-60

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Р-437

В.Г.Соловьев

ЭФФЕКТ ЧЕТВЕРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Nucl. Phys., 1960, v18, n 1, p161-172.

Дубна 1959 год

P - 437

В.Г.Соловьев

ЭФФЕКТ ЧЕТВЕРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Издается на русском
и английском языках

Аннотация

Основываясь на эффективном гамильтониане, описывающем взаимодействия пар нуклонов, рассмотрены четверные корреляции нуклонов, имеющих одинаковые энергии. Показано, что если взаимодействие между парами имеет характер притяжения, то образование четверных корреляций в легких ядрах является энергетически выгодным. С помощью учета парных и четверных корреляций объяснены некоторые закономерности в энергии связи последнего нейтрона в легких ядрах. Получен критерий, показывающий, при каком избытке числа нейтронов над числом протонов в стабильных ядрах вследствие раздвижения поверхностей Ферми для нейтронов и протонов часть внешних нейтронов перестает участвовать в четверных корреляциях, что ведет к исчезновению явных α-частичных свойств ядер.

Введение

Известно, что в тяжелых ядрах наблюдаются парные корреляции нуклонов как в протонной, так и в нейтронной оболочках. Учет парных корреляций с помощью математических методов, развитых в теории сверхпроводимости [1], привел к объяснению ряда свойств тяжелых ядер. Однако, если в тяжелых ядрах из-за большой разницы величин энергий поверхностей Ферми для нейтронной и протонной оболочек не имеется протон-нейтронных парных корреляций, то в легких ядрах протон-нейтронные корреляции могут иметь место до тех пор, пока поверхности Ферми для нейтронов и протонов не раздвинутся. Поэтому в [2] при исследовании вопроса о парных корреляциях в легких ядрах наряду с $n-n$ и $p-p$ взаимодействиями принимались во внимание также $n-p$ взаимодействия. В [2] показано, что учет остаточных взаимодействий приводит к образованию сверхтекучего /энергетически более выгодного состояния, чем состояние полностью вырожденного Ферми-газа в центральном поле/ состояния легкого ядра, причем энергия основного состояния не зависит от того, как спарились между собой нуклоны: протоны с протонами, нейтроны с нейтронами или протоны с нейтронами. Учет парных корреляций в легких ядрах позволил понять, например, некоторые закономерности в энергиях связи. Однако ряд важных свойств легких ядер нельзя объяснить на основе рассмотрения только парных корреляций нуклонов.

В легких ядрах весьма четко выступают четверные корреляции нуклонов типа α -частицы, причем при появлении избытка числа нейтронов над числом протонов в стабильных ядрах исчезают α -частичные свойства этих ядер. Учет четверных корреляций, проведенный на основе α -частичной модели ядра, позволил объяснить ряд важных свойств легких ядер. Однако, α -частичная модель является грубой, а область применения ее весьма ограниченной. Поэтому представляет интерес выснить возможность образования четверных корреляций нуклонов, по типу парных корреляций в тяжелых ядрах, в рамках оболочечной модели ядра, исследовать свойства легких ядер с такого типа четверными корреляциями и получить критерий исчезновения этих корреляций. Изучению этих вопросов посвящена настоящая работа.

2. Эффективный гамильтониан взаимодействия

Исследование возможности появления четверных корреляций нуклонов в легких ядрах проведем на основе оболочечной модели ядра, учитывая остаточные после вычета самосогласованного поля, взаимодействия нуклонов. Состояние нуклона в ядре будем характеризовать набором квантовых чисел σS, где $\sigma = \pm 1$ характеризует знак проекции полного момента нуклона на ось симметрии ядра.

Нуклоны, находящиеся в ядре в S -состоянии друг относительно друга, сильно взаимодействуют между собой. Часть именно такого типа взаимодействий нуклонов в ядре приводит к образованию как парных, так и четверных корреляций нуклонов. Поэтому гамильтониан взаимодействия возьмем в виде, учитывающем только взаимодействия нуклонов с одинаковыми квантовыми числами S.

Предположим, что четверные корреляции нуклонов появляются в результате взаимодействия пар. В этом случае основной вклад в эффективный гамильтониан взаимодействия пар вносят взаимодействия нуклонов с одинаковыми энергиями, имеющие резонансный характер. Следует заметить, что наше предположение о возможности исследования четверных корреляций на основе учета взаимодействия пар является достаточно обоснованным в том случае, когда энергия связи внутри пары много больше энергии связи между парами. Хотя, строго говоря, это условие не выполняется, однако, мы считаем, что основные свойства четверных корреляций в легких ядрах могут быть получены при работе с эффективным гамильтонианом, описывающим взаимодействие пар. Заметим, что использование эффективного гамильтониана взаимодействия пар является вынужденным, поскольку при работе с гамильтонианом взаимодействия нуклонов возникают весьма большие трудности.

В случае строгой изотопической инвариантности пары можно построить различными путями: или пару образуют нейтрон и протон в состоянии /σS/, или пару образуют два протона /нейтрона/ в состояних $(+S)$, $(-S)$. Поскольку дальше мы рассмотрим случай нарушения строгой изотопической инвариантности, то будем считать $b_{S\rho}$ оператором пары одинаковых нуклонов в состояниях $(+S), (-S)$, $\rho = \pm 1$, причем $\rho = +1$ соответствует протонной паре, а $\rho = -1$ - нейтронной паре. Операторы $b^{+}_{S\rho}$, $b_{S\rho}$

подчиняются следующим перестановочным соотношениям:

$$b_{s\rho}^{+} b_{s\rho} + b_{s\rho} b_{s\rho}^{+} = 1\,, \quad b_{s\rho} b_{s\rho} = 0 \qquad /1/$$

$$b_{s\rho}^{+} b_{s'\rho'} - b_{s'\rho'} b_{s\rho} = 0\,, \quad b_{s\rho} b_{s'\rho'} - b_{s'\rho'} b_{s\rho} = 0\,,$$

если или $s \neq s'$ или $\rho \neq \rho'$.

Модельный гамильтониан, описывающий взаимодействия между парами, в случае строгой изотопической инвариантности запишем в виде

$$H = \sum_{s} \{E(s) - \lambda\} \{b_{s+}^{+} b_{s+} + b_{s-}^{+} b_{s-}\} + \\ + \sum_{\substack{s,s' \\ s \neq s'}} J(s,s')\, b_{s+}^{+} b_{s-}^{+} b_{s'-} b_{s'+}\,, \qquad /2/$$

здесь $E(s)$ - энергия пары в состоянии s, λ - параметр, играющий роль химического потенциала.

Используя прием, предложенный в /3/, введем вспомогательный гамильтониан

$$H' = \sum_{s} \{E(s) - \lambda\} \{b_{s+}^{+} b_{s+} + b_{s-}^{+} b_{s-}\} + \\ + \sum_{\substack{s,s' \\ s \neq s'}} J(s,s') \{B^{*}(s) b_{s'-} b_{s'+} + B(s') b_{s+}^{+} b_{s-}^{+} - B^{*}(s) B(s')\} \qquad /3/$$

Функции $B(s)$ определим из условия минимума $\langle H' \rangle$ так, чтобы среднее значение $\langle H \rangle$ оператора H по собственному состоянию оператора H' совпадало с $\langle H' \rangle$, в результате получим

$$B(s') = \langle b_{s'-} b_{s'+} \rangle. \qquad /4/$$

Проведем преобразование

$$b_{s+} = \{1 - 2a_{s-}^{+} a_{s-}\} a_{s+}\,, \quad b_{s-} = a_{s-}\,, \qquad /5/$$

заметим, что в состояниях с одинаковыми s операторы $a^+_{s\rho}$, $a_{s\rho}$ ведут себя как ферми-амплитуды. Вспомогательный гамильтониан запишем в следующем виде:

$$H' = \sum_s \{E(s) - \lambda\}\{a^+_{s+} a_{s+} + a^+_{s-} a_{s-}\} -$$
$$- \sum_{\substack{s,s' \\ s \neq s'}} J(s,s')\{B^*(s) a_{s'-} a_{s'+} + B(s') a^+_{s+} a^+_{s-} +$$
$$+ B^*(s) B(s')\}. \qquad /6/$$

3. Основное состояние

Исследование возможности появления четверных корреляций проведем с помощью вариационного принципа, предложенного Н.Н. Боголюбовым [4], работая с вспомогательным H' в виде /6/. Совершим преобразование

$$a_{s+} = u_s [1 - 2\nu_s] \beta_{s+} + v_s \beta^+_{s-}$$
$$a_{s-} = u_s \beta_{s-} - v_s [1 - 2\nu_s] \beta^+_{s+}, \qquad /7/$$

где $\nu_s = \beta^+_{s-} \beta_{s-}$, $u_s^2 + v^2 = 1$. Новые операторы квазипар $\beta^+_{s\rho}$, $\beta_{s\rho}$ удовлетворяют перестановочным соотношениям /1/. Определим новое вакуумное состояние $\beta_{s\rho} \psi = 0$ и найдем среднее значение H' по этому состоянию

$$\langle H' \rangle = 2 \sum_s \{E(s) - \lambda\} v_s^2 + \sum_{\substack{s,s' \\ s \neq s'}} J(s,s') u_s v_s u_{s'} v_{s'}. \qquad /8/$$

Из условия минимума $\langle H' \rangle$ получим уравнение

$$\{E(s) - \lambda\} u_s v_s + \frac{u_s^2 - v_s^2}{2} \sum_{s'} J(s,s') u_{s'} v_{s'} = 0, \qquad /9/$$

имеющее такой же вид, как и уравнение в [5], учитывающее парные корреляции.

Из /8/ и /9/ видно, что образование четверных корреляций является энергетически выгодным при условии, что эффективное взаимодействие между парами является взаимодействием притяжения. Заметим, что четыре нуклона, находящиеся относительно друг друга в S -состоянии и образующие четверку, связаны между собой только по угловым переменным и не связаны, в отличие от α -частичной модели, по радиальным переменным.

Как асимптотическое решение /9/ при $J \to 0$, так и решение при замене суммы интегралом и при постоянных во внешней оболочке J и плотности состояний ρ, приводят к выводу[/6/], что энергия основного состояния, где все нуклоны связаны в четверки, лежит ниже энергии состояния, где все нуклоны связаны в пары. Первое возбужденное состояние, связанное с разрывом четверки, отделено от основного состояния энергетической щелью, а именно:

$$\langle \beta_{s_0} \beta_{s_0 -} H' \beta^+_{s_0 -} \beta^+_{s_0 +} \rangle - \langle H' \rangle = 2\mathcal{E}(s_0), \qquad /10/$$

где

$$\mathcal{E}(s) = \sqrt{\{E(s) - \lambda\}^2 + C_s^2}\,, \quad C_s = \sum_{s'} J(s,s')\, u_s v_s .$$

Следует заметить, что уравнение /9/ может быть получено не только, как изложено выше с помощью вариационного принципа, а также методом расщепления корреляций, предложенным Н.Н. Боголюбовым[/7/] на основе гамильтониана H.

4. Энергия связи последнего нейтрона в легких ядрах

Рассмотрим влияние парных и четверных корреляций нуклонов на величину энергии связи последнего нейтрона в легких ядрах. Эта величина, несомненно, является более чувствительной к корреляциям нуклонов, чем средняя энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

Энергия основного состояния, где все нуклоны счетверены, определяется величиной $\langle H' \rangle$, энергия основного состояния ядра, где кроме четверных имеется одна пара, имеет вид $\langle \beta_s H' \beta_s^+ \rangle$. Для нахождения энергии связи пары в ядре следует вычислить разность

$$\langle \beta_s H' \beta_s^+ \rangle_{N=2n_0 \pm 1} - \langle H' \rangle_{N=2n_0} .$$

В очень грубом приближении, рассмотренном ранее в /7/, где интегрирование заменено суммированием и J и плотность состояний ρ считаются постоянными во всей оболочке, получим

$$\langle \beta_s H' \beta_s^+ \rangle_{N=2n_0+1} - \langle H' \rangle_{N=2n_0} = -\frac{\Omega - 2n_0}{2\rho} - \frac{e^{\frac{2}{G}}+1}{e^{\frac{2}{G}}-1} \cdot \frac{2n_0 - \Omega + 1}{2\rho},$$

$$\langle \beta_s H' \beta_s^+ \rangle_{N=2n_0-1} - \langle H' \rangle_{N=2n_0} = -\frac{\Omega + 2 - 2n_0}{2\rho} + \frac{e^{\frac{2}{G}}+1}{e^{\frac{2}{G}}-1} \frac{2n_0 + \Omega - 1}{2\rho}, \tag{11}$$

где $G = -\rho J$, Ω - число уровней, N - число пар. Сходный вид имеют формулы, учитывающие парные корреляции нуклонов, а именно:

$$\langle \alpha_{+s} H_0 \alpha_{+s}^+ \rangle_{\nu=2\nu_0+1} - \langle H_0 \rangle_{\nu=2\nu_0} = -\frac{\Omega + \frac{3}{2} - \nu_0}{2\rho} - \frac{e^{\frac{2}{G}}+1}{e^{\frac{2}{G}}-1} \frac{\nu_0 + \frac{5}{4} - 2\Omega}{4\rho},$$

$$\langle \alpha_{+s} H_0 \alpha_{+s}^+ \rangle_{\nu=2\nu_0-1} - \langle H_0 \rangle_{\nu=2\nu_0} = -\frac{\Omega + \frac{3}{2} - \nu}{2\rho} + \frac{e^{\frac{2}{G}}+1}{e^{\frac{2}{G}}-1} \frac{\nu_0 - \frac{5}{4} + 2\Omega}{4\rho}. \tag{12}$$

Из /11/ видно, что добавление одной пары к системе, где все нуклоны связаны в четверки, мало изменяет энергию и, наоборот, для удаления пары из состояния, где все нуклоны связаны в четверки, т.е. на разрыв четверки, требуется затратить значительную энергию. Аналогично, добавление одного нуклона к системе, состоящей из четного числа нуклонов $\nu = 2\nu_0$, не ведет к существенному изменению энергии и, наоборот, для удаления одного нуклона из ядра, где кроме четверных корреляций имеется еще одна пара, необходимо затратить значительную энергию, связанную с разрывом пары.

На основании учета парных и четверных корреляций, проиллюстрированных в /11/ и /12/, можно все легкие ядра в области $16 < A < 40$ разделить по отношению энергии связи последнего нейтрона на три обособленные группы: 1/ последний нейтрон не принимает участия ни в парных, ни в четверных корреляциях, 2/ кроме нуклонов, связанных в четверки, имеется одна пара, причем такой парой может быть как $(n-n)$, так и $(n-p)$ пара, 3/ все нейтроны связаны в четверки. Энергия связи последнего нейтрона в ядре, отнесенном к первой группе, определяется только его связью с центральным полем. Энергия связи последнего нейтрона во второй группе ядер определяется, грубо говоря, как величиной связи пары, так и энергией связи нейтрона с центральным полем. К третьей группе мы отнесли α -частичного типа ядра, энергия связи последнего нейтрона в которых состоит из трех частей: из энергии, необходимой для разрыва четверки на две пары, далее из энергии связи пары и, наконец, из энергии связи нейтрона с центральным полем.

Если обратимся к данным[8] по энергии связии последнего нейтрона в легких ядрах, то увидим, что в ядрах, отнесенных к первой группе, таких, как $_{10}Ne^{21}_{11}$, $_{12}Mg^{25}_{13}$, $_{12}Mg^{27}_{15}$, $_{14}Si^{29}_{15}$, $_{14}Si^{31}_{17}$, $_{16}S^{33}_{17}$, $_{16}S^{35}_{19}$, $_{18}Ar^{41}_{23}$, $_{19}K^{42}_{23}$, $_{20}Ca^{43}_{23}$ энергия связи последнего нейтрона порядка /7-8/ Мэв. В ядрах, отнесенных ко второй группе, $_{10}Ne^{22}_{12}$, $_{11}Na^{23}_{12}$, $_{12}Mg^{26}_{14}$, $_{13}Al^{27}_{14}$, $_{14}Si^{30}_{16}$, $_{15}P^{31}_{16}$, $_{16}S^{34}_{18}$, $_{17}Cl^{35}_{18}$, $_{18}Ar^{38}_{20}$, $_{19}K^{39}_{20}$ два внешних нейтрона связаны в пару и для разрыва ее нужна дополнительная энергия[2], что подтверждается величиной энергии связи последнего нейтрона, равной /11-12/ Мэв. Из-за парной корреляции внешних нейтрона и протона, находящихся в состояниях с одинаковой энергией, в ядрах $_{11}Na^{22}_{11}$, $_{13}Al^{26}_{13}$, $_{15}P^{30}_{15}$, $_{17}Cl^{34}_{17}$, $_{19}K^{38}_{19}$ величина энергии связи последнего нейтрона также порядка /11-12/ Мэв. Следует заметить, что, если внешние протон и нейтрон находятся в различных квантовых состояниях, то между ними нет корреляции и энергия связи последнего нейтрона в таких ядрах, как $_{11}Na^{24}_{13}$, $_{13}Al^{28}_{15}$, $_{15}P^{32}_{17}$, $_{17}Cl^{36}_{19}$, $_{19}K^{40}_{21}$ порядка /7-8/ Мэв.

В α - частичного типа ядрах, таких как $_{10}Ne^{20}_{10}$, $_{12}Mg^{24}_{12}$, $_{14}Si^{28}_{14}$, $_{16}S^{32}_{16}$, $_{18}Ar^{36}_{18}$, $_{20}Ca^{40}_{20}$, все нуклоны с одинаковыми числами S связаны в четверки, энергия связи последнего нейтрона в этих ядрах порядка /15-17/ Мэв. Разница в энергиях связи последнего нейтрона в ядрах, отнесенных к третьей и второй группам, грубо определяет энергию необходимую для разрыва четверки на две пары. Это дает возможность, используя /11/, очень грубо оценить величину $(-J)$, которую найдем равной 1 Мэв, энергетическую щель 2ε, связанную с разрывом четверки на пары, в этом случае найдем равной /4-6/ Мэв.

Вышеприведенные данные подтверждают наличие в легких ядрах парных и четверных корреляций нуклонов в состояниях с одинаковыми квантовыми числами S . Следует заметить, что сильные корреляции нуклонов с различными значениями проекций момента на ось симметрии ядра и одинаковыми прочими квантовыми числами, по-видимому, отсутствуют. Это подтверждается поведением нуклонов в тяжелых ядрах, где не проявляются явные закономерности, связанные с числом протонов /нейтронов/ на внешней оболочке кратным четырем.

Следует заметить, что статистический метод рассмотрения, принятый нами, в определенной степени усредняет свойства ядер, относящиеся к одной и той же группе в отношении энергии связи последнего нейтрона. Однако, учет квантовых характеристик внешних нуклонов дает возможность определить индивидуальность ядер. Поэтому представляется возможным вычисление энергии связи последнего нейтрона для каждого конкретного ядра в рамках данной схемы с учетом дополнительных факторов.

5. Условие исчезновения четверных корреляций

Рассмотрим поведение четверных корреляций в случае появления избытка числа нейтронов над числом протонов. Заметим, что величина эффективного взаимодействия между парами $J'(S, S')$ в этом случае должна быть много меньше величины $J(S, S')$ в /2/, относящейся к случаю строгой изотопической инвариантности. Это связано с тем, что основной вклад в эффективное взаимодействие между парами дает резонансное взаимодействие нуклонов с одинаковыми энергиями, при появлении избытка числа нейтронов над числом протонов этот резонанс сильно размоется, что поведет к резкому ослаблению взаимодействия между парами.

Исследование вопроса о поведение четверных корреляций при появлении избытка числа нейтронов над числом протонов проведем с помощью метода опережающих и запаздывающих функций Грина, разработанного Н.Н. Боголюбовым и С.В. Тябликовым /9/.

Приведем некоторые общие формулы, которыми будем пользоваться при вычислениях. Функции Грина при температуре, равной нулю, и уравнения для них запишем в следующем виде:

$$G_r(t-t') = \langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle_r = -i\,\theta(t-t')\langle[A(t), B(t')]\rangle,$$

$$G_a(t-t') = \langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle_a = i\,\theta(t'-t)\langle[A(t), B(t')]\rangle, \qquad /13/$$

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle = \delta(t-t')\langle[A(t)\,B(t')]\rangle +$$

$$+ \langle\langle \{A(t)H - HA(t)\}\,B(t')\rangle\rangle,$$

где $A(t), B(t')$ - операторы в гейзенберговском представлении. Перейдем к Фурье-образу функции Грина

$$\langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle\langle A|B\rangle\rangle_E\, e^{-iE(t-t')}\,dE$$

и к ее спектральному представлению /в случае статистики Ферми/

$$\langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle_E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)\,\frac{d\omega}{E-\omega},$$

где

$$iI(E) = \langle\langle A|B\rangle\rangle_{E-i\epsilon} - \langle\langle A|B\rangle\rangle_{E+i\epsilon}. \qquad /14/$$

Спектральное представление корреляционных функций через функцию $I(E)$ выражается так:

$$\langle A(t)B(t')\rangle = \int_0^{\infty} I(\omega)\,e^{-i\omega(t-t')}\,d\omega \qquad /15/$$

$$\langle B(t')A(t)\rangle = \int_{-\infty}^{0} I(\omega)\,e^{-i\omega(t-t')}\,d\omega. \qquad /15'/$$

Нахождение условия исчезновения четверных корреляций проведем, используя вышеприведенные формулы, с вспомогательным гамильтонианом /6/, записанным в виде

$$H' = \sum_s \left\{ \xi_p(s) a^+_{s+} a_{s+} + \xi_n(s) a^+_{s-} a_{s-} \right\} -$$

$$- \sum_{s'} J'(s,s') \left\{ B^*(s) a_{s'-} a_{s'+} + B(s') a^+_{s+} a^+_{s-} + B^*(s) B(s') \right\}, \qquad /16/$$

$$\xi_p(s) = E(s) - \lambda_p, \quad \xi_n = E(s) - \lambda_n, \quad \lambda_p \neq \lambda_n.$$

Для функций Грина получим следующие уравнения:

$$i \frac{d}{dt} \langle\langle a_{s\rho}(t) | a^+_{s\rho}(t') \rangle\rangle = \delta(t-t') + \delta_{\rho,+1} \xi_p(s) \langle\langle a_{s+}(t) | a^+_{s+}(t') \rangle\rangle +$$

$$+ \delta_{\rho,-1} \xi_n(s) \langle\langle a_{s-}(t) | a^+_{s-}(t') \rangle\rangle - \delta_{\rho,+1} \sum_{\substack{s' \\ s' \neq s}} J'(s,s') B(s') \langle\langle a^+_{s-}(t) | a^+_{s+}(t') \rangle\rangle +$$

$$+ \delta_{\rho,-1} \sum_{\substack{s' \\ s \neq s'}} J(s,s') B(s') \langle\langle a^+_{s+}(t) | a^+_{s-}(t') \rangle\rangle \qquad /17/$$

$$i \frac{d}{dt} \langle\langle a^+_{s\rho}(t) | a^+_{s,-\rho}(t') \rangle\rangle = -\delta_{\rho,+1} \xi_p(s) \langle\langle a^+_{s+}(t) | a^+_{s-}(t') \rangle\rangle -$$

$$- \delta_{\rho,-1} \xi_n(s) \langle\langle a^+_{s-}(t) | a^+_{s+}(t') \rangle\rangle + \qquad /17'/$$

$$+ \delta_{\rho,+1} \sum_{\substack{s' \\ s' \neq s}} J'(s,s') B^*(s') \langle\langle a_{s-}(t) | a^+_{s-}(t) \rangle\rangle -$$

$$- \delta_{\rho,-1} \sum_{s' \neq s} J'(s,s') B^*(s') \langle\langle a_{s+}(t) | a^+_{s+}(t') \rangle\rangle.$$

Перейдем к фурье -образам по времени, введем новую функцию

$$C_s = \sum_{\substack{s' \\ s' \neq s}} J'(s,s') B(s'), \qquad /18/$$

проведем ряд преобразований и, воспользовавшись /14/, получим

$$\langle\langle a_{s+} | a^+_{s+} \rangle\rangle_{E-i\epsilon} - \langle\langle a_{s+} | a^+_{s+} \rangle\rangle_{E+i\epsilon} = i\, I_+ (E) =$$
$$= \frac{i}{2} \left\{ \left[1 - \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right] \delta\left(E + \gamma + \varepsilon'(s)\right) + \left[1 + \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right] \times \right. \qquad /19/$$
$$\left. \times\, \delta\left(E - \gamma - \varepsilon'(s)\right) \right\},$$

$$\langle\langle a_{s-} | a^+_{s-} \rangle\rangle_{E-i\epsilon} - \langle\langle a_{s-} | a^+_{s-} \rangle\rangle_{E+i\epsilon} = i\, I_- (E) = \qquad /19'/$$
$$= \frac{i}{2} \left\{ \left[1 - \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right] \delta\left(E - \gamma + \varepsilon'(s)\right) + \left[1 + \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right] \delta\left(E - \gamma - \varepsilon'(s)\right) \right\},$$

$$\langle\langle a^+_{s+} | a^+_{s-} \rangle\rangle_{E-i\epsilon} - \langle\langle a^+_{s+} | a^+_{s-} \rangle\rangle_{E+i\epsilon} = i\, I (E) = \qquad /20/$$
$$= \frac{i}{2} \cdot \frac{c_s}{\varepsilon'(s)} \left\{ \delta\left(E - \gamma - \varepsilon'(s)\right) - \delta\left(E - \gamma + \varepsilon'(s)\right) \right\},$$

где

$$\varepsilon'(s) = \sqrt{c_s^2 + \omega(s)^2}, \quad \gamma = \frac{1}{2} \left(\xi_n(s) - \xi_p(s) \right),$$
$$\omega(s) = 1/2 \left(\xi_n(s) + \xi_p(s) \right).$$

Воспользуемся /15/ и /15'/, чтобы получить выражение для волновой функции четверки, а также для плотности как нейтронных, так и протонных пар, а именно:

$$\langle a^+_{s+}(t) | a^+_{s-}(t') \rangle = \int_0^\infty dE\, e^{-iE(t-t')} I(E) =$$
$$= \frac{i}{2} \frac{c_s}{\varepsilon'(s)} \int_0^\infty dE\, e^{-iE(t-t')} \left\{ \delta\left(E - \gamma - \varepsilon'(s)\right) - \delta\left(E - \gamma + \varepsilon'(s)\right) \right\}, \qquad /21/$$

$$\langle a_{s-}(t) \big/ a^{+}_{s-}(t') \rangle = \int_{0}^{\infty} dE\, e^{-iE(t-t')} I_{-}(E) =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} dE\, e^{-iE(t-t')} \Big\{ \Big[1 - \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\Big] \delta\big(E - \gamma + \varepsilon'(s)\big) + \qquad /22/$$

$$+ \Big[1 + \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\Big] \delta\big(E - \gamma - \varepsilon'(s)\big) \Big\},$$

$$\langle a_{s+}(t) \big/ a^{+}_{s+}(t') \rangle = \int_{0}^{\infty} dE\, e^{-iE(t-t')} I_{+}(E) =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} dE\, e^{-iE(t-t')} \Big\{ \Big[1 - \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\Big] \delta\big(E + \gamma + \varepsilon'(s)\big) + \qquad /21'/$$

$$+ \Big[1 + \frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\Big] \delta\big(E + \gamma - \varepsilon'(s)\big) \Big\}.$$

Проведем интегрирование, и воспользовавшись формулами

$$\langle b^{+}_{s+} b^{+}_{s-} \rangle = -\langle a^{+}_{s+} a^{+}_{s-} \rangle, \quad \langle b^{+}_{s\rho} b_{s\rho} \rangle = \langle a^{+}_{s\rho} a_{s\rho} \rangle$$

$$\langle a_{s\rho} a^{+}_{s\rho} \rangle = 1 - \langle a^{+}_{s\rho} a_{s\rho} \rangle,$$

получим

$$\langle b^{+}_{s+} b^{+}_{s-} \rangle = \begin{cases} -\frac{1}{2} \frac{C_s}{\varepsilon'(s)} & \text{при } |\gamma| < \varepsilon'(s) \\ 0 & \text{при } |\gamma| > \varepsilon'(s) \end{cases} \qquad /23/$$

$$\langle b_{s-}^{+}\ b_{s-}\rangle = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{1-\frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right\} & \text{при} \quad |\gamma| < \varepsilon'(s) \\ 0 & \text{при} \quad |\gamma| > \varepsilon'(s),\ \gamma > 0 \\ 1 & \text{при} \quad |\gamma| > \varepsilon'(s),\ \gamma < 0 \end{cases} \qquad /24/$$

$$\langle b_{s+}^{+}\ b_{s+}\rangle = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{1-\frac{\omega(s)}{\varepsilon'(s)}\right\} & \text{при} \quad |\gamma| < \varepsilon'(s) \\ 1 & \text{при} \quad |\gamma| > \varepsilon'(s),\ \gamma > 0 \\ 0 & \text{при} \quad |\gamma| > \varepsilon'(s),\ \gamma < 0. \end{cases} \qquad /24'/$$

Заметим, что в случае, когда число нейтронов больше числа протонов $\gamma < 0$, функция C_s удовлетворяет следующему уравнению:

$$C_s + \frac{1}{2}\sum_{s',\,s'\neq s} J'(s,s')\,\frac{C_{s'}}{\sqrt{C_{s'}^2 + \omega(s')^2}} = 0. \qquad /25/$$

Таким образом, условие исчезновения четверных корреляций получим в виде:

$$\gamma > \varepsilon'(s) \qquad /26/$$

или

$$|\lambda_n - \lambda_p| > 2\varepsilon'(s), \qquad /26'/$$

т.е. исчезновение четверных корреляций начинается тогда, когда разность энергий нейтронной и протонной поверхностей Ферми становится больше щели в спектре возбужденных состояний, которая связана с разрывом четверки на пары. Используя грубую оценку величины щели, можно найти минимальное значение $|\lambda_n-\lambda_p|_{min}$, при котором начинают разрушаться четверные корреляции. Для оценки $|\lambda_n-\lambda_p|_{min}$ можно использовать уравнение /25/, в результате получим $|\lambda_n-\lambda_p|_{min} \sim (-J')\,\Omega$. Обе оценки дают

$$|\lambda_n-\lambda_p|_{min} \sim \zeta\cdot 5\ \text{Мэв}, \qquad /27/$$

где ζ – фактор ослабления взаимодействия между парами.

Рассмотрим каким путем происходит разрушение четверных корреляций при увеличении $|\lambda_n-\lambda_p|$. Пусть $\lambda_n-\lambda_p = 2\mathcal{E}'(S_0)$, тогда

$$\left|E(S_0)-\frac{\lambda_n+\lambda_p}{2}\right| = \sqrt{C_{S_0}^2+\left(\frac{\lambda_n-\lambda_p}{2}\right)^2}. \qquad /28/$$

Когда $|\lambda_n-\lambda_p|<|\lambda_n-\lambda_p|_{min}$, то все нейтронные пары, лежащие выше E_F^p – энергии поверхности Ферми для протонной оболочки, участвуют в образовании четверных корреляций, далее, при $|\lambda_n-\lambda_p|>|\lambda_n-\lambda_p|_{min}$ внешние нейтронные пары перестают участвовать в образовании четверных корреляций. В предельном случае $\frac{\lambda_n-\lambda_p}{2} \gg C_{S_0}$ и $E(S_0)=\lambda_p$, т.е. все нейтронные пары, лежащие выше E_F^p, не принимают участия в образовании четверных корреляций, но остальные нейтроны и протоны продолжают быть связанными в четверки.

Таким образом, при появлении избытка числа нейтронов над числом протонов четверные корреляции ослабляются, внешние нейтроны перестают участвовать в образовании четверных корреляций и, тем самым, исчезают явные α – частичного вида свойства ядер.

Следует заметить, что в стабильных ядрах в области $30 < A < 40$ из-за возникшей разности в энергиях поверхности Ферми для протонов и нейтронов появляется тенденция к увеличению числа нейтронов по отношению к числу протонов. Однако, четверные корреляции нуклонов противодействуют этой тенденции. При $A \geqslant 40$, по-видимому, величина $|\lambda_n-\lambda_p|$ достигает критического значения $|\lambda_n - \lambda_p|_{min}$, тогда внешние нейтроны перестают участвовать в четверных корреляциях, да и сами корреляции ослабляются, что приводит к исчезновению противодействия против увеличения числа нейтронов. Поэтому в стабильных ядрах с $A > 40$ число нейтронов больше числа протонов.

Исследуем вопрос о четверных корреляциях рассмотренного типа в средних и тяжелых ядрах. Нейтроны, имеющие энергию большую, чем E_F^p, не участвуют в четверных корреляциях, а спарены между собой. Наоборот, протоны не только спарены между собой, но также участвуют в образовании четверных корреляций совместно с нейтронами, имеющими одинаковые с протонами энергии. Энергию ядра запишем в следующем виде

$$\langle H' \rangle = \sum_{s<s_0} \left\{ \xi_p(s) \langle b^+_{s+} b_{s+} \rangle + \xi_n(s) \langle b^+_{s-} b_{s-} \rangle \right\} +$$

$$+ \sum_{s \geq s_0} \xi_n(s) + \sum_{\substack{s<s_0 \\ s'<s_0 \\ s \neq s'}} J'(s,s') \langle b^+_{s+} b^+_{s-} \rangle \langle b_{s'-} b_{s'+} \rangle. \qquad /29/$$

Функции плотности и волновые функции пар определяются /23/, /24/, /24'/ при $\gamma < 0$, а также уравнением

$$C_s + \frac{1}{2} \sum_{\substack{s'<s_0 \\ s' \neq s}} J(s,s') \frac{C_{s'}}{\sqrt{C_s^2 + \left\{ E(s') - \frac{\lambda_p + \lambda_n}{2} \right\}^2}} = 0. \qquad /25'/$$

Если для возбуждения нейтрона в случае четной оболочки нужно разорвать пару, то для одночастичного возбуждения протона необходимо разорвать не только парную корреляцию, но и четверную корреляцию двух протонов и двух нейтронов с одинаковыми энергиями. Отсюда следует, что энергия одночастичного возбуждения для протонов должна быть несколько больше соответствующей величины для нейтронов. Данный вывод согласуется с оценкой этого отношения равного /1,5 ± 0,3/, полученного в [10] из дефектов масс.

Следует заметить, что эффект четверных корреляций в сложных ядрах не должен быть большим, во-первых, из-за уменьшения $J'(s,s')$ вследствие раздвигания поверхностей Ферми для нейтронов и протонов, во-вторых, из-за того, что основной вклад в /25'/ дают члены $E(s') \sim \frac{\lambda_p+\lambda_n}{2}$ в /29/ входят C_s, для которых $E(s) \ll \frac{\lambda_p+\lambda_n}{2}$, поэтому существенную роль играют взаимодействия $J'(s,s')$ с сильно отличающимися квантовыми числами s, s', которые могут быть меньше величины с $J'(s,s')$ близкими значениями квантовых чисел s, s'.

6. Заключение

Исходя из наличия сильных взаимодействий нуклонов, находящихся в S - состоянии один относительно другого, мы рассмотрели взаимодействие нуклонных пар, которые приводят к образованию четверных корреляций нуклонов в том случае, если взаимодействия между парами имеют характер притяжения. В результате, некоторые закономерности в области легких ядер, понятые с точки зрения α -частичной модели ядра, объяснены в рамках оболочечной модели путем учета четверных корреляций. Разработанный математический аппарат и основные результаты позволяют провести конкретные расчеты влияния четверных корреляций на те или иные свойства легких ядер.

В заключение выражаю глубокую благодарность Н.Н. Боголюбову за постоянный интерес к работе и весьма ценные замечания, а также Б.С. Джелепову за интересные обсуждения.

Рукопись поступила в издательский отдел 10 декабря 1959 года.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, В.В.Толмачев, Д.В.Ширков "Новый метод в теории сверхпроводимости". Изд-во АН СССР, 1958.

2. В.Б.Беляев, Б.Н.Захарьев, В.Г.Соловьев , ЖЭТФ /в печати/.

3. Н.Н.Боголюбов, Д.Н.Зубарев, Ю.А.Церковников. ДАН СССР, 117, 788, /1957/.

4. Н.Н.Боголюбов, ДАН СССР, 119, 244 /1958/.

5. В.Г. Соловьев, ЖЭТФ: 35, 823 /1958/; Nucl.Phys. 9, 655 /1958/1959/.

6. В.Г.Соловьев. ДАН СССР /в печати/.

7. Н.Н.Боголюбов. УФН 67, 549 /1959/.

8. D.M.Brink, A.K.Kerman, Nucl.Phys.12, 314 (1959). I.Talmi, R.Thieberger, Phys.Rev.103, 718 (1956).

9. Н.Н.Боголюбов, С.В.Тябликов. ДАН СССР, 126 , 53 /1959/.

10. А.Б.Мигдал, ЖЭТФ, 37, 249 /1959/.