ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В.С. Барашенков

Р - 567

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ НА МАЛЫЕ УГЛЫ x/

Fortschr. Phys., 1961, Bd. 9, h. 1. s 42-49.

Дубна 1960 год

Р - 567

В.С. Барашенков

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ НА МАЛЫЕ УГЛЫ [x]

---

[x] Обзорный доклад на Всесоюзной межвузовской конференции по теории поля и элементарных частиц, Ужгород, 1960 г.

В теоретических работах уже давно обращалось внимание, что упругое рассеяние быстрых мезонов и нуклонов является эффективным средством исследования внутреннего строения элементарных частиц и атомных ядер /см., например, работы [1 - 4], где приведена подробная библиография/. В частности, измерения на малых углах позволяют получить сведения о периферических взаимодействиях частиц.

Далее будут рассмотрены некоторые вопросы, связанные с интерпретацией опытов по упругому рассению быстрых частиц.

1. Действительная часть амплитуды упругого рассеяния при больших энергиях

Полученные недавно в Дубне экспериментальные данные по упругому pp-рассеянию при энергии 8,5 Бэв показали, что широко использовавшаяся до сих пор модель чисто поглощающего нуклона является слишком грубой, и по-видимому, не может объяснить всех экспериментальных результатов. Величина сечения упругого рассеяния под нулевым углом $\theta = 0$ по данным работ [5] намного превосходит значение, полученное по оптической теоереме /в предположении, что полное сечение pp-взаимодействия при 8,5 Бэв $\sigma \simeq 30 \cdot 10^{-27}$ см^2 [5]/. Формально экспериментальные данные можно объяснить, допустив, что действительная часть амплитуды упругого рассеяния $\mathcal{D}(E)$ при $\theta = 0$ отлична от нуля и по модулю равна приблизительно $3 \cdot 10^{-13}$ см /в системе центра масс/. То, что $\mathcal{D}(E)$ достигает столь больших значений при $E \gg 1$ Бэв, является неожиданным и удивительным результатом.

В этой связи представляет большой интерес теоретически исследовать поведение $\mathcal{D}(E)$ при больших энергиях.

В работах [6] было показано, что при $E \to \infty$ $\mathcal{D}(E)$ возрастает во всяком случае медленнее, чем $E \ln E$. Однако, можно получить более определенные заключения о поведении $\mathcal{D}(E)$ при больших энергиях.

Для этого сечение упругого рассеяния σ_{el} представим в виде:

$$\sigma_{el} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \left| 1 - \beta_\ell e^{2i\delta_\ell} \right|^2 =$$

$$= \pi \lambda\!\!\!^{-2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)(1-\beta_\ell)^2 + 4\pi \lambda\!\!\!^{-2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \beta_\ell \sin^2 \delta_\ell \equiv \sum\nolimits_1 + \sum\nolimits_2 .$$

Здесь первый член целиком обусловлен неупругими процессами $(\beta_e \neq 1)$ и представляет собой сечение чисто дифракционного рассеяния. Второй член связан с недифракционным рассеянием.

При $\ell \gg 1$

$$\Sigma_2 \simeq 8\pi\lambda\!\!\!^{-2}\int_0^\infty \beta_e \ell\, \delta_e^2\, d\ell = const\cdot \beta(E)\cdot \delta^2(E)$$

где $\rho = \lambda\!\!\!^{-}\ell = \ell/E$ – параметр удара, а $\beta(E)$ и $\delta(E)$ – средние значения функций β_e и δ_e в области действия ядерных сил.

Так как при больших энергиях все рассеяние становится чисто дифракционным, то $\beta(E) \to 1$ и $\delta(E) \to 0$. Отсюда следует, что

$$\mathcal{D}(E) = 2\lambda\!\!\!^{-}\sum_{e=0}^{\infty}(2\ell+1)\beta_e\cdot \sin 2\delta_e \simeq const\cdot E\cdot \delta(E) \qquad /1/$$

растет во всяком случае медленнее, чем E.

Этот результат означает, что в дисперсионном соотношении для $\mathcal{D}(E)$ должны обратиться в нуль все члены, степень роста которых больше или равна E. Отсюда в частном случае упругого рассеяния π -мезонов на нуклонах следует, что

$$\mathcal{D}^0_- - \mathcal{D}^0_+ - \frac{4f^2}{\mu} + \frac{\mu}{2\pi^2}\int_\mu^\infty \frac{dE}{K}\left[\sigma_+(E) - \sigma_-(E)\right] = 0, \qquad /2/$$

где $\mathcal{D}^0_\pm \equiv \mathcal{D}_\pm(\mu)$; μ – масса π-мезона, $K = \sqrt{E^2-\mu^2}$; $\sigma_\pm$ – полные сечения взаимодействия $\pi^\pm$-мезонов с протонами [7].

Используя экспериментальные значения сечений $\sigma_\pm$, из соотношения /2/ с помощью статистического анализа можно определить значение постоянной мезон-нуклонной связи f^2. Расчеты показали, что

$$f^2 = 0{,}08 \pm 0{,}005 \quad {}^{1/}.$$

В случае упругого рассеяния нуклонов соотношение, аналогичное /2/, имеет вид:

1/ В работе [9] из анализа соотношения /1/ получено значение f^2 = 0,082±0,008, что хорошо согласуется с нашим результатом. Я благодарен автору работы /9 за ознакомление с его результатами.

$$\mathcal{D}_+^0 - \mathcal{D}_-^0 - 2f^2\frac{M}{\mu} + \frac{1}{2\pi^2}\frac{M}{\mu} i \int_0^M \frac{dE}{K}\left[\sigma_-(E) - \sigma_+(E)\right] + \frac{1}{2\pi^2}\frac{M}{\mu}\int_M^\infty \frac{dE}{K}\left[\sigma_-(E) - \sigma_+(E)\right] = 0, \qquad /3/$$

где $\mathcal{D}_\pm^0 \equiv \mathcal{D}_\pm(M)$, M - масса нуклона; $K=\sqrt{E^2-M^2}$; $\sigma_\pm$ - полные сечения pp- и $\bar{p}p$ - взаимодействий.

Это соотношение можно использовать для оценки величины сечений $\sigma_\pm(E)$ в нефизической области.

Учет равенств /2/ и /3/ чрезвычайно важен при вычислении значений $\mathcal{D}_\pm(E)$. Если не вычесть этих равенств из соответствующих дисперсионных соотношений для упругого πN- и NN- рассеяния, то даже небольшая неточность в экспериментальных данных, вследствие которой левая часть равенств /2/ и /3/ будет отличаться от нуля на очень малую величину α, даст в значение $\mathcal{D}_\pm(E)$ вклад $\Delta\mathcal{D}_\pm \sim \alpha E$. При больших энергиях этот вклад может быть намного больше истинных значений $\mathcal{D}_\pm(E)$.

2. Упругое рассеяние π -мезонов на нуклонах

На рис. 1 приведены вычисленные из дисперсионных соотношений значения $\mathcal{D}_\pm$ [2/]. Как видно, при больших энергиях действительная часть амплитуды упругого рассеяния не зависит от изотопического спина и равна в лабораторной системе координат постоянному значению

$$\mathcal{D}_\pm \simeq -0{,}35 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Из разложения дисперсионного соотношения по степеням E следует аналитическое выражение для этого предельного значения:

$$\mathcal{D}_\pm = \frac{1}{2}\left(\mathcal{D}_-^0 + \mathcal{D}_+^0\right) + \frac{f^2}{M} - \frac{1}{4\pi^2}\int_\mu^a \frac{E\,dE}{K}\left[\sigma_+(E) + \sigma_-(E)\right] + \frac{a\sigma}{2\pi^2}, \qquad /4/$$

[2/] Численные расчеты выполнены в вычислительном центре Академии наук СССР на электронной счетной машине "Стрела" по программе, составленной И.Кухтиной.

где постоянная a определяется условием $\sigma_+ = \sigma_- = \sigma$ при $E \geqslant a$ /подробнее см. [7] /.№.

В системе центра масс $\mathcal{D}_\pm(E) \equiv \mathcal{D}^c_\pm(E)$ равно:

$$\mathcal{D}^c_\pm(E) = \frac{\lambda_0}{\lambda_c \cdot \lambda_N} \cdot \frac{\mu}{E} \cdot \mathcal{D}_\pm(E) \simeq - \frac{0{,}23}{\sqrt{E}} \cdot 10^{-13}\ \text{см}.$$

/здесь $\lambda_N = \frac{\mu}{M}\lambda_0 = 2{,}1 \cdot 10^{-14}\ \text{см}$ /.

Как видно, $\mathcal{D}^c_\pm(E)$ убывает с ростом энергии. Вычисленные значения $\mathcal{D}_\pm$ приведены на рис. 2. На рис. 3 приведены соответствующие значения дифференциального сечения $d\sigma_{el}/d\Omega$ под углом $\theta = 0$.

Как видно, при $E \gg 1$ Бэв $\mathcal{D}^2_\pm(E) \ll d\sigma^\pm_{el}/d\Omega$ и $d\sigma^\pm_{el}/d\Omega \simeq (E\sigma_\pm/4\pi)^2$ в отличие от результатов для pp-рассеяния, полученных в работе [5].

При вычислениях для $E \geqslant 1$ Бэв были использованы значения сечений из обзора [10].

3. Упругое рассеяние нуклонов и антинуклонов на нуклонах

Как и в случае πN - взаимодействия, значения $\mathcal{D}_\pm$ при больших энергиях становятся постоянными:

$$\mathcal{D}_\pm = \frac{1}{2}(\mathcal{D}^0_+ + \mathcal{D}^0_-) - \frac{2M^2-\mu^2}{2M\mu} - \frac{1}{2\pi^2}\frac{1}{\mu} i \int_0^M dE \frac{E}{k}\left[\sigma_+(E) + \sigma_-(E)\right] - $$
$$- \frac{1}{2\pi^2}\frac{1}{\mu}\int_M^a dE \frac{E}{k}\left[\sigma_+(E) + \sigma_-(E)\right] + \frac{\sigma \cdot a}{2\pi^2}\frac{1}{\mu},$$

где постоянная a определяется условием $\sigma_+ = \sigma_- = \sigma$ при $E \geqslant a$. Однако, в этом случае численные расчеты затруднены двумя обстоятельствами:

а/ В дисперсионное соотношение входят неизвестные значения сечений $\sigma_\pm(E)$ в нефизической области $E \in [0; M]$ /M - масса нуклона/.

б/ Экспериментальные значения полного сечения $\bar{N}N$ - взаимодействия $\sigma_-(E)$ известно лишь до энергий E = 3 Бэв /E- полная энергия/.

Однако в области больших энергий $E \gg M$ и в этом случае можно получить ориентировочные заключения о величине $\mathcal{D}_\pm(E)$. Неизвестные из опыта значения σ_- при $E > 3$ Бэв можно получить экстраполяцией значений σ_-, известных при меньших энергиях, учитывая при этом, что при больших энергиях должно выполняться равенство $\sigma_- = \sigma_+$. Как показали расчеты, ошибки, возможные при такой экстраполяции, не сильно изменяют величину амплитуды pp -рассеяния.

Учитывая соотношение /3/, нетрудно убедиться, что при $E > M$ с точностью до членов $O[\alpha(M/E)]$, где $\alpha < 1$, вклад нефизической области сводится к константе:

$$k^2 \int_0^M \longrightarrow const + O[\alpha(M/E)]. \qquad /5/$$

Знак и величину этой константы можно определить из двух опытов при некоторых фиксированных энергиях $E_1 \gg M$ и $E_2 \gg M$. /Например, из опытов при энергиях 8,7 Бэв и 6,15 Бэв. Такие опыты выполняются сейчас в Дубне и в Софии/.

На рис. 4 приведены результаты численных расчетов действительной части амплитуды упругого pp -рассеяния.

$$\mathcal{D}_+(E) = C + \frac{1}{80\cdot\pi^2\mu^2} P \int_M^\infty \frac{dE'}{\sqrt{E'^2-M^2}} \left[\frac{\sigma_+(E')}{E'-E}(EE'-M^2) - \frac{\sigma_-(E')}{E'+E}(EE'+M^2) \right] ; \qquad (6)$$

Здесь M, μ, E даны в единицах Бэв, $\sigma_\pm$ - в единицах 10^{-27} см, $\mathcal{D}_+$ - в единицах 10^{-13}см. При вычислениях для $E \geq 1$ Бэв были использованы значения сечений $\sigma_\pm$ из обзора [10].

Для кинетической энергии протона $T = 8{,}5$ Бэв $d\sigma_{el}(0)/d\Omega \sim 130\cdot 10^{-27}$ см^2 /в системе центра масс/ [5, 6]. Из рис. 4 для $T = 8{,}5$ Бэв получим $(\mathcal{D}_+ - C) = 0{,}1 \cdot 10^{-13}$см. Тогда

$$C = 0{,}1\cdot 10^{-13} \pm \frac{\lambda\!\!\!^-_c}{\lambda\!\!\!^-_e} \sqrt{\frac{d\sigma_{el}(0)}{d\Omega} - \left(\frac{\sigma_+}{4\pi \lambda\!\!\!^-_c}\right)^2} = (0{,}1 \pm 12{,}6)\cdot 10^{-13}_{см} \sim \pm 13\cdot 10^{-13}_{см}$$

Здесь $\sigma_+ \simeq 30\cdot 10^{-27}$см^2 [5], [11], $\lambda\!\!\!^-_c = 0{,}99\cdot 10^{-14}$см, $\lambda\!\!\!^-_e = 0{,}211\cdot 10^{-14}$ - длины волн в системе центра масс и в лабораторной системе.

Чтобы различить между двумя значениями C (если, конечно, верить экспериментальным значениям $d\sigma_{el}/d\Omega$ и σ_+) требуется еще одно экспериментальное значение $d\sigma_{el}(0)/d\Omega$ или анализ интерференции ядерного и кулоновского рассеяния при малых углах.

С точки зрения дисперсионного соотношения /6/ несогласие между значениями постоянной С, определенными при энергиях Т=8,5 Бэв и Т≠8,5 Бэв, означало бы, что использованные для расчета С экспериментальные значения $d\sigma_{el}(0)/d\Omega$ или σ_+ неточны.

4. Феноменологический анализ упругого рассеяния быстрых частиц

Амплитуда упругого рассеяния представляется в этом случае в виде разложения по полиномам Лежандра.

$$A = \frac{\lambda i}{2} \sum_{\ell=0}^{N} (2\ell+1)(1 - e^{2i\eta_\ell}) P_\ell(\cos\theta)$$

с комплексными фазами η_ℓ, которые определяются из сравнения с опытом. Необходимое для этого число членов разложения N определяется размером R пространственной области, которую мы хотим исследовать. При больших энергиях, когда длина волны рассеивающейся частицы $\lambda << R$, $N \simeq R/\lambda$.

Комплексный коэффициент преломления $\mathcal{K}(r) = n(r) + i\kappa(r)$ связан с фазой η_ℓ интегральным уравнением

$$\eta(\rho) = \int_0^\infty \mathcal{K}(\sqrt{\rho^2+s^2})\, ds, \qquad /7/$$

где $\rho = \lambda\sqrt{\ell(\ell+1/2)} \simeq \lambda\ell$. /Подробнее см. [4] /.

Это уравнение оказывается особенно полезным при изучении взаимодействия быстрых частиц с ядрами, так как в этом случае аналитический вид функции $\mathcal{K}(r)$ известен из опытов с рассеянием быстрых электронов на ядрах. На рис. 5 приведены значения сечений взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами, вычисленные с использованием соотношения /7/. Эти значения хорошо согласуются с экспериментальными данными, известными для E = 1,4; 2,8; 4,5 Бэв.

В случае взаимодействия элементарных частиц обычно приходится решать обратную задачу: по известным из опыта значениям η_ℓ определять значения $\mathcal{K}(r)$. В работе [1] для решения этой задачи применялся численный метод. Однако, можно получить и аналитическое решение, так как заменой переменных $\rho^2 = t$ и $s^2 = u - t$ уравнение /7/ сводится к интегральному уравнению типа Абеля, решение которого имеет вид:[3/]

[3/] Формула /8/ независимо была получена также сотрудниками Физического института в Будапеште Домокошем и Себастьяном [8]. Я благодарен Г.Домокошу, ознакомившего меня с неопубликованными результатами его исследований.

$$\mathcal{K}(\rho) = -\frac{2}{\pi}\frac{d}{d\rho^2}\int_{\rho^2}^{\infty} \zeta(z)\frac{z\,dz}{\sqrt{z^2-\rho^2}} \qquad /8/$$

Результаты численных расчетов коэффициента $\mathcal{K}(\rho)$ приведены в работах [1 - 5, 8].

Рукопись поступила в издательский отдел

13 июля 1960 года.

Литература

1. D.I.Blokhintsev, V.S.Barashenkov, V.G.Grishin, Nuovo Cimento, 9, 249 (1958).
2. D.Ito, S.Minami, H.Tanaka, Nuovo Cimento, 9, 208 (1958).
3. G.Domokos, "High energy pion-nucleon scattering and nucleon structure" /будет опубликовано/

   "On the real part of the high energy nucleon-nucleon scattering amplitude" /будет опубликовано/
4. Д.И.Блохинцев, В.С.Барашенков, Б.М.Барбашов. УФН, 68, 417 /1959/.
5. В.Б.Любимов, П.К.Марков, Э.Н.Цыганов, Чжен Пу-ин, М.Г.Шафранова. ЖЭТФ /в печати/.

   П.К.Марков, Э.Н.Цыганов, М.Г.Шафранова, Б.А.Шахбазян. Препринт ОИЯИ, Д-462.
6. С.З.Беленький, ЖЭТФ, 33, 1248 /1957/.
   И.Я.Померанчук. ЖЭТФ, 34, 725 /1958/.
7. В.С.Барашенков, Сянь Дин-чан. ДАН /в печати/.
8. G.Domokos, A.Sebastjan, "Explicit Solution of the inversion problem in a phenomenological optical model". /будет опубликовано/
9. T.D.Spearman; preprint of St. John's College, Cambridge (1960).
10. В.С.Барашенков. УФН /в печати/, препринт ОИЯИ, Р-509 /161 /1960/.
11. Н.П.Богачев, С.А.Бунятов, И.М.Граменицкий, В.Б.Любимов, Ю.П.Мереков, М.И.Подгорецкий, В.М.Сидоров, Д.Тувдендорж. ЖЭТФ, 37, 1255 /1959/.

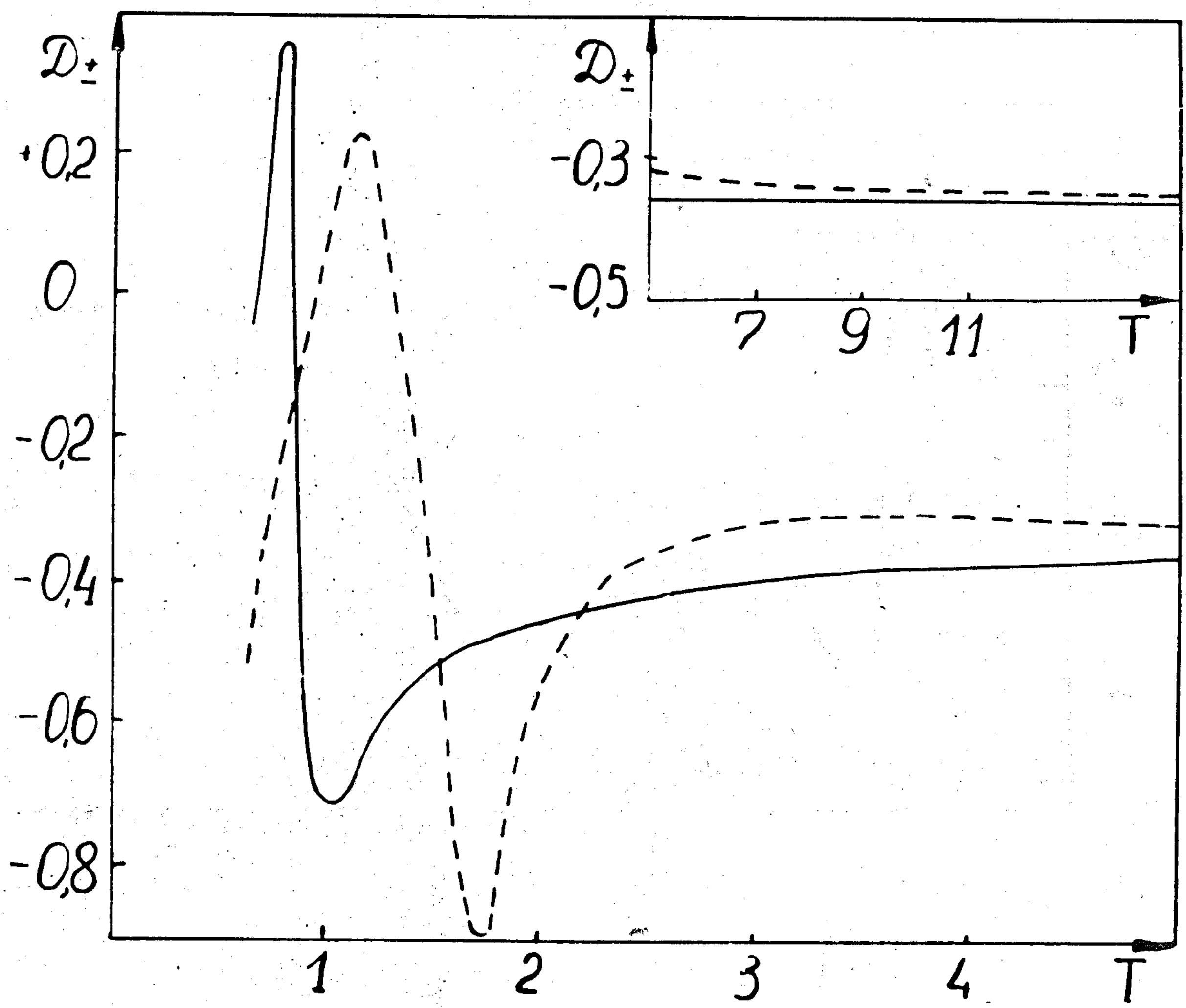

Рис. 1. Энергетическая зависимость действительной части амплитуды упругого рассеяния π^--мезона на протоне $\mathcal{D}_-(T)$ /сплошная кривая и π^+-мезона на протоне $\mathcal{D}_+(T)$ /пунктирная кривая/. Лаборатория система координат. Значения кинетической энергии T приведены в единицах Бэв; значения $\mathcal{D}_\pm$ – в единицах 10^{13}см. Неточность значений $\mathcal{D}_\pm$ из-за погрешностей в значениях $\mathcal{D}^0_\pm$ и f^2 $\pm\Delta\mathcal{D}_\pm \approx 0{,}04\cdot 10^{-13}$см.

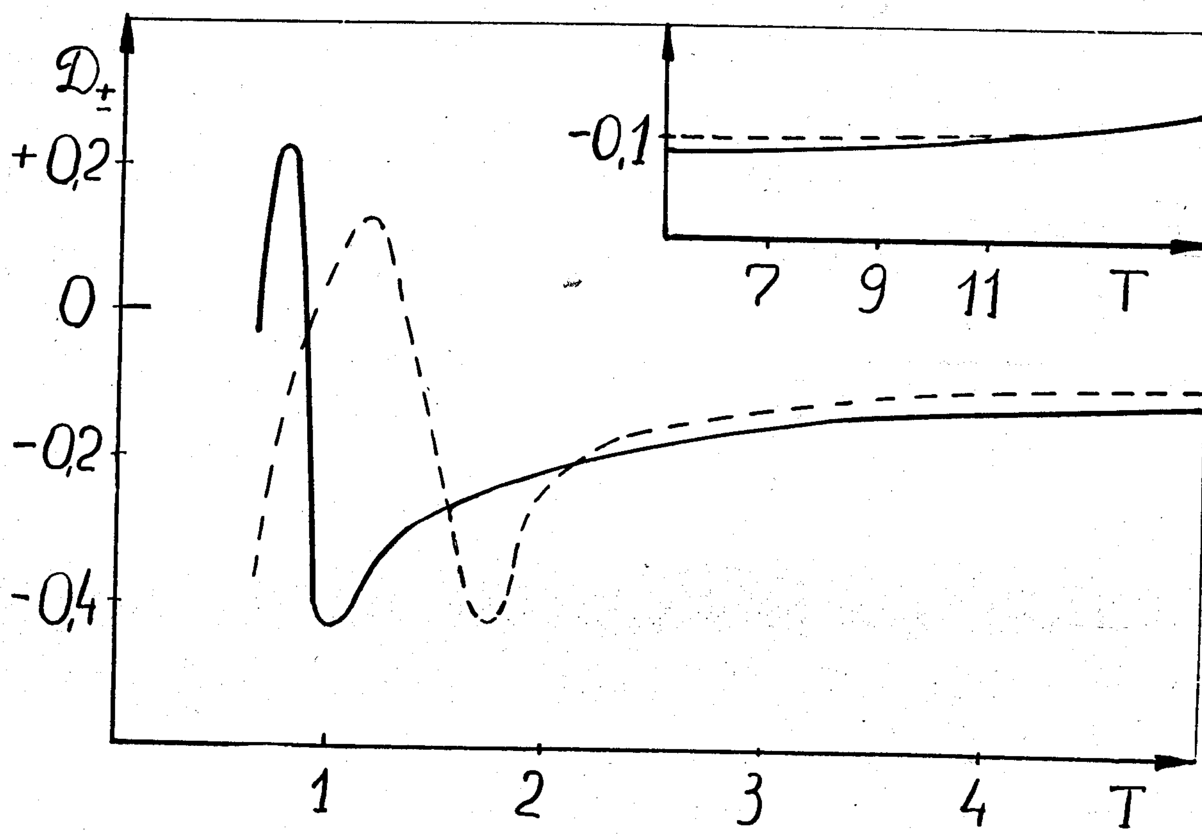

Рис. 2. То же, что и на рис. 1. Система центра масс.

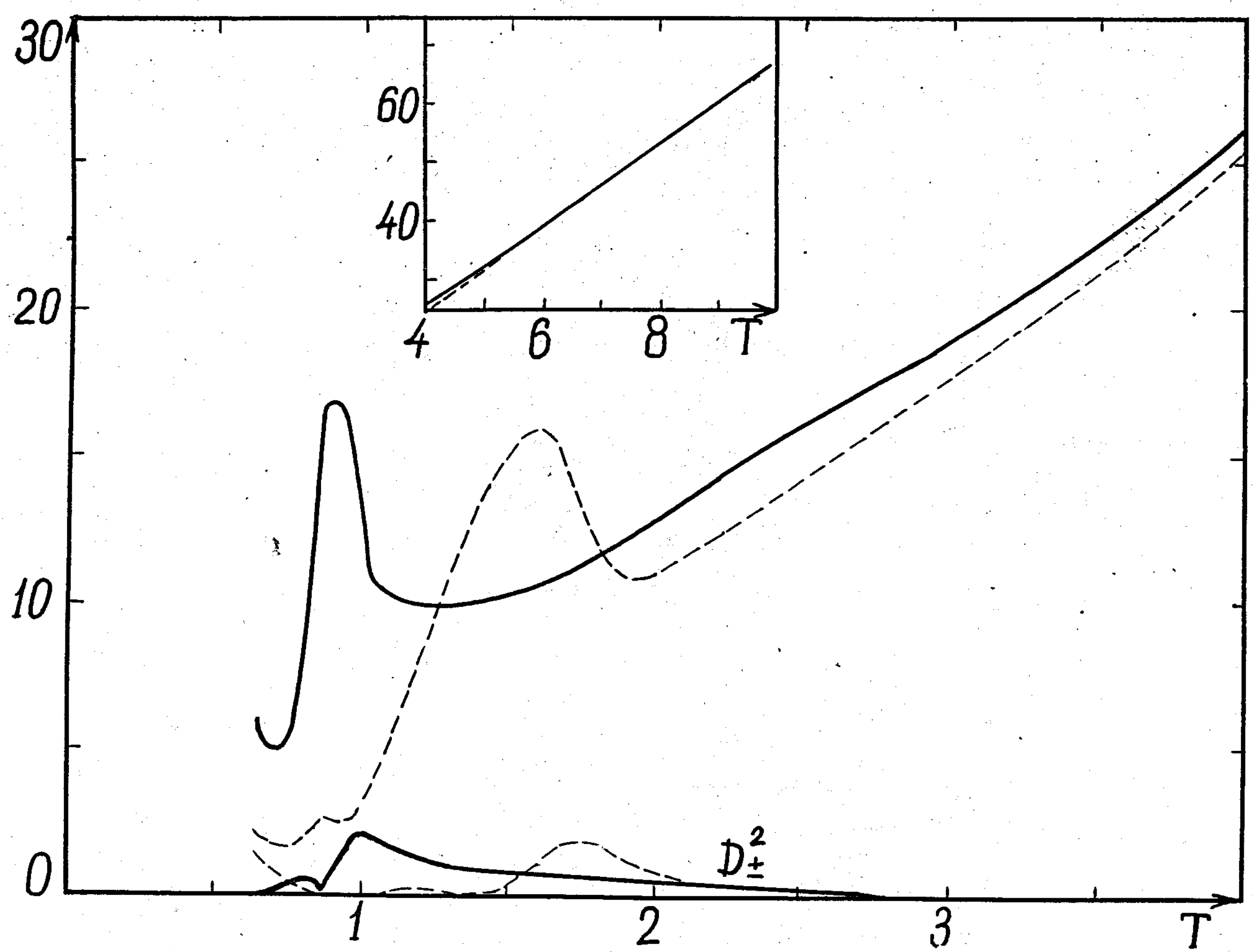

Рис. 3. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\pi^{\pm}$-мезонов на нуклонах под нулевым углом в системе центра масс $d\sigma_{el}/d\Omega$. Приведены также значения вклада действительной части амплитуды $\mathcal{D}^2_{\pm}$. Сплошные кривые —$(\pi^- p)$; пунктирные кривые – $(\pi^+ p)$. Значения $d\sigma_{el}/d\Omega$ и $\mathcal{D}^2_{\pm}$ даны в единицах 10^{27} см^2; значения кинетической энергии T – в Бэв.

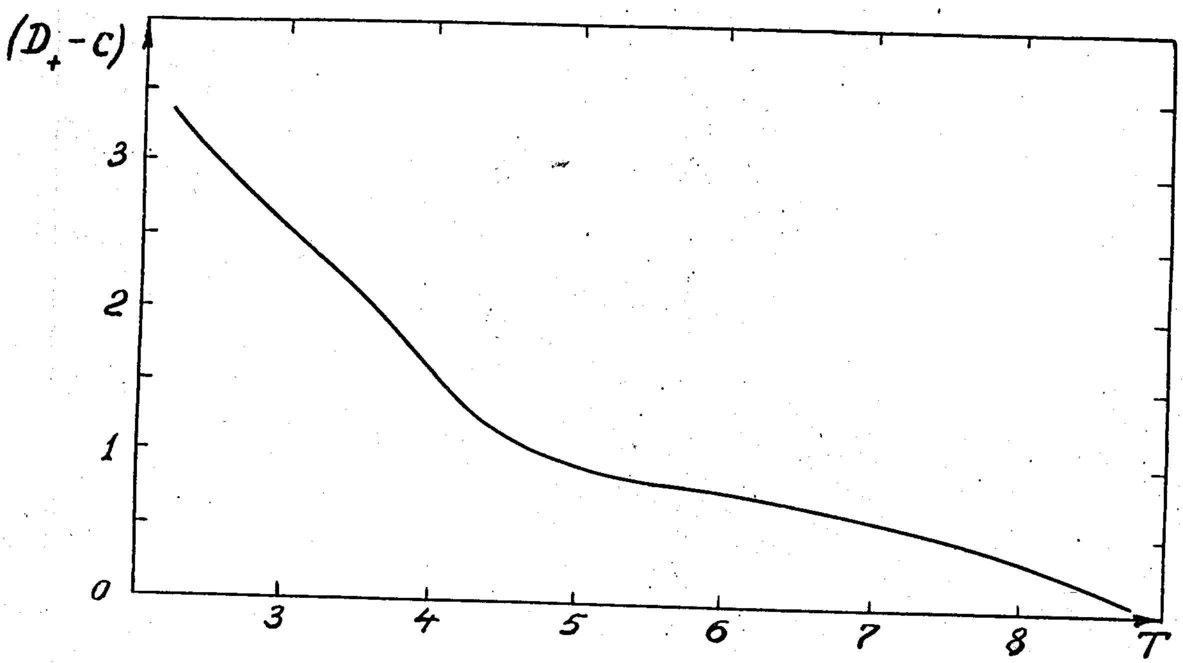

Рис. 4 Энергетическая зависимость действительной части амплитуды упругого / pp / - рассеяния $\mathcal{D}_+(T)$. Лабораторная система координат. Значения кинетической энергии T приведены в Бэв; значения $\mathcal{D}_+$ - в единицах 10^{-13} см. C - произвольная постоянная.

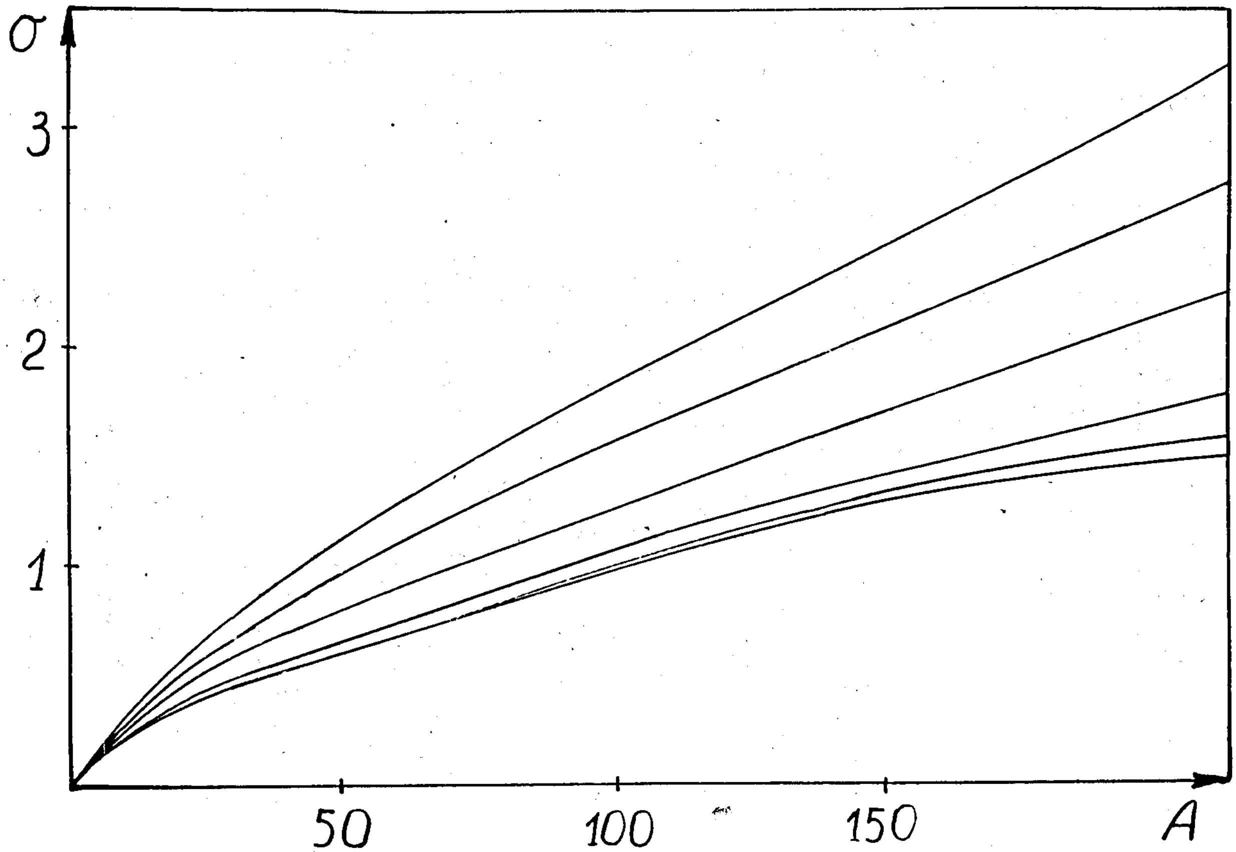

Рис. 5. Сечения взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами. Три верхних кривых – полное сечение σ_t для энергий Т = 1,5,·10 Бэв /сверху вниз/. Три нижних кривых – сечение неупругих взаимодействий для Т = 1; 5; 10 Бэв /сверху вниз/. Значения сечений приведены в единицах 10^{-24}см. A – атомный вес ядер.