k^2+M^2)}{k^2+M\varepsilon} \tag{8}$$

где $k^2 = \frac{W^2-4M^2}{4}$. При этом мы воспользовались оптической теоремой $A(k) = \frac{k}{4\pi}\sigma(k)$ для рассеяния вперед. Представляет интерес экспериментальная проверка написанного дисперсионного соотношения (8). Существующие экспериментальные данные по полному сечению $\sigma(k)$ и угловому распределению позволяют вычислить интеграл от полного сечения и сравнить полученное таким способом $D(k)$ с экспериментально измеренным. Эта проверка дает ответ на вопрос о границах применимости дисперсионного соотношения (8). В области очень малых энергий (до 6 Мэв), где рассеяние хорошо описывается S -волной, можно воспользоваться разложением

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r k^2 \tag{9}$$

и провести проверку дисперсионного соотношения (8). В этом случае оно принимает вид:

$$\frac{1}{k} \sin 2\delta_{0,1}(k) + \left(\frac{3}{2} + \frac{k^2}{M^2} + \frac{\sqrt{k^2+M^2}}{2M}\right) a_{0,1} =$$
$$= \frac{4k^2(k^2+M^2)}{\pi} \oint\limits_0^\infty \frac{\sin^2 \delta_{0,1}(k')\,dk'}{k'^2(k'^2-k^2)(k'^2+M^2)} + C' \frac{3k^2(k^2+M^2)}{k^2+M\varepsilon}, \tag{10}$$

где $a_{0,1} = \lim\limits_{k\to 0} \left[\frac{1}{k} \sin 2\delta_{0,1}(k)\right]$, δ_0 и δ_1

фазовые сдвиги синглетного и триплетного S -рассеяния, соответственно. Подставляя разложение (9) в (10), дифференцируя по K^2 и полагая $K^2 = 0$, получаем соотношение, содержащее r и a. Эти величины хорошо известны и равны [5]:

$$r_0 = 3 \cdot 10^{-13}\,\text{см} \qquad r_1 = 1{,}704 \cdot 10^{-13}\,\text{см}$$

$$a_0 = -23{,}69 \cdot 10^{-13}\,\text{см}. \qquad a_1 = 5{,}38 \cdot 10^{-13}\,\text{см}.$$

Для синглетного рассеяния дейтонный член отсутствует и левая часть (10) совпадает с правой с точностью до 0,01%. Задачу определения r_0 через a_0 при этом решить не удается. Это связано с тем, что r_0 - очень чувствительно к изменению полного сечения $\sigma(k)$. Подстановка разложения (9) вместо полного сечения является лишь грубой проверкой дисперсионных соотношений.

Для триплетного рассеяния, если не учитывать дейтонный член, левая часть (10) совпадает с правой с точностью до 3%.

Авторы выражают глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову за ряд ценных советов и Л.И.Лапидусу, А.А.Логунову и Д.В.Ширкову за плодотворную дискуссию.

Литература

1. В.Я.Файнберг и Е.С.Фрадкин, ДАН, 109, 507 (1956).
2. Б.Л.Иоффе, ЖЭТФ, 31, 583 (1956).
3. Ф.Н.Куни, ДАН, 111, 571 (1956).
4. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К. Поливанов "Вопросы дисперсионных соотношений" (в печати);
   Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков "Введение в теорию квантованных полей" (в печати).
5. E.E. Lampi, G.D. Freier, J.H. Williams, Phys. Rev. 80, 853 (1950)