

6
-63
7.3
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

P - 431

В.Г. Зинов, С.М. Коренченко, Н.И. Полумордвинова,
Г.Н. Тентюкова

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ РАССЕЯНИЯ
 π -МЕЗОНОВ НА ВОДОРОДЕ
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ 240-330 МЭВ
ЖЭТФ, 1960, т 38, в 5, с 1407-1418.

А н н о т а ц и я

В работе приведены результаты фазового анализа экспериментальных данных по рассеянию π -мезонов на нуклонах в области энергий 240-330 Мэв. С удовлетворительной точностью получены сведения о фазовых сдвигах взаимодействия π -мезонов в состояниях с изотопическим спином $T=1/2$.

P - 431

В.Г. Зинов, С.М. Коренченко, Н.И. Полумордвинова,
Г.Н. Тентюкова

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ РАССЕЯНИЯ
 π -МЕЗОНОВ НА ВОДОРОДЕ
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ 240-330 МЭВ

509/4 mp.

2.1.2

Объединяемый институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. Формулы фазового анализа

При фазовом анализе экспериментальных данных ^{/1/} нами использовался формализм изотопического спина, основанный на гипотезе о зарядовой независимости ядерных сил. При энергиях ~ 300 Мэв можно ожидать заметного вклада в рассеяние состояний с орбитальными моментами $l > 1$, в первую очередь с $l = 2$. Если предположить, что фазовые сдвиги являются действительными величинами, то дифференциальные сечения рассеяния π -мезонов на водороде записываются следующим образом ^{/2/}:

$$\begin{aligned} \kappa^2 \left(\frac{d\sigma}{d\omega} \right)_{\pi^+ \rightarrow \pi^+} = & \left[\sin^2 \alpha_3 + (\sin^2 \alpha_{31} + 2 \sin^2 \alpha_{33}) \cos \vartheta + \right. \\ & \left. + (2 \sin^2 \delta_{33} + 3 \sin^2 \delta_{35}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_3 + \right. \\ & \left. + (\sin 2\alpha_{31} + 2 \sin 2\alpha_{33}) \cos \vartheta + (2 \sin 2\delta_{33} + \right. \quad /1/ \\ & \left. + 3 \sin 2\delta_{35}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \sin^2 \vartheta \left\{ \left[\sin^2 \alpha_{33} - \sin^2 \alpha_{31} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin^2 \delta_{35} - \sin^2 \delta_{33}) \right]^2 + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_{33} - \sin 2\alpha_{31} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin 2\delta_{35} - \sin 2\delta_{33}) \right]^2 \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9\kappa^2 \left(\frac{d\sigma}{d\omega} \right)_{\pi^+ \rightarrow \pi^-} = & \left[\sin^2 \alpha_3 + 2 \sin^2 \alpha_1 + (2 \sin^2 \alpha_{33} + \right. \\ & \left. + \sin^2 \alpha_{31} + 2 \sin^2 \alpha_{11} + 4 \sin^2 \alpha_{13}) \cos \vartheta + (2 \sin^2 \delta_{33} + \right. \\ & \left. + 3 \sin^2 \delta_{35} + 4 \sin^2 \delta_{13} + 6 \sin^2 \delta_{15}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \\ & + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_3 + 2 \sin 2\alpha_1 + (\sin 2\alpha_{31} + 2 \sin 2\alpha_{33} + \right. \quad /2/ \\ & \left. + 2 \sin 2\alpha_{11} + 4 \sin 2\alpha_{13}) \cos \vartheta + (2 \sin 2\delta_{33} + \right. \\ & \left. + 3 \sin 2\delta_{35} + 4 \sin 2\delta_{13} + 6 \sin 2\delta_{15}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin^2 \vartheta \left\{ \left[\sin^2 \alpha_{33} + 2 \sin^2 \alpha_{13} - \sin^2 \alpha_{31} - 2 \sin^2 \alpha_{11} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin^2 \delta_{35} + 2 \sin^2 \delta_{15} - \sin^2 \delta_{33} - 2 \sin^2 \delta_{13}) \right]^2 \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_{33} + 2 \sin 2\alpha_{13} - \sin 2\alpha_{31} - 2 \sin 2\alpha_{11} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin 2\delta_{35} + 2 \sin 2\delta_{15} - \sin 2\delta_{33} - 2 \sin 2\delta_{13}) \right]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{9}{2} \kappa^2 \left(\frac{d\sigma}{d\omega} \right)_{\pi \rightarrow \pi^0} & = \left[\sin^2 \alpha_3 - \sin^2 \alpha_1 + (\sin^2 \alpha_{31} + \right. \\
 & \left. + 2 \sin^2 \alpha_{33} - \sin^2 \alpha_{11} - 2 \sin^2 \alpha_{13}) \cos \vartheta + \right. \\
 & \left. + (2 \sin^2 \delta_{33} + 3 \sin^2 \delta_{35} - 2 \sin^2 \delta_{13} - 3 \sin^2 \delta_{15}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \\
 & + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_3 - \sin 2\alpha_1 + (\sin 2\alpha_{31} + 2 \sin 2\alpha_{33} - \right. \\
 & \left. - \sin 2\alpha_{11} - 2 \sin 2\alpha_{13}) \cos \vartheta + (2 \sin 2\delta_{33} + \right. \\
 & \left. + 3 \sin 2\delta_{35} - 2 \sin 2\delta_{13} - 3 \sin 2\delta_{15}) \mathcal{P}_2(\cos \vartheta) \right]^2 + \quad |3| \\
 & + \sin^2 \vartheta \left\{ \left[\sin^2 \alpha_{33} - \sin^2 \alpha_{31} - \sin^2 \alpha_{13} + \sin^2 \alpha_{11} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin^2 \delta_{35} - \sin^2 \delta_{33} - \sin^2 \delta_{15} + \sin^2 \delta_{13}) \right]^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} \left[\sin 2\alpha_{33} - \sin 2\alpha_{31} - \sin 2\alpha_{13} + \sin 2\alpha_{11} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 3 \cos \vartheta (\sin 2\delta_{35} - \sin 2\delta_{33} - \sin 2\delta_{15} + \sin 2\delta_{13}) \right]^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Полные сечения /после интегрирования 1-3/ записываются в виде:

для π^+ -мезонов

$$\sigma_t^+ = \frac{4\pi}{k^2} \left(\sin^2 \alpha_3 + 2 \sin^2 \alpha_{33} + \sin^2 \alpha_{31} + 3 \sin^2 \delta_{35} + 2 \sin^2 \delta_{33} \right), \quad /4/$$

для π^- -мезонов

$$\sigma_t^- = \frac{4\pi}{3k^2} \left(\sin^2 \alpha_3 + \sin^2 \alpha_{31} + 2 \sin^2 \alpha_{33} + 2 \sin^2 \alpha_1 + 2 \sin^2 \alpha_{11} + 4 \sin^2 \alpha_{13} + 2 \sin^2 \delta_{33} + 3 \sin^2 \delta_{35} + 4 \sin^2 \delta_{13} + 6 \sin^2 \delta_{15} \right). \quad /5/$$

Обозначения фазовых сдвигов даны в таблице 1.

Таблица 1

Состояние	$S_{1/2}$	$P_{1/2}$	$P_{3/2}$	$D_{3/2}$	$D_{5/2}$
$T = 3/2$	α_3	α_{31}	α_{33}	δ_{33}	δ_{35}
$T = 1/2$	α_1	α_{11}	α_{13}	δ_{13}	δ_{15}

2. Метод вычисления фазовых сдвигов и их ошибок

Согласно методу наименьших квадратов, находился такой набор фазовых сдвигов, который давал бы минимальное значение суммы взвешенных квадратов отклонений

$$M = \sum_i \left(\frac{\sigma_{i\text{выч}} - \sigma_{i\text{эксп}}}{\epsilon_i} \right)^2, \quad /6/$$

где $\sigma_{i\text{выч}}$ - дифференциальные и полные сечения, вычисленные из фаз с помощью формул /1-3/; $\sigma_{i\text{эксп}}$ - соответствующие экспериментальные значения сечений; ϵ_i - экспериментальные ошибки в измеренных сечениях.

Все вычисления были сделаны с помощью быстродействующей счетной электронной машины "Стрела".

Чтобы уменьшить время, необходимое для проведения вычислений, нахождение минимального значения M проводилось градиентным способом. Минимальному значению $M = M_{\min}$ соответствует определенная точка в гиперпространстве фазовых сдвигов. Функции $M = \text{const}$ для всех значений $M > M_{\min}$ образуют систему гиперповерхностей, которые являются поверхностями уровня скалярного поля $M(\alpha)$. Очевидно, что двигаясь по градиенту этого поля, можно наиболее быстро придти в точку минимума. В соответствии с этим, в исходной точке гиперпространства фазовых сдвигов определялось значение M_1 и нормаль к гиперповерхности $M_1 = \text{const}$ в этой точке. Затем все фазы получали такое приращение, чтобы продвинуться в направлении этой нормали примерно на один градус. В новой точке производилось вычисление $M = M_2$, и новое значение M_2 сравнивалось с исходным. Если было $M_2 < M_1$, то движение вдоль начального градиента повторялось до тех пор, пока новое значение M не оказывалось больше предыдущего. Тогда в предпоследней точке определялось новое направление градиента, и дальнейшее движение происходило вдоль этого направления с прежним шагом. Так делалось до тех пор, пока после вычисления градиента первый же шаг не приводил к увеличению M . В этом случае величина шага уменьшалась вдвое, и дальше весь ход вычислений происходил аналогично предыдущему. Затем шаг уменьшался еще в два раза и т.д. Вычисления прекращались, когда требуемый шаг составлял 2^{-4} градуса.

После нахождения решения ($M = M_{\min}$) вычислялись ошибки фаз. Разложение функции $M(\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ в точке M_0 в ряд Тейлора дает:

$$M = M_0 + \sum_i \frac{\partial M}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 M}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \Delta \alpha_i \Delta \alpha_j + \dots \quad 17/$$

В точке минимума второй член исчезает и

$$M - M_{\min} \cong \sum_i \sum_j S_{ij} \Delta \alpha_i \Delta \alpha_j, \quad 18/$$

где

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}.$$

Выражение /8/ определяет гиперэллипсоид в точке минимума, т.е. матрица коэффициентов $\langle S_{ij} \rangle$ определяет чувствительность M_{min} к отклонениям фаз от оптимальных значений. Соответственно члены обратной матрицы $\langle S_{ij} \rangle^{-1}$ определяют ошибки фаз (при $i=j$) и связь фаз друг с другом (при $i \neq j$)^{/3/}.

Коэффициенты S_{ij} можно вычислить непосредственно из формулы /8/, но это слишком сложно. Нами использовался приближенный метод конечных разностей. Для определения диагональных элементов S_{ii} давалось приращение фазе α_i , равное $\Delta\alpha_i$, и определялось значение M . Тогда, согласно /8/,

$$S_{ii} = \frac{M - M_{min}}{(\Delta\alpha_i)^2} \quad /9/$$

Вычисления проделывались как для положительных, так и для отрицательных приращений фазы α_i , результат усреднялся.

При нахождении недиагональных элементов приращение получали обе фазы. Бралась все возможные знаки приращений и результат усреднялся. Если обозначить величины M соответственно возможным комбинациям знаков приращений $\Delta\alpha_i$ и $\Delta\alpha_j$ ($++$, $--$, $+-$, $-+$) как M_{++} , M_{--} , M_{+-} , M_{-+} , то имеем:

$$\begin{aligned} M_{++} - M_{min} &= S_{ii} (\Delta\alpha_i)^2 + S_{jj} (\Delta\alpha_j)^2 + 2 S_{ij} (\Delta\alpha_i) \cdot (\Delta\alpha_j) \\ M_{--} - M_{min} &= S_{ii} (-\Delta\alpha_i)^2 + S_{jj} (-\Delta\alpha_j)^2 + 2 S_{ij} (-\Delta\alpha_i) \cdot (-\Delta\alpha_j) \\ M_{+-} - M_{min} &= S_{ii} (\Delta\alpha_i)^2 + S_{jj} (-\Delta\alpha_j)^2 + 2 S_{ij} (\Delta\alpha_i) \cdot (-\Delta\alpha_j) \\ M_{-+} - M_{min} &= S_{ii} (-\Delta\alpha_i)^2 + S_{jj} (\Delta\alpha_j)^2 + 2 S_{ij} (-\Delta\alpha_i) \cdot (\Delta\alpha_j) \end{aligned} \quad /10/$$

Вычитая из суммы первых двух равенств /10/ третье и четвертое получаем (при $\Delta\alpha_i = \Delta\alpha_j = \Delta\alpha$)

$$S_{ij} = \frac{(M_{++} + M_{--}) - (M_{+-} + M_{-+})}{8 (\Delta\alpha)^2} \quad /11/$$

Во всех случаях приращение $\Delta\alpha$ составляло 1° .

3. Фазовый анализ с учетом S и P -волн (SP -анализ)

При проведении фазового анализа для каждого значения энергии π -мезонов использовалось 25 экспериментальных точек: восемь дифференциальных сечений упругого рассеяния π^+ -мезонов на протонах, семь дифференциальных сечений упругого рассеяния π^- -мезонов, восемь дифференциальных сечений обменного рассеяния π^- -мезонов на водороде и полные сечения рассеяния π^+ и π^- -мезонов на водороде.

Величины дифференциальных сечений упругого рассеяния π^\pm -мезонов на водороде и полных сечений взаимодействия π^\pm -мезонов с водородом, а также начальные значения фазовых сдвигов для состояний с $T = 3/2$ были взяты из работ Мухина и др. ^{/4,5,6,7/}.

Дифференциальные сечения рассеяния π^+ -мезонов на водороде при энергии 333 Мэв определялись путем интерполяции данных работ Мухина, Озерова, Понтекорво ^{/6/} и Григорьева, Митина ^{/8/}. Результаты фазового анализа при энергии 333 Мэв в связи с этим нельзя считать полностью независимыми.

Исходные значения фазовых сдвигов для состояний с $T = 1/2$ получались с помощью графического метода Ашкина ^{/9/}. Этот метод дает два возможных набора сдвигов /варианты 1,3 таблицы 2-6/. Наряду с ними, в качестве исходных использовались два набора фаз при каждой энергии, отличающиеся от полученных графическим методом противоположным знаком фазы α_1 /варианты 2,4/, и два набора с отрицательными фазовыми сдвигами P -волн с $T = 1/2$ /варианты 6,7/. Такие наборы должны были лучше согласовываться с некоторыми данными по фоторождению ^{/10/}.

Помимо данных работы ^{/11/}, были также обработаны данные при энергии 220 Мэв, полученные Ашкиным и др. ^{/11/}.

Начальные значения фазовых сдвигов и значения их, найденные в результате вычислений, приведены в таблицах 2-6.

Из таблиц 2-6 видно, что имеется только два устойчивых варианта решения, которые наблюдаются при всех энергиях. В каждом из этих вариантов одни и те же фазовые сдвиги при разных энергиях не сильно отличаются друг от друга. Это решения „ α ” и „ β ”. Остальные варианты либо совпадают с

упомянутыми выше решениями, либо дают значения фазовых сдвигов, наблюдаемые лишь при некоторых энергиях /например, вариант 4 при энергиях 240 и 270 Мэв/. По-видимому, эти последние решения связаны с математической стороной задачи, а не с физической, то-есть являются случайными.

Из решений "а" и "в" только решение "а" достаточно хорошо описывает экспериментальные данные. Действительно, ожидаемое значение M при SP -анализе равно 19 (25 экспериментальных точек минус 6 фазовых сдвигов). В случае решения "в" значение M почти при всех энергиях имеет величину ~ 30 . Вероятность получить такое значение M равна $\sim 5\%^{12/}$. При энергии 307 Мэв значение M для решения "в" достигает величины 71. Вероятность наблюдать такое значение M пренебрежимо мала. В то же время значения M , получаемые в решении "а", хорошо согласуются с ожидаемыми значениями.

Угловые распределения π^- -мезонов и γ -квантов при упругом и обменном рассеянии, вычисленные из фазовых сдвигов решения "а", показаны на рис. 1 - 4.

Нужно еще отметить одну особенность в решении "в", а именно, что знаки фаз α_1 и α_{11} при переходе от энергии 240 Мэв к энергии 270 Мэв меняются на противоположные. Кажется мало вероятным, что фаза α_1 , имеющая положительный знак при малых энергиях, меняет его дважды в области энергий между 150 Мэв и 270 Мэв. Дополнительным критерием, позволяющим сделать выбор между различными решениями, являются результаты опытов по изучению поляризации протонов отдачи при взаимодействии π^- -мезонов с водородом. Эти опыты были сделаны Ашкиным и др.^{13/} при энергии π^- -мезонов 223 Мэв; Василевским и Вишняковым^{14/} (предварительные данные) при энергии π^- -мезонов 300 Мэв. Из этих опытов следует, что решение "а" является более вероятным.

Все сказанное выше позволяет сделать вывод о том, что с большей вероятностью рассеяние π^- -мезонов на протонах в области энергий выше "резонансной" описывается решением "а". Матрицы ошибок для этого решения приведены в таблицах 7-11. Ошибки фаз решения "а", которые приводятся в таблицах 2-6, есть диагональные элементы соответствующих матриц.

Фазовые сдвиги в состояниях с изотопическим спином $T=3/2$, даваемые решением „а”, фактически не отличаются от тех, которые получаются из экспериментов с π^+ -мезонами^{/7/}.

О фазовых сдвигах в состояниях с изотопическим спином $T = 1/2$ можно сказать следующее. Фаза S -состояния положительна. Зависимость величины этой фазы от импульса показана на рис. 5. Видно, что поведение фазы α_1 с точностью до ошибок в определении ее величины не противоречит той линейной зависимости, которая наблюдается при малых энергиях ($\alpha_1 = 9,9^\circ$).

О фазовом сдвиге α_{11} можно сказать, что его величина не превышает 10° . Знак этой фазы, по-видимому, положительный.

Фаза α_{13} , как видно из таблиц 2-6, мала по абсолютной величине $/1^\circ-5^\circ/$. По-видимому, знак у нее отрицательный. Здесь нужно заметить, что согласно теории Чу^{/15, 16, 17/}, фаза α_{13} должна быть отрицательной и примерно равна фазе α_{31} . С точностью до ошибок фазовые сдвиги решения „а” удовлетворяют этому условию.

В опубликованной работе Чиу и Ломона^{/18/} приводится фазовый анализ данных Ашкина и др. и наших предварительных данных при 307 Мэв. Ввиду того, что решение, которое они считают наиболее достоверным, не совпадает с нашим решением „а”, были проведены дополнительные вычисления. При этих расчетах в качестве исходных брались фазы решения, даваемого Чиу и Ломоном. При всех энергиях (кроме 240) они привели к решению „б”.

При энергиях 307 и 333 Мэв имеют заметную величину сечения неупругих процессов. Поэтому фазы рассеяния, строго говоря, уже нельзя считать действительными числами. В общем виде дифференциальные сечения для рассеяния π -мезонов на нуклонах в состоянии с определенным изотопическим спином могут быть записаны следующим образом:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{\pi^+ \rightarrow \pi^+} = \left| \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{a_{\ell}}{2i\kappa} \mathcal{P}_{\ell}(\cos\vartheta) \right|^2 + \left| \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{b_{\ell}}{2i\kappa} \mathcal{P}_{\ell}(\cos\vartheta) \right|^2, \quad /12/$$

где κ - импульс π -мезона в системе центра масс, а a_{ℓ} и b_{ℓ} определяются выражениями

$$a_e = (l+1) e^{2i\alpha_{3,2e+1}^e} + e e^{2i\alpha_{3,2e-1}^e} - (2l+1)$$

$$b_e = e^{2i\alpha_{3,2e+1}^e} - e^{2i\alpha_{3,2e-1}^e}$$

/13/

Наличие мнимой части у фазы приводит к тому, что в /13/ вместо выражений вида $e^{2i\alpha_e}$ появляются выражения вида $\beta_e e^{2i\alpha_e}$, где β_e и α_e действительные числа. Используя полученные экспериментально сечения неупругих процессов /19/, можно на основании общей квантово-механической теории неупругого рассеяния /20/ оценить величину β_e . Оказывается, что даже при энергии 333 Мэв для любого состояния величина β_e отличается от единицы не более, чем на /2-3%, что соответствует величине мнимой части не более $0,5^\circ$. Малое отличие β_e от единицы приводит к тому, что максимальное возможное изменение фаз, связанное с учетом неупругих процессов, согласно сделанным оценкам, не будет превышать $\sim \pm 3^\circ$, т.е. не превышает точности определения фаз. Таким образом, вплоть до энергий 330 Мэв фазовый анализ, сделанный в предположении, что фазы - действительные числа, является, по-видимому, достаточно хорошим приближением.

4. Фазовый анализ с учетом S, P и D- волн / SPD-анализ /

При энергиях π -мезонов ~ 300 Мэв можно ожидать заметный вклад D-волн ($l = 2$) в рассеяние.

В связи с этим для всех энергий π -мезонов был сделан фазовый анализ с учетом D-волн. В качестве исходных фаз S и P-волн при SPD-анализе использовались фазы решений "a" и "b", полученные при SP-анализе. Исходные значения фазовых сдвигов D-волн в состояниях с $T = 3/2$, в соответствии с результатами, полученными в экспериментах с π^+ -мезонами /7/, были приняты равными: $\delta_{33} = 6^\circ$ и $\delta_{35} = -6^\circ$. Абсолютные значения начальных фазовых сдвигов D-волн в состояниях с изотопическим спином $T = 1/2$ по абсолютной величине были взяты равными 8° . Знаки у этих фазовых сдвигов брались во всех возможных комбинациях, то есть /--/, /+/, /-+/, /+-/. Таким образом, для каждой энергии получалось восемь вари-

антов начальных значений фаз: четыре для решения „а” и четыре для решения „б”.

В результате проведенных вычислений исходные варианты, отличающиеся только знаками фаз δ_{13} и δ_{15} , привели к одному и тому же решению. Другими словами, было получено по два окончательных варианта решения: одно для исходного решения „а” и другое для решения „б”. Значения фазовых сдвигов, соответствующие решениям „а” и „б”, приведены в таблицах 12 и 13. Эти два варианта решений называются в дальнейшем решение „а_{SPD}” и решение „б_{SPD}”.

Для энергии 333 Мэв в решении „а” получилось три различных варианта решения. Два из них приведены в таблице 12. Эти решения дают значения фазовых сдвигов, соответствующие тем, которые получаются при меньших энергиях.

Из таблицы 12 видно, что фазовые сдвиги α_1 , α_{11} и α_{13} решения „а” при учете \mathcal{D} -волн изменяются не более, чем на несколько градусов, то есть остаются в пределах ошибок. Этот результат можно было ожидать потому, что одни только S и P -фазы уже достаточно хорошо описывали экспериментальные данные.

Фазовые сдвиги \mathcal{D} -волн в состояниях с изотопическим спином $T=3/2$, δ_{33} и δ_{35} , не отличаются фактически от тех, которые были получены ранее в работе Мухина и Понтекорво¹⁷¹.

Фазовые сдвиги \mathcal{D} -волн в состоянии с изотопическим спином $T=1/2$, δ_{13} и δ_{15} , как это видно из таблицы 12, малы. Точность их определения не позволяет сделать определенный вывод о знаках этих фаз.

О решении „б_{SPD}” трудно сказать что-либо определенное. Совершенно отбросить его на том основании, что соответствующее решение „б” при SP -анализе не согласуется с экспериментальными данными, нельзя. Не исключена возможность, что плохое согласие, даваемое решением „б_{SPD}”, связано с необходимостью учитывать \mathcal{D} -волны при анализе. Кажется, однако, весьма мало вероятным, что уже при энергиях 240–307 Мэв имеют место такие большие значения \mathcal{D} -фаз (до 15°), какие получаются в решении „б_{SPD}”. Дисперсионные соотношения /см. следующий параграф/ дают дополнительные указания на то, что решение „б_{SPD}”, по-видимому, не является правильным.

5. Сравнение результатов фазового анализа с дисперсионными соотношениями

Как известно, дисперсионные соотношения позволяют определить зависимость величины действительной части амплитуды рассеяния под 0° ($\mathcal{D}(0)$) от энергии π -мезонов.

Выражение для $\mathcal{D}_-(0)$ можно получить из формулы /2/ для сечения упругого рассеяния π^- -мезонов на водороде, которое представляет из себя сумму квадратов действительной и мнимой части амплитуды рассеяния. Имеем:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_-(0) = \frac{1}{6\kappa} & \left(\sin 2\alpha_3 + \sin 2\alpha_{31} + 2 \sin 2\alpha_{33} + \right. \\ & + 2 \sin 2\delta_{33} + 3 \sin 2\delta_{35} + 2 \sin 2\alpha_1 + 2 \sin 2\alpha_{11} + \\ & \left. + 4 \sin 2\alpha_{13} + 4 \sin 2\delta_{13} + 6 \sin 2\delta_{15} \right). \end{aligned} \quad - /13/$$

Вычисленные из фаз значения $\mathcal{D}_-(0)$ показаны на рис. 6. Видно, что решение "а" дает вполне удовлетворительное согласие с кривой, полученной в /14/ с величиной константы связи мезон-нуклонного взаимодействия равной $f^2 = 0,08$.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность Б.Понтекорво за постоянное внимание и помощь в работе; А.И.Мухину, Л.И.Лapidусу, С.Н.Соколову, Н.П.Клепикову за многочисленные и плодотворные дискуссии; И.В.Поповой и Л.А.Чудову за ценную помощь при составлении программы на электронно-счетную машину.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 ноября 1959 года.

Таблица 2

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергии
 \mathcal{K} -мезонов 220 Мэв (данные Ашкина и др./II/)

Вариант		3	6	1	2	4	7
Исходн. значения	α_3	-12,0	-19,0	-12,0	-12,0	-12,0	-19,0
	α_{31}	0,0	-5,0	0,0	0,0	0,0	-5,0
	α_{33}	107,0	125,0	107,0	107,0	107,0	125,0
	α_1	10,0	10,0	10,0	-10,0	-10,0	-10,0
	α_{11}	8,0	-10,0	-6,0	-6,0	8,0	-10,0
	α_{13}	-3,0	-10,0	5,0	5,0	-3,0	-10,0
	M	36,0	687,0	109,0	88,0	122,0	1559,0
	Решение		а		в		
Знач. в минимуме	α_3	-15,8 \pm 1,5		- 17,0			
	α_{31}	- 2,0 \pm 2,9		- 0,1			
	α_{33}	111,0 \pm 1,8		112,0			
	α_1	14,0 \pm 4,3		- 7,0			
	α_{11}	6,2 \pm 3,3		16,1			
	α_{13}	- 5,2 \pm 0,8		3,6			
	M	16,1		14,5			

Таблица 3

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергии
 \mathcal{K} -мезонов 240 Мэв

Вариант		1	3	5	4	2	6	7
Исходн. значения	α_3	-18,1	-18,1	-14,7	-18,1	-18,1	-19,0	-19,0
	α_{31}	-2,6	-2,6	-3,2	-2,6	-2,6	-5,0	-5,0
	α_{33}	114,7	114,7	109,5	114,7	114,7	125,0	125,0
	α_1	10,0	10,0	8,0	-10,0	-10,0	10,0	-10,0
	α_{11}	-6,5	8,0	-5,4	8,0	-6,5	-10,0	-10,0
	α_{13}	4,5	-2,5	+3,3	-2,5	4,5	-10,0	-10,0
	M	60,0	20,0	85,0	140,0	121,0	468,0	832,0
	Решение		а			с	в	
Знач. в минимуме	α_3	-18,1 \pm 1,3			-18,5	-19,6		
	α_{31}	- 3,0 \pm 2,5			- 0,5	- 1,4		
	α_{33}	115,0 \pm 1,0			115,0	115,0		
	α_1	11,2 \pm 4,4			4,8	- 0,3		
	α_{11}	10,0 \pm 5,4			16,7	- 2,6		
	α_{13}	-2,4 \pm 1,4			1,7	14,0		
	M	18,8			18,8	29,7		

Таблица 4

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергии
 π -мезонов 270 МэВ

Вариант		3	6	7	4	1	2	5
Исходн. значения	α_3	-20,2	-19,0	-19,0	-20,2	-20,2	-20,2	-24,1
	α_{31}	-6,7	-5,0	-5,0	-6,7	-6,7	-6,7	-10,3
	α_{33}	129,3	125,0	125,0	129,3	129,3	129,3	132,8
	α_1	11,0	10,0	-10,0	-11,0	11,0	-11,0	9,6
	α_{11}	10,5	-10,0	-10,0	10,5	-17,5	-17,5	-10,0
	α_{13}	-7,5	-10,0	-10,0	-7,5	10,5	10,5	10,0
	M	76,0	404,0	727,0	410,0	104,0	180,0	216,0
	Решение	а			с	в		
Знач. в минимуме	α_3	-20,1 \pm 1,3			-19,9	-20,3		
	α_{31}	-7,0 \pm 1,8			-6,1	-8,2		
	α_{33}	129,0 \pm 0,9			129,2	129,7		
	α_1	25,7 \pm 2,5			3,0	0,2		
	α_{11}	5,3 \pm 3,0			27,3	-9,4		
	α_{13}	-1,2 \pm 1,2			4,1	20,1		
	M	9,6			15,3	27,0		

Таблица 5

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергии π -мезонов 307 МэВ

Вариант		3	4	6	7	1	2	5	
Исходн. значения	α_3	-25,0	-25,0	-25,0	-25,0	-25,0	-25,0	-24,0	
	α_{31}	-10,0	-10,0	-12,0	-12,0	-10,0	-10,0	-10,3	
	α_{33}	133,0	133,0	135,0	135,0	133,0	133,0	132,8	
	α_1	9,0	-9,0	10,0	-10,0	9,0	-9,0	9,6	
	α_{11}	10,0	10,0	-10,0	-10,0	-18,5	-18,5	-10,0	
	α_{13}	-9,0	-9,0	-10,0	-10,0	10,0	10,0	10,0	
	M	56,0	217,0	379,0	505,0	151,0	159,0	228,0	
	Решение	а				в			
Знач. в минимуме	α_3	-23,9 \pm 1,2				-23,6			
	α_{31}	-10,0 \pm 2,0				-15,4			
	α_{33}	132,4 \pm 0,9				135,2			
	α_1	17,1 \pm 5,2				4,1			
	α_{11}	11,4 \pm 3,3				-22,4			
	α_{13}	-5,0 \pm 1,2				14,6			
	M	29,0				71,0			

Таблица 6.

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергии π -мезонов 333 Мэв

Вариант		3	4	1	2	5	6	7
Исходные значения	α_3	-30,0	-30,0	-30,0	-30,0	-24,1	-25,0	-25,0
	α_{31}	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0	-10,3	-12,0	-12,0
	α_{33}	139,0	139,0	139,0	139,0	132,8	135,0	135,0
	α_1	10,0	-10,0	10,0	-10,0	9,6	10,0	-10,0
	α_{11}	10,0	10,0	-18,0	-18,0	-10,0	-10,0	-10,0
	α_{13}	-9,0	-9,0	10,0	10,0	10,0	-10,0	-10,0
	M	87	324	179	224	251	3875	6706
	Решение		a		b			d
Значения в минимуме	α_3	-26,5 \pm 1,4		-25,0			-28,0	
	α_{31}	-10,6 \pm 2,1		-15,7			-10,7	
	α_{33}	137,2 \pm 1,1		140,1			139,5	
	α_1	29,2 \pm 1,8		11,7			31,4	
	α_{11}	8,1 \pm 2,9		-24,0			-16,3	
	α_{13}	-2,0 \pm 1,3		16,0			10,0	
	M	22,6		33,1			94,4	

Таблица 7.

Матрица ошибок фазовых сдвигов (радиан²) $E_{\pi} = 220$ Мэв

	α_3	α_{31}	α_{33}	α_1	α_{11}	α_{13}	
α_3	0,000616	-0,000540	-0,000008	0,000068	0,000746	0,000128	
α_{31}	0,	0,002234	-0,000056	0,000380	-0,001266	0,000136	
α_{33}			0,000854	0,001638	-0,000516	0,000114	
α_1				0,004938	-0,002122	0,000388	
α_{11}					0,002984	-0,000032	
α_{13}						0,000170	

Таблица 8

Матрица ошибок фазовых сдвигов (радиан²) $E_x = 240$ МэВ

	α_3	α_{31}	α_{33}	α_1	α_{11}	α_{13}	
α_3	0,000492	-0,000180	-0,000042	-0,000316	0,000724	0,000176	
α_{31}		0,001754	-0,000038	0,000256	-0,001090	0,000080	
α_{33}			0,000256	0,000446	-0,000252	-0,000082	
α_1				0,005234	-0,004710	-0,000852	
α_{11}					0,007972	0,001464	
α_{13}						0,000532	

Таблица 9.

Матрица ошибок фазовых сдвигов (радиан²) $E_x = 270$ МэВ.

	α_3	α_{31}	α_{33}	α_1	α_{11}	α_{13}	
α_3	0,000448	-0,000028	0,000010	0,000100	0,000152	0,000126	
α_{31}		0,000862	-0,000028	0,000068	-0,000528	0,000082	
α_{33}			0,000216	0,000340	-0,000198	0,000108	
α_1				0,001640	-0,001360	0,000628	
α_{11}					0,002436	-0,000588	
α_{13}						0,000394	

509/4 мр.

Таблица 10

Матрица ошибок фазовых сдвигов (радиан²) $E_x = 307$ МэВ

	α_3	α_{31}	α_{33}	α_1	α_{11}	α_{13}	
α_3	0,000370	-0,000020	-0,000040	-0,000186	0,000238	0,000044	
α_{31}		0,001028	-0,000042	0,001198	-0,001140	0,000274	
α_{33}			0,000194	0,000520	-0,000104	0,000080	
α_1				0,007304	-0,002346	0,001364	
α_{11}					0,002896	-0,000478	
α_{13}						0,000396	

Таблица 11.

Матрица ошибок фазовых сдвигов (радиан²) $E_x = 333$ МэВ

	α_3	α_{31}	α_{33}	α_1	α_{11}	α_{13}	
α_3	0,000556	-0,000238	0,000122	0,000048	0,000562	-0,000004	
α_{31}		0,001188	-0,000286	0,000366	-0,001066	0,000518	
α_{33}			0,000344	0,000184	0,000240	0,000006	
α_1				0,000868	-0,000840	0,000404	
α_{11}					0,002268	-0,000766	
α_{13}						0,000460	

Объединенный институт
ядерных исследований
Библиотека

Фазовые сдвиги (в градусах) при энергиях

π -мезонов 240-333 МэВ

Таблица 12.

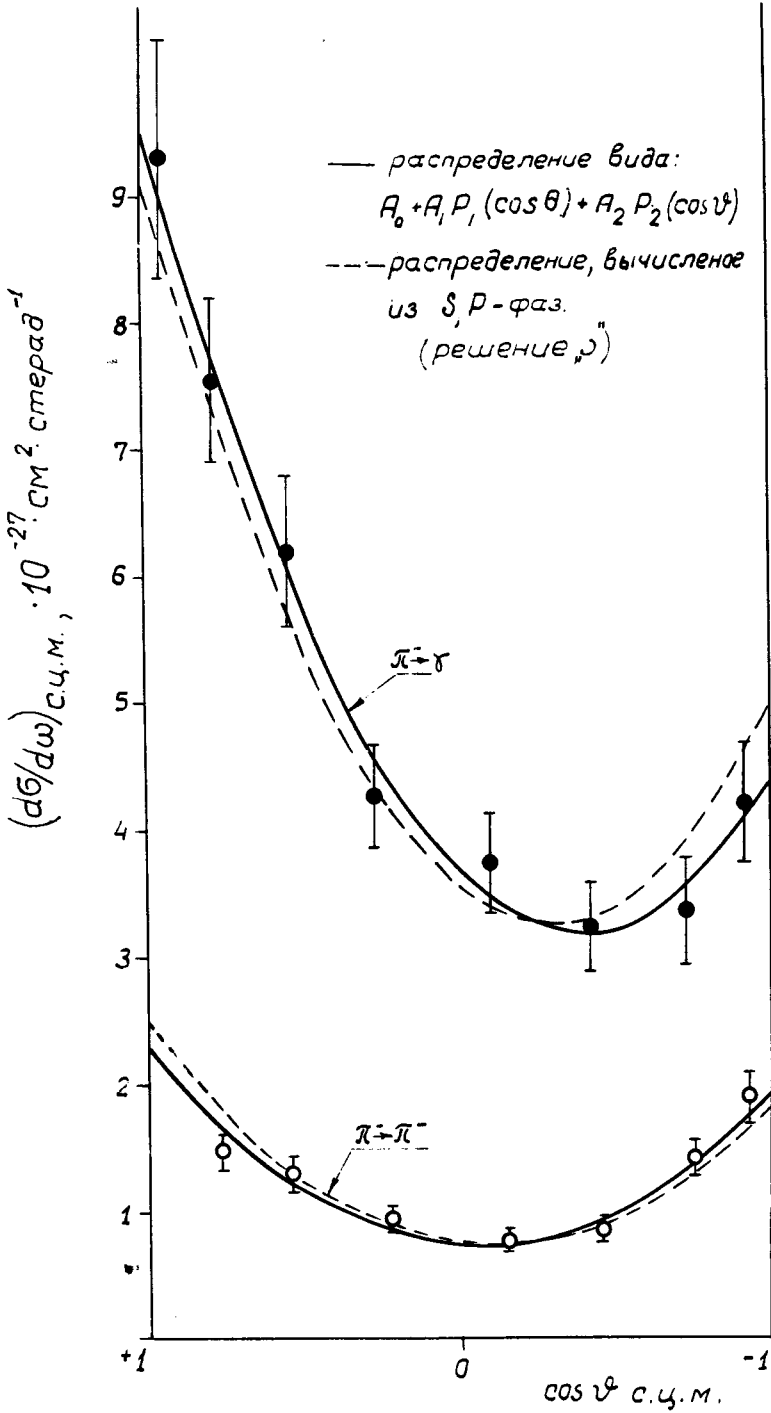
Решение "A_{SPD}"

Энергия мезонов в МэВ	240	270	307	333(1)	333(2)
α_3	-20,4 \pm 1,9	-15,0 \pm 6,2	-10,2 \pm 3,7	-22,0 \pm 1,6	-10,5 \pm 1,1
α_{31}	-4,2 \pm 3,6	-4,0 \pm 3,1	-3,6 \pm 2,2	-6,3 \pm 2,1	-2,8 \pm 1,7
α_{33}	116,7 \pm 2,8	128,4 \pm 1,0	134,7 \pm 1,9	136,2 \pm 1,1	139,7 \pm 1,5
δ_{33}	-0,9 \pm 3,4	3,9 \pm 6,6	11,1 \pm 3,0	2,4 \pm 1,3	12,1 \pm 1,8
δ_{35}	4,9 \pm 5,5	-5,3 \pm 5,1	-12,0 \pm 2,1	-4,3 \pm 1,0	-13,2 \pm 1,0
α_1	8,1 \pm 3,5	25,8 \pm 2,2	23,8 \pm 3,3	28,9 \pm 2,0	31,8 \pm 1,6
α_{11}	11,2 \pm 3,2	4,2 \pm 3,8	8,0 \pm 4,0	9,4 \pm 3,4	4,3 \pm 3,5
α_{13}	-1,4 \pm 1,45	-0,4 \pm 1,5	-2,2 \pm 1,9	-2,2 \pm 1,0	1,0 \pm 1,9
δ_{13}	3,0 \pm 2,1	0,8 \pm 2,2	1,3 \pm 1,4	2,0 \pm 1,1	0,8 \pm 1,5
δ_{15}	2,3 \pm 2,5	1,3 \pm 2,2	1,9 \pm 2,0	1,0 \pm 1,0	1,8 \pm 1,2
M_{mix}	9,7	5,9	7,0	16,2	9,6

Таблица 13.

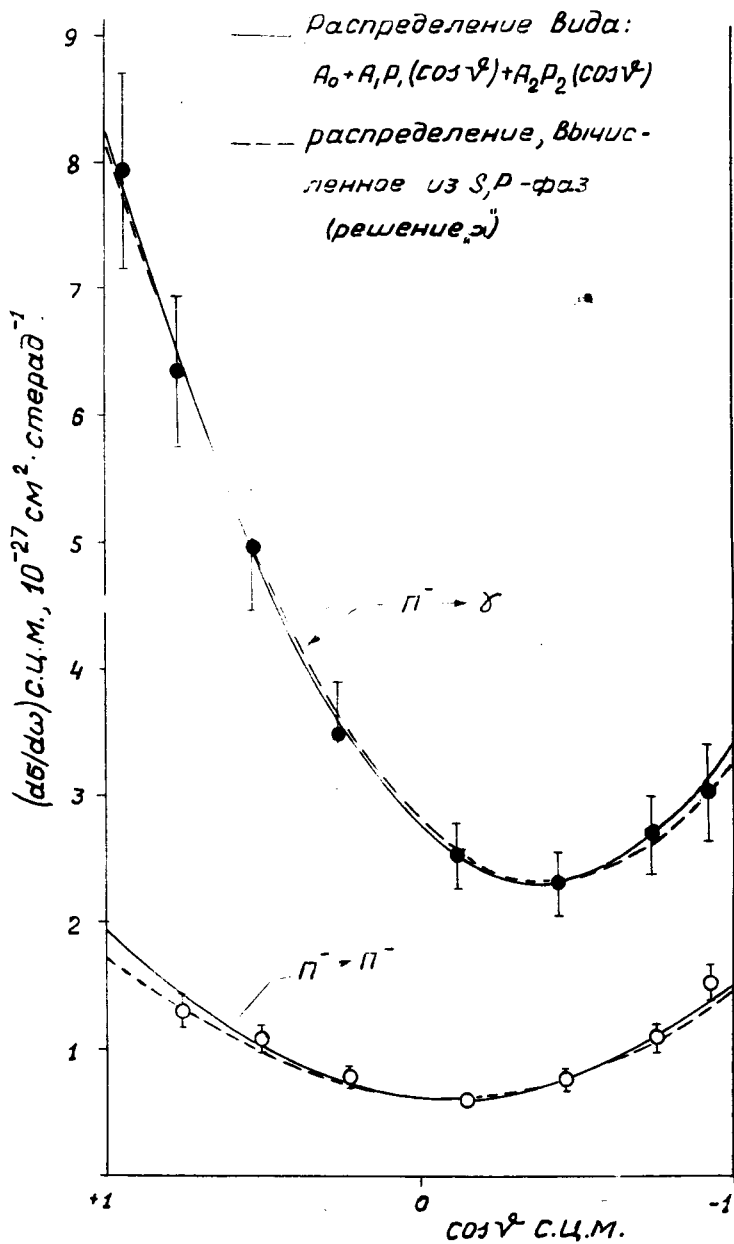
Решение "B_{SPD}"

Энергия мезонов в МэВ	240	270	307	333
α_3	-16,8	-16,0	-10,1	-19,8
α_{31}	-1,7	-6,3	-3,2	-9,6
α_{33}	115,5	128,0	134,7	136,3
δ_{33}	7,1	3,6	11,3	3,6
δ_{35}	-2,4	-5,7	-11,9	-6,1
α_1	-0,3	-4,8	-3,5	-3,0
α_{11}	-6,9	-12,9	0,0	-21,9
α_{13}	7,2	9,2	6,6	15,2
δ_{13}	6,2	9,0	15,0	2,7
δ_{15}	3,8	3,6	4,2	4,5
M_{mix}	13,9	10,1	5,3	17,5



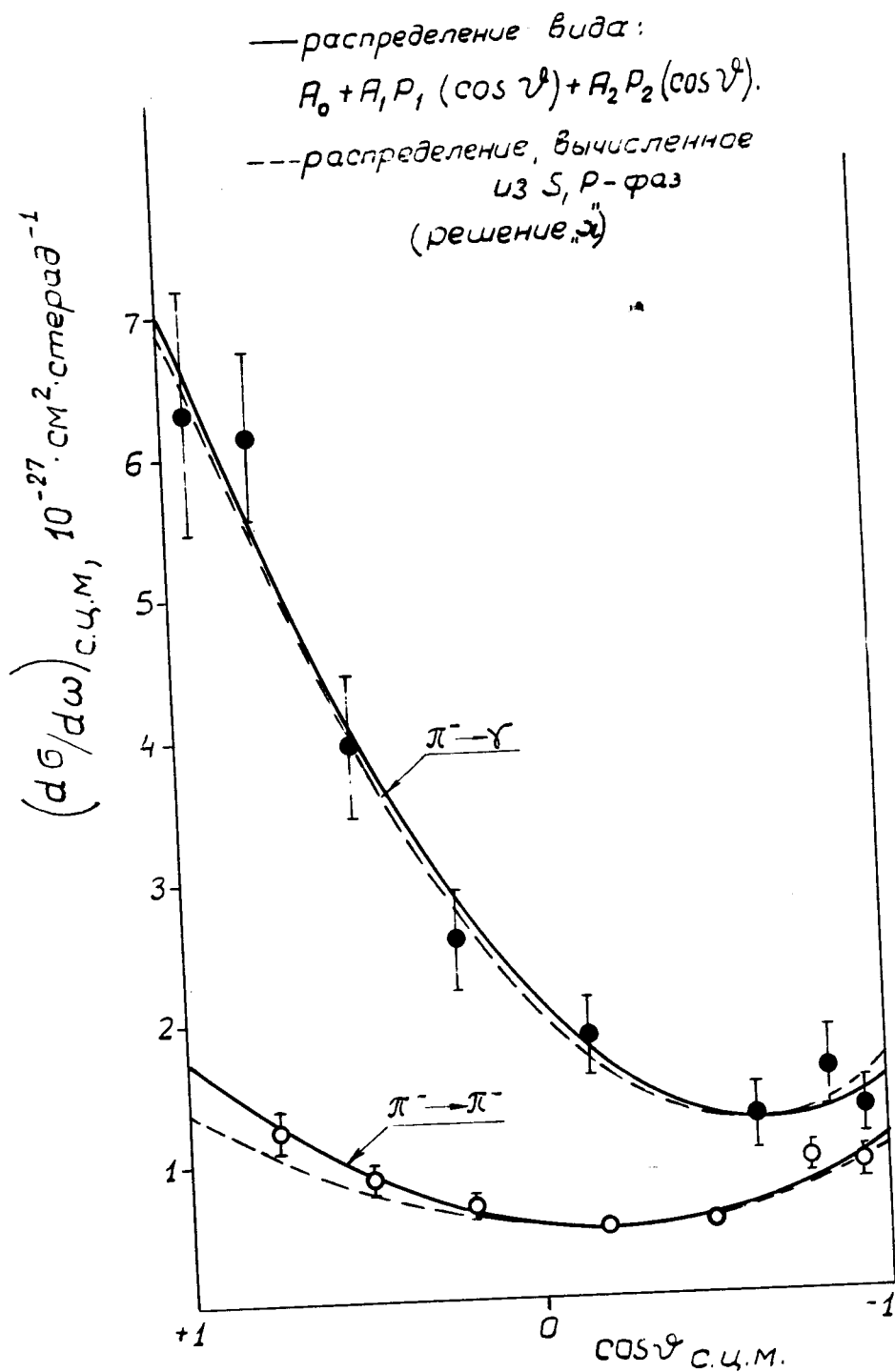
Дифференциальные сечения упругого и обменного рассеяния π^- -мезонов с энергией 240 мэв на водороде.

Рис. 1.



Дифференциальные сечения упругого и обменного рассеяния π^- -мезонов с энергией 270 мэв на водороде.

Рис. 2.



Дифференциальные сечения упругого и обменного рассеяния π^- -мезонов с энергией 333 мэв на водороде.

Рис. 4.

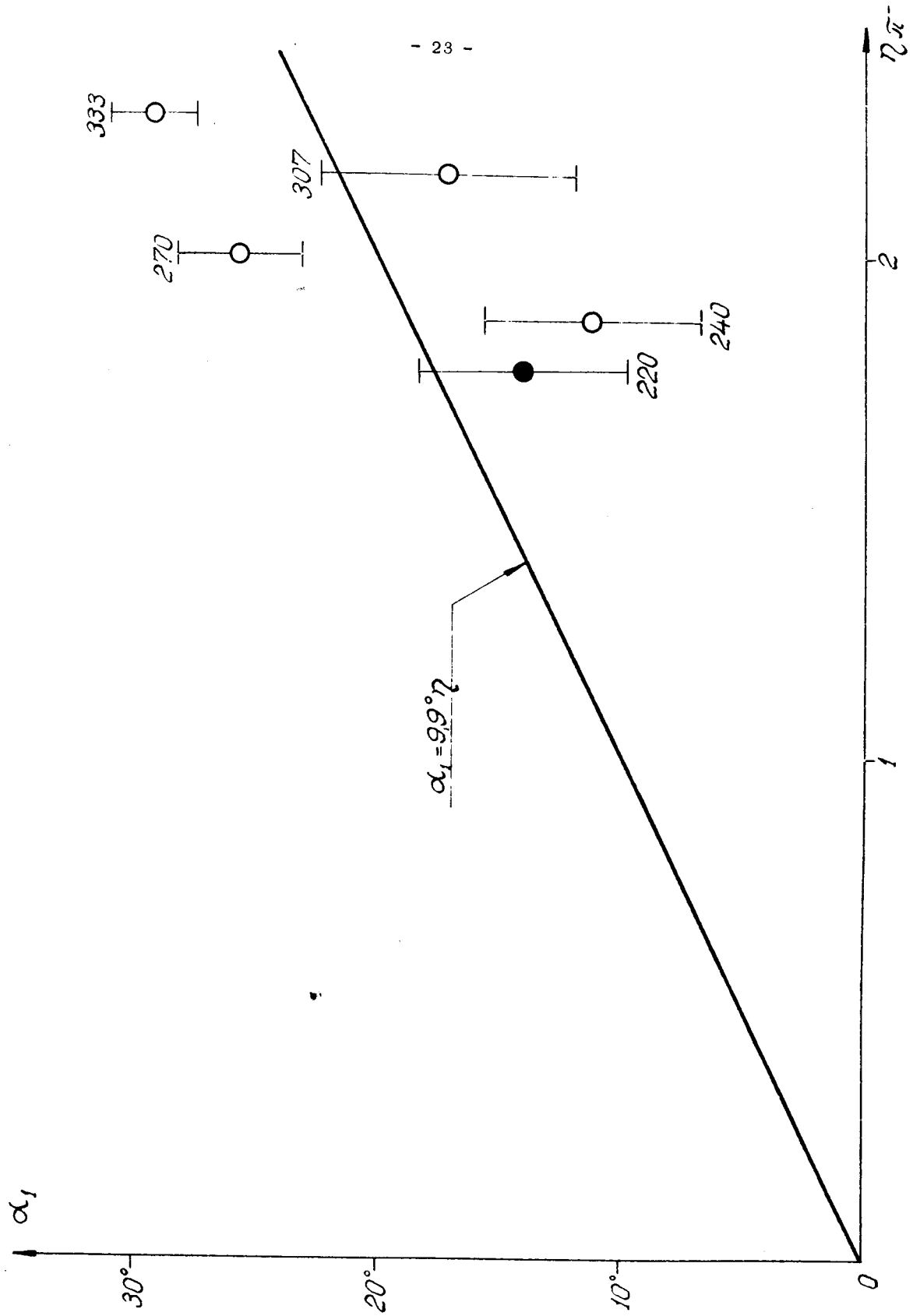
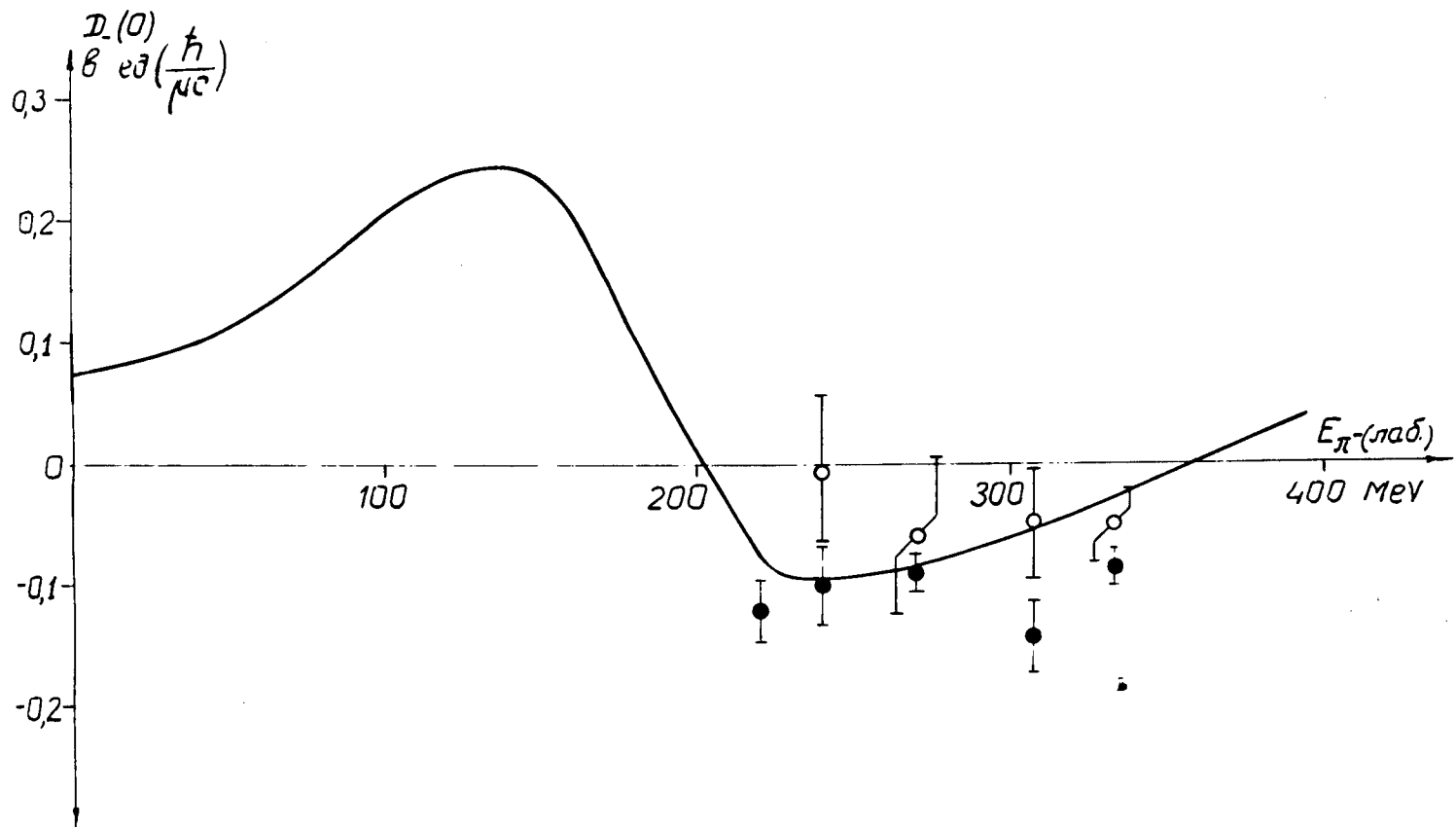


Рис. 5. Зависимость величины фазы α_1 от импульса $\eta\pi$ -мезона в с.п.м.



Зависимость действительной части амплитуды
 рассеяния по 0° , $D_-(0)$, от энергии π^- -мезонов.

- - SP-анализ (решение а)
- - SPD-анализ (решение a_{SPD})

Рис. 6.

Л и т е р а т у р а

1. В.Г.Зинов, С.М.Коренченко. ЖЭТФ /в печати/.
- В.Г.Зинов, С.М.Коренченко. ЖЭТФ / в печати/.
2. E.Clementel and C.Villi. Suppl.Nuov.Cim. 3, 474, (1955).
3. H.L. Anderson, W. C. Davidon, M. Glicksman and U.E. Kruse. Phys.Rev. 100, 279, (1956).
4. А.Е.Игнатенко, А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.Понтекорво. ДАН СССР, 103, 45 /1955/.
5. А.Е.Игнатенко, А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.Понтекорво. ЖЭТФ, 30, 7 /1958/.
6. А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.Понтекорво. ЖЭТФ, 30, 7 /1958/.
7. А.И.Мухин, Б.Понтекорво. ЖЭТФ, 31, 550 /1958/.
8. Е.Л.Григорьев, Н.А.Митин. ЖЭТФ, 32, 440 /1957/.
9. J.Ashkin, S.H.Vosko. Phys.Rev. 91, 1248, (1953).
10. А.М.Балдин, частное сообщение.
11. J. Ashkin, J. Blaser, F. Feiner, M.O.Stern, Phys.Rev. 105, 724, (1957).
12. И.В.Дунин-Барковский и Н.В.Смирнов. Теория вероятностей и математическая статистика в технике, ГИТТЛ, Москва, 1955.
13. J. Ashkin, J.P. Blaser, A. Burger, J.Hunze, T. Romanowski. Annual Intern. Conf. on High Energy Physics at CERN, 1958
14. Конференция по физике частиц высоких энергий в Киеве в 1958 г. Доклад Б.Понтекорво.
15. G.F.Chew. Phys.Rev. 89, 591, (1953).
16. G.F.Chew. Phys.Rev. 95, 285, (1954).
17. G.F.Chew, M.L. Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys.Rev. 106, 1337, (1957).
18. H.Y. Chiu, E.L.Lomon. Annals of Physics, 6, 50, (1959).
19. В.Г.Зинов, С.М.Коренченко. ЖЭТФ, 34, 301 /1958/.
20. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, ГИТТЛ, М-Л., 1948.