2
3-61

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

400

Р-400

С.М.Биленький, Р.М.Рындин, Я.А.Смородинский,
Хэ Цзо-сю

# К ТЕОРИИ $\beta$-РАСПАДА НЕЙТРОНА

ЖЭТФ, 1959, т 37, в 6, с 1758-1763.

Дубна 1959 год

P-400

С.М.Биленький, Р.М.Рындин, Я.А.Смородинский,
Хэ Цзо-сю

467/40

# К ТЕОРИИ $\beta$-РАСПАДА НЕЙТРОНА

Вычисляются поправки к различным эффектам в $\beta$-распаде нейтрона, происходящие от учета членов $\sim \frac{m}{M}$ / $m$ и $M$ массы электрона и нуклона соответственно/ обусловленных "слабым магнетизмом" Гелл-Манна и отдачей протона. Показано, что в корреляции электрон-нейтрино и асимметрии для электрона эти поправки достигают нескольких процентов.

## § 1. Введение

В результате интенсивных теоретических и экспериментальных исследований последних лет был, по-видимому, однозначно установлен $V-A$ вариант слабого взаимодействия [1-3]. Основываясь на равенстве константы $\mu$-распада $G_\mu$ и фермиевской константы $G_F$ $\beta$-распада, Фейнман и Гелл-Манн высказали предположение о глубокой аналогии между векторной частью слабого взаимодействия и нуклонным током в электродинамике. Как показал в дальнейшем Гелл-Манн [4], это приводит к появлению дополнительных членов /"слабый магнетизм"/ в формулах для наблюдаемых эффектов в $\beta$-распаде. Обнаружение этих поправок на опыте явилось бы сильным подтверждением гипотезы. Некоторые эффекты, связанные с такими поправками для $\beta$ -распада ядер обсуждались и в работах [5-6].

В настоящей работе рассматривается влияние сильных взаимодействий на простейший случай $\beta$-распада - распад нейтрона. Феноменологический учет сильных взаимодействий приводит, как известно [7], в случае $V-A$ - варианта к появлению шести форм-факторов, зависящих, благодаря локальности слабого взаимодействия, лишь от квадрата четырехмерной передачи импульса. При рассмотрении матричного элемента мы учитываем только члены порядка $\frac{m}{M}$ / $m$ и $M$ массы электрона и нуклона соответственно/ и опускаем члены более высокого порядка. Оказывается, что:

1/ зависимостью форм-факторов от передачи 4-импульса можно пренебречь и считать их постоянными;

2/ кроме обычных постоянных $\beta$-распада $G$ и $\lambda$, в теорию входит только постоянная, соответствующая "слабому магнетизму". Остальные члены в амплитуде оказываются второго порядка малости.

Существенно, что величина новой постоянной определяется аномальными магнитными моментами нуклонов. Поэтому окончательные формулы в этом приближении не содержат никаких неопределенных параметров.

Поправки к наблюдаемым эффектам, которые при этом получаются, возникают как от "слабого магнетизма", так и от учета отдачи протона в обычных матричных элементах. Хотя эти поправки и невелики и составляют, вообще говоря, $\sim 0,1\%$ от основного эффекта, в некоторых случаях /корреляция электрон-нейтрино и асимметрия для электрона/ они достигают нескольких процентов и могут быть измерены, если увеличить точность современных экспериментов в несколько раз. Измерение таких эффектов представляется существенным, потому что оно обеспечит проверку современной теории слабых взаимодействий с точностью до $\sim 1\%$, свободную от каких-либо предположений о свойствах ядра. Может быть уместно подчеркнуть различие в постановке вопроса о проверке гипотезы $V-A$ взаимодействия и электродинамической аналогии Гелл-Манна-Фейнмана. Последняя предсказывает численное значение эффекта "слабого магнетизма", первая устанавливает лишь форму амплитуды. Исследование распада нейтрона дает достаточную информацию для проверки обеих гипотез.

Следует подчеркнуть, что экспериментальное изучение обсуждаемых эффектов затрудняется в настоящее время тем, что неизвестно точное значение отношения обеих постоянных $\beta$ -взаимодействия $\lambda$ / $\lambda$ =1,25$\pm$ 0,04 по существующим данным/. Поэтому количественное изучение поправок, связанных со слабым взаимодействием, можно проводить либо одновременно с более точным измерением $\lambda$ /например, измеряя одновременно два эффекта - корреляция электрон-нейтрино и асимметрия распада поляризованного нейтрона/, либо же измеряя зависимость рассматриваемых эффектов от энергии электрона.

Если теория окажется подтвержденной опытом, то можно будет существенно продвинуться в понимании законов слабого взаимодействия, в частности, можно будет получить сведения об отношении постоянных взаимодействия для $\mu$-распада и для $\beta$ -распада с учетом различных поправок, происходящих от взаимодействия с полем излучения и полем $\pi$ -мезонов. Этому вопросу была посвящена работа Бермана /8/.

Следует подчеркнуть , что до тех пор, пока влияние упомянутых выше эффектов на $\beta$ -распад не будет исследовано с достаточной подробностью теоретически , нельзя поставить вопрос о строгой проверке теории $V-A$ с помощью изучения $\beta$ -распада ядер.

## § 2. Матричный элемент

Согласно теории Фейнмана и Гелл- Манна гамильтониан $\beta$ -распада нейтрона имеет вид произведения лептонного и нуклонного "токов". Сильные взаимодействия нуклонов могут быть учтены в матричном элементе феноменологически введением форм-факторов, которые вследствие локальности лептонного взаимодействия зависят лишь от одного инварианта - квадрата передачи 4-импульса нуклона. При этом наиболее общее выражение для матричного элемента имеет вид:

$$S = (2\pi)^4 i\delta(n-p-e-\nu)\left(\frac{m\, m_\nu\, M_p\, M_n}{e_0\, \nu_0\, p_0\, n_0}\right)^{1/2} R, \qquad /1/$$

где

$$R = \frac{G}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}_e \gamma_\mu (1+\gamma_5) u_\nu\right)\left(\bar{u}_p \left(a_1\gamma_\mu + a_2\sigma_{\mu\nu} k_\nu + \right.\right.$$

$$\left.\left. + i a_3 k_\mu + b_1 \gamma_\mu\gamma_5 + b_2\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 k_\nu + i b_3 \gamma_5 k_\mu\right) u_n\right).$$

Здесь $n$ и $p$ - 4-импульсы нейтрона и протона, $\nu$ и $e$ - 4-импульсы антинейтрино и электрона, $a_i$ и $b_i$ - произвольные функции квадрата передачи импульса $k = p - n$ , $p_0 = i p_4$ , $n_0 = i n_4$ и т.д., а $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$. Мы используем инвариантную нормировку спиноров $\bar{u}u = \pm 1$ и с этим связано появление множителей в /1/. Отметим также, что для инвариантной нормировки спинора $u_\nu$ мы ввели массу нейтрино $m_\nu$ , которая в конечных результатах полагалась равной нулю.

Инвариантность взаимодействия относительно обращения времени приводит к соотношению

$$R_{\alpha\beta} = R_{-\beta-\alpha}, \qquad /2/$$

где состояния $(-\beta)$ и $(-\alpha)$ получаются из $\beta$ и $\alpha$ изменением знака у спинов и пространственных компонент импульсов. Условие унитарности $S$ - матрицы, в первом порядке по константе слабого взаимодействия дает

$$R_{\alpha\beta} = R_{\beta\alpha}. \qquad /3/$$

Из /2/ и /3/ следует действительность форм-факторов, входящих в амплитуду /1/.

Если ограничиться рассмотрением только поправок порядка $\frac{m}{M}$ , то выражение /1/ существенно упрощается. Это происходит по следующим причинам:

1/ Если считать , что для сильных взаимодействий справедлива $G$ -инвариантность /9-10/, то

$$a_3 = b_2 = 0. \qquad /4/$$

Поскольку в наших вычислениях мы хотим принять во внимание поправки, происходящие от разности масс нейтрона и протона $\Delta$ , /4/ означает , что отношения $\frac{a_3}{a_2}$ и $\frac{b_2}{b_3}$ порядка $\frac{\Delta}{M}$ /это подтверждается также расчетами в низшем порядке теории возмущений/. Кроме того, в матричном элементе члены с $a_3$ и $b_2$ умножаются на величины порядка $\Delta$ и поэтому дают лишь вклад порядка $(\Delta/M)^2$ и могут быть опущены.

2. Член с $b_3$ также порядка $\left(\frac{\Delta}{M}\right)^2$, так как в него, во-первых, входит $K_\mu$ и, во-вторых, матричный элемент от $\gamma_5$ порядка $\left(\frac{\Delta}{M}\right)$.

3. Зависимостью форм-факторов от $k^2$ в рассматриваемом нами случае можно пренебречь /см. /7/ /. Это связано с тем, что разложение форм-факторов в ряд по $k^2$ /например, для $a_1$ / имеет вид $a_1 = 1 - 1/6\, k^2 r^2$. Здесь $r^2$ характеризует размеры нуклона и соответствующая поправка более высокого порядка нежели $\Delta/M$ .

4. Таким образом, в приближении, учитывающем только линейные члены по $\frac{\Delta}{M}$ в матричном элементе остается лишь один дополнительный член, обусловленный сильными взаимодействиями / $a_2$ /. В соответствии с гипотезой Фейнмана и Гелл-Манна об аналогии с электродинамикой $a_2$ следует заменить на $\frac{-\mu_0}{2M}$ , где $\mu_0$ -разность аномальных магнитных моментов протона и нейтрона.

Итак, окончательное выражение для $R$ приобретает вид

$$R = \frac{G}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}_e \gamma_\mu (1+\gamma_5) u_\nu\right)\left(\bar{u}_p \left(\gamma_\mu - \frac{\mu_0}{2M}\sigma_{\mu\nu} K_\nu + \lambda \gamma_\mu \gamma_5\right) u_n\right), \qquad /5/$$

где $\lambda$ - отношение гамов-теллеровской и фермиевской констант.

При вычислении с помощью /5/ наблюдаемых эффектов мы пользовались аппаратом ковариантной матрицы плотности /11-12/. Матрица плотности начального состояния имеет вид

$$\rho_0 = 1/2 \left(1 + i\gamma_5 \gamma_\mu \xi_\mu^n\right) \Lambda_+ (n). \qquad /6/$$

Здесь $\Lambda_+ (n) = \dfrac{n_\mu \gamma_\mu + i M_n}{2i M_n}$ - проецирующий оператор, а $\xi_\mu^n = Sp\, i\gamma_5 \gamma_\mu \rho_0$ - четырехмерный псевдовектор поляризации нейтрона, удовлетворяющий условию:

$$\xi_\mu^n n_\mu = 0. \qquad /7/$$

Степень поляризации определяется как $\sqrt{\xi_\mu^n \xi_\mu^n}$.

Матрица плотности конечного состояния равна

$$\rho = \rho_{\alpha\beta}^L \rho_{\alpha\beta}^N, \qquad /8/$$

где

$$\rho_{\alpha\beta}^L = -\Lambda_+ (e)\, O_\alpha \Lambda_- (\nu)\, \bar{O}_\beta \Lambda_+ (e)$$

$$\rho_{\alpha\beta}^N = \Lambda_+ (p)\, N_\alpha \rho_0 \bar{N}_\beta \Lambda_+ (p).$$

В этих формулах

$$O_\alpha = \gamma_\alpha (1 + \gamma_5); \quad N_\alpha = \frac{G}{\sqrt{2}} \left(\gamma_\alpha - \frac{\mu_0}{2M} \sigma_{\alpha\varkappa} k_\varkappa + \lambda \gamma_\alpha \gamma_5\right)$$

и

$$\bar{O}_\alpha = \gamma_4 O_\alpha^+ \gamma_4 \; ; \quad \bar{N}_\alpha = \gamma_4 N_\alpha^+ \gamma_4 .$$

При этом следует иметь в виду, что матрицы, входящие в $\rho_{\alpha\beta}^L$, действуют на спиновые переменные лептонов, а матрицы, входящие в $\rho_{\alpha\beta}^N$, - на спиновые переменные нуклонов. Кроме того в выражении /8/ для матрицы плотности опущен общий множитель, происходящий от матричного элемента /1/.

Этот множитель мы учтем в конечных выражениях.

В заключение отметим, что определение поляризации /6/ отличается от обычного множителя $\frac{m}{E}$, который связан с принятой ковариантной нормировкой /в частности, при таком определении мы получим в двухкомпонентной теории для трехмерного вектора поляризации электрона не $-\vec{\beta}$, а $-\frac{\vec{p}}{m}$ /.

## § 3. Корреляция электрон-нейтрино

Перейдем теперь к обсуждению наблюдаемых эффектов. Вначале рассмотрим корреляцию электрон-нейтрино при распаде неполяризованного нейтрона. Для этого необходимо вычислить $S_{\rho\rho}$ при $\xi^{n}_{\mu} = 0$ и плотность конечных состояний. Как уже отмечалось, в этих вычислениях мы оставляем члены $\sim \Delta/M$ и опускаем члены более высокого порядка. Выражение для статистического веса имеет в рассматриваемом приближении следующий вид:

$$\frac{2}{(2\pi)^5}\, p E (E_0 - E)^2 dE\, d\Omega \left(1 + \frac{3(E - p\cos\theta) - \Delta}{M}\right). \qquad /9/$$

Здесь $d\Omega = 2\pi \sin\theta\, d\theta$, $\theta$ - угол между направлениями вылета электрона и нейтрино, $p$ и $E$ — полная энергия и импульс электрона, а $E_0$ - максимальная энергия электрона, в рассматриваемом приближении равная

$$E_0 = \Delta - \frac{\Delta^2 - m^2}{2M}.$$

Вычисления выражения для корреляции электрон-нейтрино весьма громоздки, и мы приведем лишь окончательный результат:

$$dw\,(E, \cos\theta) = A\,(E)\left(1 + \beta a(E)\cos\theta + \beta^2 b(E)\cos^2\theta\right) dE\, d\Omega, \qquad /10/$$

где $\beta$ - скорость электрона,

$$A\,(E) = \frac{2}{(2\pi)^4}\, G^2 p E (E_0 - E)^2 \Big[1 + 3\lambda^2 - 2\cdot\Delta/M \cdot \lambda\,(\mu + \lambda) +$$

$$+\frac{E}{M}\left(4\lambda\mu+9\lambda^2+3\right)-\frac{m^2}{ME}\left(2\lambda\mu+\lambda^2+1\right)\Big]$$

$$a(E)=\frac{1-\lambda^2}{1+3\lambda^2}+\frac{1}{(1+3\lambda^2)^2}\left\{\frac{4\lambda\Delta}{M}\left(1+\lambda^2\right)\left(\mu+\lambda\right)\right.$$

$$-\frac{E}{M}\left[8\lambda\left(1+\lambda^2\right)\mu+3\left(1+6\lambda^2+9\lambda^4\right)\right]+$$

$$\left.+\frac{m^2}{ME}\left(1-\lambda^2\right)\left(2\lambda\mu+1+\lambda^2\right)\right\}$$

$$b(E)=\frac{3E\left(\lambda^2-1\right)}{M\left(1+3\lambda^2\right)};$$

а $\mu$ - разность полных магнитных моментов протона и нейтрона. Как видно из приведенных формул поправки $\sim\frac{\Delta}{M}$ происходят как от "слабого магнетизма", так и от учета отдачи протона. Интересно отметить появление члена с $\cos^2\theta$, который отсутствет в обычных формулах для $e-\nu$ -корреляции и появляется вследствие учета отдачи. Величины поправок к основному эффекту приведены в таблице 1. Видно, что поправки достигают нескольких процентов /см.также /4//. Частично это связано с тем, что член в основном эффекте достаточно мал вследствие того, что $\lambda$ близко к единице / $\lambda$ = 1,2/.

## § 4. Спектр электронов и вероятность распада

Интегрируя /10/ по углу между электроном и нейтрино, получаем следующее выражение для спектра электронов:

$$dW(E)=\frac{4}{(2\pi)^3}G^2pE\left(E_0-E\right)^2dE\left\{1+3\lambda^2-\right.$$

$$-2\frac{\Delta}{M}\lambda\left(\mu+\lambda\right)+2\frac{E}{M}\left[2\lambda\left(\mu+\lambda\right)+1+3\lambda^3\right]-$$

$$- 2\frac{m^2}{ME}\,\lambda\,(\mu+\lambda)\Big\} \qquad /11/$$

Поправки к спектру оказываются малыми /основной эффект определяется членом / $1+3\lambda^2$ / и достигают нескольких десятых процента. Например, при энергиях электрона 0,91 Мэв, 1,11 Мэв и 1,29 Мэв суммарные поправки равны соответственно 0,3%, 0,4% и 0,6%.

Из /11/ получаем следующее выражение для полной вероятности распада:

$$W=\frac{4}{(2\pi)^3}G^2\Big\{\ln\Big(\frac{E_0+\sqrt{E_0^2-m^2}}{m}\Big)\frac{m^4}{4}\Big[-\frac{m^2}{2M}\left(1+3\lambda^2\right)-$$

$$-\frac{E_0^2}{M}\left(1+\lambda^2-2\lambda\mu\right)+E_0\Big(1+3\lambda^2-2\frac{\Delta}{M}\lambda\mu-2\frac{\Delta}{M}\lambda^2\Big)\Big]+$$

$$+\sqrt{E_0^2-m^2}\Big[\frac{1}{30M}E_0^5\left(1+5\lambda^2+2\lambda\mu\right)+ \qquad /12/$$

$$+\frac{1}{5}\Big(\frac{1}{6}E_0^4-\frac{3}{4}E_0^2m^2-\frac{2}{3}m^4\Big)\Big(1+3\lambda^2-2\frac{\Delta}{M}\lambda\mu-2\frac{\Delta}{M}\lambda^2\Big)$$

$$-\frac{m^2E_0^3}{M}\Big(\frac{1}{15}+\frac{1}{2}\lambda^2+\frac{3}{10}\lambda\mu\Big)+\frac{m^4E_0}{M}\Big(\frac{49}{120}+\frac{23}{24}\lambda^2-\frac{4}{15}\lambda\mu\Big)\Big]\Big\}.$$

Поправка к вероятности мала и составляет $\sim 0,2\%$.

## § 5. Асимметрия и поляризация электрона

Рассмотрим теперь асимметрию вылета электронов при распаде поляризованного нейтрона. В результате несложных, но длинных выкладок можно получить приведенную ниже формулу для углового распределения электронов:

$$dW(E,\cos\theta_e)=\frac{1}{4\pi}(\text{спектр})\,\left(1+P\beta C(E)\cos\theta_e\right)d\Omega_e, \qquad /13/$$

где

$$C(E) = \frac{2\lambda(1-\lambda)}{1+3\lambda^2} + \frac{2(\mu+\lambda)}{3(1+3\lambda^2)^2}\left[\frac{\Delta}{M}(3\lambda^2+2\lambda-1) - \right.$$

$$\left. - \frac{E}{M}(-1+5\lambda+9\lambda^2+3\lambda^3) - 6\frac{m^2}{ME}\lambda^2(\lambda-1)\right]$$

$P$ - степень поляризации нейтрона, а $\theta_e$ - угол между направлением поляризации нейтрона и импульсом электрона. Из таблицы 2 видно, что поправки к этому эффекту для электрона достигают нескольких процентов, что, как и в случае корреляции электрон-нейтрино, частично связано с малостью основного эффекта /множитель $\lambda(\lambda-1)$ /. Отметим, что поправки к аналогичному эффекту для нейтрино, где основной эффект велик, оказываются малыми.

В заключение приведем подсчитанное с помощью амплитуды /5/ выражение для поляризации электрона $P_e$ /при обычной нормировке/:

$$P_e = -\beta\left(1 + \frac{2\lambda m^2(\mu+\lambda)}{EM(1+3\lambda^2)}\right) \qquad /14/$$

Поправки к поляризации малы и при энергиях 0,71 Мэв, 0,91 Мэв и 1,11 Мэв составляют соответственно 0,14%, 0,08% и 0,07%.

Отметим в заключение, что, как показывают вычисления, радиационные поправки хотя и изменяют эффективное значение постоянной $\beta$ -распада, практически не влияют на рассматриваемые нами эффекты.

Авторы благодарны проф. В. Телегди за обсуждение результатов этой работы.

Рукопись поступила в издательский отдел 11 июля 1959 года.

## Литература


I. E.C.G.Sudarshan and R.E.Marshak, Phys.Rev., 109, 1860 (1958)

2. R.P.Feynman and M.Gell-Mann, Phys.Rev., 109, 193 (1958).

3. Proceedings of 1958 Annual International Conference an High Energy Physics at CERN.

4. M.Gell- Mann, Phys.Rev., 111, 362 (1958).

5. J.Bernstein and R.R.Lewis, Phys.Rev., 112, 232 (1958).

6. M.Morita, Bull. Am. Phys.Soc., 4, 230 DII (1959).

7. M.L.Goldberger and S.B.Treiman, Phys.Rev., 111, 354 (1958).

8. S.M.Berman, Phys.Rev., 112, 267 (1958).

9. G.D.Lee and C.N.Yang, Nuovo Cim., 3, 749 (1956).

10. S.Weinberg, Phys.Rev. 112, 1375 (1958).

11. L.Michel and A.S.Wightman, Phys.Rev. 98, 1190 (1955).

12. С.М.Биленький, Р.М.Рындин. ЖЭТФ, 36, 1609, /1959/.

Таблица 1

Поправки к $/e - \nu/$ - корреляции в %

| Полная энергия электрона | 1. От учета "слабого магнетизма" | 2. От учета отдачи |
|---|---|---|
| 0,71 | 0,4 | 1,9 |
| 0,91 | 1,4 | 2,7 |
| 1,11 | 2,4 | 3,5 |
| 1,29 | 3,3 | 4,2 |

Таблица 2.

Поправки к асимметрии электрона в %.

| Полная энергия электрона | 1. От учета "слабого магнетизма" | 2. От учета отдачи |
|---|---|---|
| 0,71 | 1,3 | 0,3 |
| 0,91 | 1,8 | 0,5 |
| 1,11 | 2,4 | 0,6 |
| 1,29 | 3,0 | 0,8 |