ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Н.Н.Боголюбов, С.М.Биленький, А.А.Логунов

7

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ДАН, 1957, т. 115, №6, с. 891.
Nucl. Phys., 1958, v5, n2, p. 383-389.

1957 г.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Н.Н.Боголюбов, С.М.Биленький, А.А.Логунов

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

1957 г.

I. Введение

Одним из основных принципов современной локальной теории поля является принцип причинности[I]. Как было показано в последнее время, этот принцип является основой для получения так называемых дисперсионных соотношений, которые устанавливают связь между эрмитовой и антиэрмитовой частями амплитуды процесса. В связи с этим экспериментальная проверка этих соотношений может явиться проверкой локальности теории. Обычно дисперсионные соотношения выводились для сильных взаимодействий. Представляет интерес рассмотреть, что дают дисперсионные соотношения для случаев слабых взаимодействий.

Согласно общей теории дисперсионных соотношений[2] в специальной системе координат "эрмитовая" часть D амплитуды равна некоторому интегралу по энергии от "антиэрмитовой" части A плюс произвольный полином $P_n(E)$. "Антиэрмитовая" часть амплитуды выражается через произведение "мезонного" ("электронного") и "нейтринного" токов. В силу малости константы связи слабого взаимодействия C можно учитывать члены, содержащие константу связи лишь в первой степени. Так как произведение указанных токов имеет малость не ниже второго порядка, то в данном приближении "антиэрмитовая" часть равна нулю.

В случае электромагнитных взаимодействий наряду с процессами, в которых "антиэрмитовая" часть в принятом приближении также обращается в нуль (например, рассеяние электронов на протонах), имеются процессы (фоторождение, комптон-эффект), для которых "антиэрмитовая" часть того же порядка, что и эрмитовая.

Следовательно, во всех случаях слабого взаимодействия и для тех электромагнитных процессов, "антиэрмитовая" часть амплитуды которых равна нулю, дисперсионные соотношения имеют особенно простой вид:

$$D(E) = P_n(E) \qquad (I)$$

Как известно, основные трудности в доказательстве дисперсионных соотношений происходят от необходимости анализа аналитических свойств A. Так как в рассматриваемых случаях A следует заменить нулем, доказательство делается совершенно очевидным и может быть непосредственно получено как из общих принципов, так и из обычной теории.

В связи с особой простотой, дисперсионные соотношения вида (I) представляются весьма интересными в смысле проверки локальности теории.

§ I. Дисперсионные соотношения в случаях слабых взаимодействий

Рассмотрим в качестве примера реакцию[x)]

$$\mu^- + p \longrightarrow n + \nu \qquad (2)$$

x) Все выводы, относящиеся к реакции (2), полностью применимы и к реакции $e^- + p \longrightarrow n + \nu$.

В этой реакции наряду со слабо взаимодействующими частицами (μ , ν) участвуют сильно взаимодействующие частицы (p , n). Запишем матричный элемент процесса (2) в виде:

$$S(p,q;p',q') = (2\pi)^3 \langle \overset{*}{\Phi}_{p's'} a_\nu(q') S a^+_\mu(q) \Phi_{ps} \rangle \qquad (3)$$

где Φ_{ps} - вектор состояния начального нуклона,

a^+_μ - оператор рождения μ -мезона,

a_ν - оператор поглощения нейтрино.

Переставляя в (3) оператор рождения на крайнее левое место, а оператор уничтожения - на крайнее правое место, получим:

$$S(p,q;p',q') = \bar{u}_\nu(q') \int e^{i(q'x - qy)} \left\langle p's' \left| \frac{\delta^2 S}{\delta\bar{\psi}_\nu(x)\,\delta\psi_\mu(y)} S^+ \right| ps \right\rangle u_\mu(q)\, dx\, dy \qquad (4)$$

Введем операторы "мезонного" и "нейтринного" токов:

$$j_\mu(y) = -i \frac{\delta S}{\delta\bar{\psi}_\mu(y)} S^+; \qquad j_\nu(x) = -i \frac{\delta S}{\delta\bar{\psi}_\nu(x)} S^+ \qquad (5)$$

тогда имеем

$$\frac{\delta^2 S}{\delta\bar{\psi}_\nu(x)\,\delta\psi_\mu(y)} S^+ = \begin{cases} -i \dfrac{\delta \bar{j}_\mu(y)}{\delta\bar{\psi}_\nu(x)} - \bar{j}_\mu(y)\, j_\nu(x) \\[2ex] -i \dfrac{\delta j_\nu(x)}{\delta\psi_\mu(y)} + j_\nu(x)\, \bar{j}_\mu(y) \end{cases} \qquad (6)$$

Но в силу принципа причинности (I)

$$\frac{\delta j_\nu(x)}{\delta \psi_\mu(y)} = 0 \quad y \lesssim x; \qquad \frac{\delta \bar{j}_\mu(y)}{\delta \bar{\psi}_\nu(x)} = 0 \quad x \lesssim y; \tag{7}$$

поэтому, взяв первый член разложения по константе слабого взаимодействия C, получим

$$\left\{ \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_\nu(x)\, \delta \psi_\mu(y)} S^+ \right\}_C = 0 \qquad \text{при} \quad x \neq y \tag{8}$$

Отсюда следует, что данное выражение является квазилокальным оператором и содержит $\delta(x-y)$ и, может быть, ее производные. Это означает, что существует эквивалентный лагранжиан, локальный по отношению к мезон-нейтринному взаимодействию, и искомый матричный элемент (3) может быть получен применением теории возмущений к эквивалетному лагранжиану. Если сделать обычное предположение, что в лагранжиан взаимодействия не входят производные мезонного и нейтринного полей, то

$$\left\{ \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_\nu(x)\, \delta \psi_\mu(y)} S^+ \right\}_C = \delta(x-y)\, \Lambda(x) . \tag{9}$$

Учитывая (9), найдем:

$$\int e^{i(q'x-qy)}\langle p's'|\frac{\delta^2 S}{\delta\bar{\psi}_\nu(x)\delta\psi_\mu(y)}S^+|ps\rangle dx\,dy=$$

$$=\int e^{i(q'x-qx)}\langle p's'|\Lambda(x)|ps\rangle dx=$$

$$=(2\pi)^4\delta(p'+q'-p-q)\langle p's'|\Lambda(0)|ps\rangle. \qquad \text{(10)}$$

Выражение (10) зависит от импульсов p и $q'-q$ и не зависит от импульса $q+q'$. Если воспользоваться системой отсчета, в которой $\vec{p}+\vec{p}'=0$, то это означает, что выражение (10) является функцией $\vec{p}$ и не зависит от E.

Подставляя (10) в (4) и учитывая соображение релятивистской инвариантности, получаемx)

$$S(p,q;p',q')=\sum_{ij}(\bar{u}_\nu(q')O^i u_\mu(q))(\bar{u}_n(p')\Omega_i^j u_p(p'))F_{ij}(|p-p'|^2) \qquad \text{(11)}$$

где O_i - базисные матрицы Дирака,

Ω_i^j - операторы, построенные из матриц γ_μ и импульсов p и p'.

---

x) Здесь, как и далее, спинор $\bar{u}_\nu$ описывает двухкомпонентное нейтрино.

Таким образом, локальность мезон-нейтринного взаимодействия приводит к тому, что неизвестные функции амплитуды процесса, определяемые сильными взаимодействиями, зависят лишь от передачи импульса нуклону. Следует отметить, что при получении выражения (II) мы не использовали предположение о локальности сильных взаимодействий.

Установленный выше факт независимости функций F_{ij} от импульса $q+q'$ может быть также получен из обычной теории, если воспользоваться техникой графов Фейнмана. Наиболее общий вид диаграмм, дающих вклад в процесс, представлен на рисунке I.

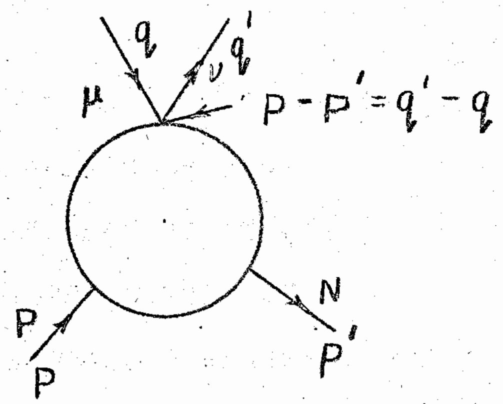

Рис.I.

Поскольку мезонная и нейтринная линии сходятся на диаграммах в одну точку (что отражает в данном случае условие локальности), то, очевидно, что часть графа, содержащая сильные взаимодействия, зависит лишь от импульсов P и $P-P'$ и не зависит от импульса $q+q'$, т.е. мы приходим опять к выражению (II).

Следует особо подчеркнуть, что наш основной вывод о зависимости форм-факторов F_{ij} лишь от передачи импульса нуклону основан на предположении о локальности мезон-нейтринного взаимодействия и не предполагает локальность сильных взаимодействий.

Таким образом, дисперсионные соотношения для процесса (2) могут позволить сделать заключения о локальности лишь мезон-нейтринного взаимодействия.

Действительно, если мезон-нейтринное взаимодействие нелокально, т.е. между линиями q и q' на рис.I вставлен "форм-фактор", то появится существенная зависимость функций $F_{i\gamma}$ от импульса $q+q'$ x). Экспериментальное изучение этой зависимости явится непосредственной проверкой локальности мезон-нейтринного взаимодействия.

Определение зависимости функций $F_{i\gamma}$ от передачи импульса нуклону могло бы дать возможность определить "мезон-нейтринную" структуру нуклона.

Сравнивая диаграммы рис.I с диаграммами процесса рассеяния электрона на нуклоне, можно заключить, что эффективный размер "мезон-нейтринной" структуры нуклона, повидимому, такого же порядка, как и "электромагнитной". Отметим также, что полученные выше результаты полностью применимы к β-распаду xx) и к таким распадам гиперонов и К-мезонах, в которых наряду с сильно взаимодействующими частицами участвуют μ, e и ν-частицы xxx).

---

x) В системе координат, где $\vec{p}+\vec{p}'=0$ функции $F_{i\gamma}$ будут зависеть в этом случае не только от передачи импульса нуклону, но и от энергии падающей частицы.

xx) В процессах β-распада в силу малой передачи импульса нуклону структурные функции практически постоянны.

xxx) Заметим особое положение реакции $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$. Поскольку в ней участвуют лишь слабо взаимодействующие частицы, то условия локальности эквивалентны применимости первого приближения теории возмущений к обычному лагранжиану.

§ 2. Распад К-мезона

В настоящем параграфе мы применим полученные выше результаты к процессу распада К-мезона:

$$K \to \pi + e + \tilde{\nu} \tag{I2}$$

Если предположить, что К-мезоны псевдоскалярны, то, используя результаты § I, получим следующее выражение для амплитуды распада

$$S(p,p',q,q') = G_1(|p-p'|^2)(\bar{u}_e(q)u_\nu(q')) +$$

$$\frac{G_2(|p-p'|^2)}{M}(\bar{u}_e(q)\gamma p u_\nu(q')) + \frac{G_3(|p-p'|^2)}{M^2}\bar{u}_e(q)\sigma_{\mu\nu}p_\mu p'_\nu u_\nu(q')) \tag{I3}$$

где p, p' - импульсы K и π -мезонов,

q, q' - импульсы электрона и нейтрино.

M - масса К-мезона.

Мы здесь, как и ранее, предполагаем, что электрон-нейтринное взаимодействие локально и не содержит производных. Это обстоятельство приводит к тому, что в системе центра масс неизвестные функции G, определяемые сильными взаимодействиями, зависят от энергии π -мезона. Фактически, именно проверка этого факта и позволит установить локальность электрон-нейтринного взаимодействия. Это можно сделать, изучая угловое и энергетическое распределения продуктов распада при фиксированной энергии π -мезона.

С помощью формулы (I3) легко получить следующее выражение для углового распределения [3]:

$$W(E_{p'},\theta)=\frac{1}{2(2\pi)^3}\Big\{|G_1|^2(1+x\cos\theta)^2+$$

$$+|G_2|^2x^2\sin^2\theta+|G_3|^2\frac{\vec{p}\,'^2}{M^2}(x+\cos\theta)^2 -$$

$$-2\,\mathrm{Im}\,G_1G_3^{*}\frac{|\vec{p}\,'|}{M}(x+\cos\theta)(1+x\cos\theta\Big\}\times \tag{I4}$$

$$\times\frac{(M-E_{p'})^2(1-x^2)^2}{(1+x\cos\theta)^4}|\vec{p}\,'|E_{p'}\,dE_{p'}\sin\theta\, d\theta$$

где $\vec{p}\,'$, $E_{p'}$ - импульс и энергия π-мезона,

θ - угол между импульсами π-мезона и электрона,

$$x=\frac{|\vec{p}\,'|}{M-E_{p'}}$$

Выражение (I4) получено в предположении, что энергия электрона велика по сравнению с его массой покоя. Энергетическое распределение может быть записано в виде:

$$W(E_{p'},E_q)=\frac{1}{(2\pi)^3}\Big\{|G_1|^2(1-x^2)+|G_2|^2(x-1+2y)(x+1-2y)$$

$$+|G_3|^2\frac{(M-E_{p'})^2}{M^2}(1-x^2)(1-2y)^2-2\,\mathrm{Im}\,G_1G_3^{*}\frac{M-E_{p'}}{M}(1-x^2)(1-2y)\Big\} \tag{15}$$

$$(M-E_{p'})^2E_{p'}\,dE_{p'}\,dE_q$$

где $\vec{q}$, E_q - импульс и энергия электрона

$$y=\frac{|\vec{q}|}{M-E_{p'}}$$

Сравнение формул (I4) и (I5) с экспериментальными данными об угловом и энергетическом распределениях может дать возможность проверить локальность электрон-нейтринного взаимодействия. Следует отметить, что, так как максимальная энергия электронов распада $E_q \sim 200$ Мэв, процесс (I2) позволяет исследовать расстояния порядка 10^{-13}см. Поэтому согласие экспериментальных данных с формулами (I5) и (I6) может указать лишь на то, что элементарная длина, если она существует, не больше 10^{-13}см.

§ 3. Случай электромагнитных взаимодействий

Как уже указывалось во введении, в ряде процессов с электромагнитным взаимодействием "антиэрмитовая" часть амплитуды того же порядка, что и"эрмитовая". Дисперсионные соотношения для этих случаев получены в ряде работ [4-7] и мы их обсуждать здесь не будем.

Типичным примером процесса, для которого "антиэрмитовая" часть амплитуды более высокого порядка малости, чем "эрмитовая", является процесс рассеяния электронов на протонах.

В настоящее время этот процесс изучают на опыте с целью определения электромагнитной структуры нуклона[8,9]. Совершенно очевидно, что выводы § I полностью справедливы и в данном случае.

Итак, в рассмотренных выше процессах дисперсионные соотношения сводятся к утверждению о том, что неизвестные функции амплитуды процесса, определяемые сильными взаимодействиями, зависят лишь от передачи импульса между сильно взаимодействующими частицами.

Чтобы практически воспользоваться этим свойством, необходимо, разумеется, провести анализ радиационных поправок для того, чтобы выяснить границы области, в которой они несущественны.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Изв.АН СССР, Сер.физ.19, 237 (1955).
2. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов, Успехи математических наук (в печати).
3. A. Pais S.Bl Freiman, Phys.Rev., 105, 1616 (1957)
4. А.А.Логунов, Б.М.Степанов, ДАН СССР, 110, 368 (1956); 112, 45 (1957).
5. M.L. Goldberger, F.E. Low, G.F. Chew, Y. Nambu Доклад на конференции в Сэттле, сентябрь 1956 года.
6. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, ДАН (в печати).
7. M. Gell-Mann, H. Goldberger , W. Thirring, Phys.Rev. 95, 1638 (1954)
8. D.R. Yennie, M.M. Lévy, D.G. Ravenhall. Rev. Mod. Phys. 29, N 1, 144 (1957)
9. R. Hofstadter Rev. Mod. Phys. 28, N 3, 214 (1956).