

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

P - 384

Л.Д.Соловьев, Г.Н.Тентюкова

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОТОРОЖДЕНИЯ  
С ПОМОЩЬЮ ДИСПЕРСИОННЫХ  
СООТНОШЕНИЙ

Дубна 1959 год

P - 384

Л.Д.Соловьев, Г.Н.Тентюкова

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОТОРОЖДЕНИЯ  
С ПОМОЩЬЮ ДИСПЕРСИОННЫХ  
СООТНОШЕНИЙ

481/7

ИНСТИТУТ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ОТЕКА

## А н н о т а ц и я

Найдено точное численное решение статических дисперсионных соотношений для  $\rho$ -амплитуд фоторождения. Получено полное выражение для амплитуды фоторождения с учетом  $1/m$ -поправок и поправок на точное решение и дополнительного условия, позволяющего уточнить результаты<sup>17/</sup> для  $S$ -волны.

Прделано сравнение с экспериментом для  $\pi^0$ -фоторождения.

Найдено выражение для амплитуды виртуального фоторождения, описывающей процесс  $e + N \rightarrow e + N + \pi$ . Из сравнения этого выражения с экспериментом<sup>14/</sup> для радиуса магнитного момента нейтрона /в экспоненциальной модели/ получено значение  $1,2 \cdot 10^{-13}$  см /с точностью  $\approx 30\%$ .

## 1. Введение

В работе рассматриваются процессы рождения  $\pi$ -мезонов при взаимодействии нуклонов с электромагнитным полем:

фоторождение



когда это поле чисто поперечное, и неупругое рассеяние электронов на нуклонах



когда поле, созданное электроном, продольно-поперечное. Взаимодействие поперечного поля с нуклоном в /1/ определяется полным зарядом и магнитным моментом нуклона. Продольно-поперечное поле в /2/ позволяет "прощупать" внутреннее распределение зарядов и токов в нуклоне. Поэтому реакция /2/, наряду с упругим рассеянием электронов на нуклонах, дает возможность получить сведения о нуклонных форм-факторах. При этом форм-фактор нейтрона может быть найден из реакции  $e + p \rightarrow e + n + \pi^+$  рождения  $\pi^+$ -мезона на свободном протоне. В низшем приближении по заряду электрона процесс /2/ сводится к испусканию электроном виртуального фотона, который, взаимодействуя с нуклоном, и рождает мезон. Амплитуда такого виртуального фоторождения  $T$  определена в /1,2/. Там же получено выражение для матричного элемента процесса /2/ через  $T$ . В частном случае, когда масса виртуального фотона равна 0,  $T$  описывает процесс /1/, выражение для матричного элемента которого имеется в /5/. Изотопическая и спин-векторная структура  $T$  и её разложение по парциальным волнам рассмотрены в /1,3/, а для частного случая обычного фоторождения - в /5,6/. Комплексные амплитуды парциальных волн зависят лишь от энергии системы и массы виртуального фотона. Их фазы совпадают с фазами мезон-нуклонного рассеяния /1,3/. Это совпадение имеет место для тех/достаточно малых/ энергий, при которых определены вещественные фазы рассеяния  $\delta$ .

Сведения о зависимости парциальных амплитуд от энергии можно получить из условия причинности с помощью метода дисперсионных соотношений /8/. В /1,2/ для амплитуды виртуального фоторождения  $T$  получены дисперси-

онные соотношения /их математическое обоснование дано в /4/ / в предположении, что при больших энергиях  $T$  стремится к константе /при этом к константе стремится сечение фоторождения/. При таком предположении в дисперсионные соотношения входят 9 констант вычитания. В /1,2/ показано, что 6 из них могут быть определены из условия градиентной инвариантности. Три оставшиеся константы исключаются благодаря тому, что один из структурных коэффициентов  $T$  при больших энергиях  $E$  убывает как  $1/E^2 - E_p^2$  и не имеет дополнительных по сравнению с  $T$  особенностей. Это обстоятельство позволяет не только исключить константы, но и получить некоторое дополнительное условие: равенство нулю интеграла от мнимой части этого коэффициента. В случае нулевой массы виртуального фотона эти соотношения переходят в дисперсионные соотношения для обычного фоторождения, рассмотренные в /5,7/. В работах /1,3/ и /5,6,7/ проделан переход в этих соотношениях к системе центра масс. Дисперсионные соотношения в с.д.м. содержат под интегралом область ненаблюдаемых углов /косинус угла вылета мезона больше +1 или меньше -1/, размер которой совпадает с областью рассматриваемых энергий /6/. Дисперсионные соотношения содержат под интегралом также область сколь угодно больших энергий. Из них можно получить приближенные уравнения для парциальных амплитуд, что сделано в /6/ для обычного фоторождения и в /1,3/ - для виртуального. Вопрос о получении этих уравнений обсуждается в § 2.

Грубая оценка позволяет ожидать, что эти уравнения в приближении бесконечно тяжелого нуклона дадут сведения об амплитуде с ошибкой примерно 16% у порога и 30% в области резонанса, если масса виртуального фотона достаточно мала / < 500 Мэв/. Чью, Лоу, Гольдбергер и Намбу /7/ нашли приближенное решение этих уравнений и получили выражение для амплитуды фоторождения. Амплитуда  $S$ -волны зависит от статических магнитных моментов и содержит неопределенные константы  $N^{(\pm)}$  и поэтому не удовлетворяет теории Кролля и Рудермана /9/.

В данной работе /8 3/ для  $P$ -амплитуд фоторождения находится точное /для бесконечно тяжелого нуклона/ численное решение. При этом используется предложенный в /10/ метод сведения линейных сингулярных уравнений к регулярным уравнениям Фредгольма, основанный на работах Мусхелишвили /11/. Сходящаяся процедура последовательных приближений при решении регулярного

уравнения Фредгольма приводит к единственному решению. Поэтому вопрос об однозначности решения сводится к вопросу об однозначности способа перехода к регулярному уравнению. Известно, что для нелинейных уравнений в случае рассеяния такой способ неоднозначен и зависит от предположения об особенностях амплитуды на вещественной отрицательной полуоси <sup>/12/</sup>.

В данном случае процедура перехода будет однозначной, если потребовать чтобы:

1/ фазы рассеяния у порога и на бесконечности обращались в нуль,

2/ решение регулярного уравнения имело на бесконечности то же значение, что и решение сингулярного. Для фаз были взяты значения, полученные в <sup>/12/</sup> из статических уравнений Чью-Лоу. В § 4 выписано полное выражение для амплитуды фоторождения с учетом  $\omega/m$ -поправок, поправок на точное решение и дополнительного условия, с помощью которого уточнены результаты <sup>/17/</sup> для  $S$ -волны. Именно, показано, что: 1/ амплитуда  $S$ -волны не зависит от статических магнитных моментов; 2/ уравнение для нее содержит под интегралом более быстро убывающий фактор, чем в <sup>/17/</sup>. Поэтому величины  $N^{(\pm)}$  оказываются меньшими, чем это оценено в <sup>/17/</sup>. Далее, показано /§ 3/, что  $\mu$ -части всех магнитно-дипольных амплитуд пропорциональны  $\frac{\sin \delta}{q^3}$ . Это значит, что мезон, рожденный при взаимодействии фотона со статическим магнитным моментом, всегда испытывает вторичное рассеяние, в том числе и при скалярном /в изотопическом пространстве/ переходе. Прделано сравнение с экспериментом для  $P$ -волновой части амплитуды  $\pi^0$ -фоторождения. Точное решение улучшает согласие с экспериментом.

В § 5 получено выражение для амплитуды виртуального фоторождения, в котором вторичное рассеяние мезонов учтено приближенно, подобно тому как это сделано в <sup>/17/</sup> для обычного фоторождения. В виртуальном фоторождении члены вторичного рассеяния, о которых идет речь, играют относительно меньшую роль, чем в обычном. Учтены также поправки  $\sim \omega/m$  к магнитным дипольным амплитудам. Виртуальное фоторождение с помощью дисперсионных соотношений исследуется также в работе Фубини, Намбу и Ватагина <sup>/14/</sup>. Однако в дисперсионных соотношениях, которые они используют, константы вычитания учтены лишь в низшем приближении по константе мезон-нуклонной связи. Различие окончательных выражений для амплитуды, полученных здесь

и в /14/, обсуждается в § 6. Оно невелико в области /33/ - резонанса, так что оба выражения из сравнения с экспериментом /15/ в этой области дают одинаковые значения для радиуса магнитного момента нейтрона. В работе используются те же обозначения, что и в /3/. Они во многом сходны с обозначениями в /6,7/.

## § 2. Дисперсионные соотношения и приближенные уравнения

Дисперсионные соотношения для виртуального фоторождения в системе центра масс /3/

$$\operatorname{Re} M_i^{(\alpha)}(\omega, x, m_\gamma^2) = M_i^{o(\alpha)} + \frac{P}{\pi} \int_1^\infty \sum_j f_{ij}^{(\alpha)} \operatorname{Im} M_j^{(\alpha)}(\omega', x', m_\gamma^2) d\omega' \quad /11/$$

/  $\omega$  - полная энергия за вычетом массы нуклона  $m$  ;  $x$  - косинус угла вылета мезона;  $m_\gamma$  - "масса" виртуального фотона,  $K^{o2} - K^2 = -m_\gamma^2$ ,  $x$  определяется равенством  $K^o q^o - K q x = K^o q^o - K' q' x'$  ;  $K$  и  $q$  - импульсы фотона и мезона; система единиц  $\hbar = c = \mu = 1$  / содержат под интегралом для  $\omega' < \omega$  область ненаблюдаемых углов

$$x' > 1 \quad \text{для} \quad K^o q^o - K q x < K_{\text{пор}}^o = \frac{2m+1-m_\gamma^2}{2(m+1)}$$

$$x' < -1 \quad \text{для} \quad K^o q^o - K q x > K_{\text{пор}}^o \quad /12/$$

/появление  $x' > 1$  обязано различию масс фотона и мезона/, а также область больших энергий.

Будем рассматривать лишь достаточно малые энергии  $\omega < \omega_m$ . Тогда ненаблюдаемая область соответствует столь же малым  $\omega' < \omega_m$ . Для продолжения в эту область воспользуемся разложением  $\operatorname{Im} M_i^{(\alpha)}(\omega', x', m_\gamma^2)$  в ряды по полиномам Лежандра  $P_e(x')$ . Такие ряды наверняка сходятся при  $\omega' \rightarrow 1$ , несмотря на то, что  $P_e(x') \sim 1/q'^e$ , так как коэффициенты разложений содержат синусы фаз, которые у порога быстро убывают:

$\sin \delta_e \sim q'^{2e+1} / (2e+1)!! (2e-1)!!$ . Дело усложняется вдали от порога, когда  $|x'| > 1$  при больших энергиях, где коэффициенты разложения не убывают так быстро. Однако при энергиях не намного превышающих область /33/

резонанса

$$\omega < \omega_m = 3 \div 4$$

/3/

и современной точности эксперимента в рассеянии мезонов нельзя обнаружить парциальные волны с большими орбитальными моментами. Поэтому в разложении  $\Im_m M_i^{(a)}(\omega', x', m_y^2)$  при  $|x'| \leq 1$  по крайней мере с экспериментальной точностью можно ограничиться  $S$  и  $P$ -волнами. Предположим, что это можно сделать и при  $|x'|$  несколько большем 1.

Далее ограничимся одномезонным приближением, которое ведет к простой связи парциальных амплитуд с фазами рассеяния. Оно является точным при  $\omega \leq 2$  и достаточно хорошим для  $\omega \sim 2,5$ . При больших энергиях оно ухудшается, причем для фаз надо использовать значения, полученные с помощью экстраполяции. Указанные приближения в интегралах в /1/ по области  $\omega' > \omega_m$  незаконны. Для оценки высокоэнергетических интегралов надо учитывать неупругие процессы, процессы со странными частицами и т.д., сведения о которых очень скудны. Предположим, что вклад от интегралов по  $\omega' > \omega_m$  в амплитуду в области /3/ много меньше, чем вклад от интегралов по  $\omega' < \omega_m$  и пренебрежем ими. Оправданием для этого служит то, что отброшенные интегралы не содержат области /33/ резонанса. Далее, можно грубо оценить интегралы по  $\omega' > m$ . Для амплитуды  $S$ -волны они дают вклад порядка  $\omega c/m$  ( $c = \Im_m [M_1 - \kappa \varphi M_2] \Big|_{x'=1}^{\omega < m}$ ), а для  $P$ -волны  $\sim \omega c/m^2$ . По-видимому, такого же порядка и вклад от интегралов по  $\omega_m < \omega' < m$ . Функции  $f_{ij}^{(a)}$  в оставшихся интегралах в - /1/ и неоднородные члены можно разложить по  $1/m$ . Если ограничиться нулевыми членами этих разложений /т.е. в /1/ положить  $m = \infty$  /, то при малых  $m_y$  неоднородные члены дадут ошибку  $\sim 1/m$  у порога и  $\sim 2/m$  в области резонанса. Ошибка в интегралах по  $\omega' < 2$  того же порядка, в интегралах по  $\omega' > 2$  - порядка  $3/m$ . Поскольку эти последние дают самый малый вклад в амплитуду при  $\omega < 2$ , то, если достаточно точны предположения, о которых говорилось выше, можно ожидать, что такие соотношения дадут сведения об амплитуде с ошибкой порядка 15% у порога и 30%-в области резонанса. Эта ошибка возрастает с ростом  $m_y$ , так как при этом возрастает импульс фотона  $\kappa = \sqrt{\kappa^2 + m_y^2}$ . При  $m_y \sim 500$  Мэв  $\kappa \sim m/2$  у порога и в области резонанса. Поэтому ошибка может возрасти



до 50%.

Если в /1/ положить  $m = \infty$  и в  $\text{Im } M_i^{(\alpha)}$  ограничиться  $S$  и  $P$  волнами, то интегралы будут давать вклад лишь в  $S$  и  $P$  волны в  $\text{Re } M_i^{(\alpha)}$ . В этом случае весь вклад в  $M_i$  от волн с  $\ell > 1$  содержится в неоднородных членах. Ниже выписаны приближенные уравнения для  $S$  и  $P$  амплитуд <sup>3</sup>.

Парциальные амплитуды обозначаются символами  $\mathcal{D}_{\ell\pm}^{(\alpha)}$ ,  $E_{\ell\pm}^{(\alpha)}$ ,  $M_{\ell\pm}^{(\alpha)}$  где  $\ell$  - момент мезона,  $\ell \pm \frac{1}{2}$  - полный момент системы;  $\mathcal{D}$  и  $E$  соответствует продольному и электрическому фотону с полным моментом  $\ell \pm 1$ ,  $M$  соответствует магнитному фотону с моментом  $\ell$ . Амплитуды  $\mathcal{D}$  отличаются множителем  $\omega^2/m_\pi^2$  от употребляемых в /3/. Эти амплитуды следующим образом связаны с фазами рассеяния  $H = \mathcal{D}$ ,  $E$  или  $M$

$$H^{(1)} = \frac{1}{3} (H^{(1/2)} + 2H^{(3/2)}) ; \quad H^{(2)} = H^{(3)} ; \quad H^{(3)} = \frac{1}{3} (H^{(1/2)} - H^{(3/2)})$$

$$H_{\ell\pm}^{(1)} = \mathcal{H}_{\ell\pm}^{(1)} e^{i\delta_{\ell\pm}^{(1)}} \quad I = \frac{1}{2}, S, \frac{3}{2}, \quad (14)$$

где  $I$  - полный изотопический момент мезона и нуклона,  $\mathcal{H}$  вещественно,  $g^{(S)} = g^{(1/2)}$ .

Ниже для  $\alpha = 1, 2$  употребляется верхний знак, для  $\alpha = 3$  - нижний.

$$\text{Re } \frac{\mathcal{D}_{1+}^{(\alpha)}(\omega)}{\kappa q} = \frac{P}{\pi} \int \frac{\omega}{\omega'} \left( \frac{1}{\omega' - \omega} \pm \frac{1}{\omega' + \omega} \right) \text{Im } \frac{\mathcal{D}_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa' q'} d\omega' \quad (15)$$

Отсюда следует, что продольно-квадрупольная амплитуда не зависит от заряда и магнитного момента нуклона, т.е.

$$\mathcal{D}_{1+}^{(\alpha)}(\omega) / \kappa q = 0. \quad (16)$$

В последующих соотношениях эта амплитуда опущена

$$\text{Re } \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega)}{\kappa q} = \lambda_e^{(\alpha)} \frac{1 \pm 1}{\kappa^2} + \frac{P}{\pi} \int \frac{\omega}{\kappa^2 \omega'} \left( \frac{\omega \omega' + m_\pi^2}{\omega' - \omega} \mp \frac{\omega \omega' - m_\pi^2}{\omega' + \omega} \right) \text{Im } \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa' q'} d\omega' \quad (17)$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{D}_{0+}^{(\alpha)}(\omega) = \frac{\rho}{\pi} \int_1 \left\{ \frac{\omega}{\omega'} \left( \frac{1}{\omega'-\omega} \pm \frac{1}{\omega'+\omega} \right) \Im_m \mathcal{D}_{0+}^{(\alpha)}(\omega') - \binom{2\omega}{0} \Im_m \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} \right\} d\omega' \quad /18/$$

$$\operatorname{Re} \frac{E_{1+}^{(\alpha)}(\omega)}{\kappa q} = \frac{1}{3} \lambda_e^{(\alpha)} (-1 \pm 1) \Phi_Q +$$

$$+ \frac{\rho}{\pi} \int_1 \left\{ \frac{1}{\kappa'^2} \left( \frac{\omega\omega'+m_f^2}{\omega'-\omega} \pm \frac{\omega\omega'-m_f^2}{\omega'+\omega} \right) \Im_m \frac{E_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} + \frac{2m_f^2}{3\omega'} \binom{0}{\Phi_Q} \Im_m \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} \right\} d\omega' \quad /19/$$

$$\operatorname{Re} E_{0+}^{(\alpha)}(\omega) = \lambda_e^{(\alpha)} (-1 \pm 1) \Phi_S + \frac{\rho}{\pi} \int_1 \left\{ \frac{\kappa^2}{\kappa'^2} \left( \frac{1}{\omega'-\omega} \mp \frac{1}{\omega'+\omega} \right) \Im_m E_{0+}^{(\alpha)}(\omega') + \right.$$

$$\left. + 12 \frac{\kappa^2}{\kappa'^2} \binom{0}{\omega'} \Im_m \frac{E_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} + \frac{2}{\omega' \kappa'^2} \binom{\omega'\omega}{-m_f^2} \Im_m \mathcal{D}_{0+}^{(\alpha)}(\omega') + \frac{2}{\omega'} \binom{-\omega'\omega}{m_f^2 \Phi_S} \Im_m \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} \right\} d\omega' \quad /10/$$

$$\operatorname{Re} \frac{M_{1-}^{(\alpha)}(\omega) + 2M_{1+}^{(\alpha)}(\omega)}{\kappa q} = \lambda_p^{(\alpha)} \frac{1 \mp 1}{\omega} + \frac{\rho}{\pi} \int_1 \left( \frac{1}{\omega'-\omega} \pm \frac{1}{\omega'+\omega} \right) \Im_m \frac{M_{1-}^{(\alpha)}(\omega') + 2M_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} d\omega' \quad /11/$$

$$\operatorname{Re} \frac{M_{1-}^{(\alpha)}(\omega) - M_{1+}^{(\alpha)}(\omega)}{\kappa q} = \lambda_e^{(\alpha)} (-1 \pm 1) \Phi_M - \lambda_p^{(\alpha)} \frac{1 \pm 1}{\omega} +$$

$$+ \frac{\rho}{\pi} \int_1 \left\{ \frac{1}{\omega'-\omega} \mp \frac{1}{\omega'+\omega} \right\} \Im_m \frac{M_{1-}^{(\alpha)}(\omega') - M_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} +$$

$$+ \frac{6}{\kappa'^2} \binom{0}{\omega'} \Im_m \frac{E_{1+}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} + \frac{2}{\omega'} \binom{0}{m_f^2 \Phi_M} \Im_m \frac{\mathcal{D}_{1-}^{(\alpha)}(\omega')}{\kappa'q'} \Big\} d\omega' .$$

Здесь

$$\lambda_{e,p}^{(\alpha)} = \frac{\pm}{2} \begin{pmatrix} F_{e,p}^{(-)} \\ F_{e,p}^{(+)} \\ -F_{e,p}^{(-)} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha=1 \\ \alpha=2 \\ \alpha=3 \end{matrix}$$

$$F_{e,p}^{(\pm)} = F_{e,p}^{(p)}(m_f^2) \pm F_{e,p}^{(n)}(m_f^2) \quad /13/$$

$F_{e,p}^{(p,n)}(m_f^2)$  - форм-факторы для заряда ( $e$ ) и магнитного момента ( $\mu$ ) протона ( $p$ ) и нейтрона ( $n$ )

$$\varphi_s = 1 - \frac{1}{2} \varphi ; \quad \varphi_Q = \frac{1}{\kappa^2} - \frac{3}{4q^2} \varphi ; \quad \varphi_M = \frac{3}{4q^2} \varphi$$

$$\varphi = 1 + \frac{\kappa^2 - q^2}{2\kappa q} \ln \frac{\kappa - q}{\kappa + q} . \quad /14/$$

Дополнительное условие с учетом / 6 / приводит к равенствам /  $\beta=1,2$  /

$$\frac{1}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{2}{\kappa^2} \Im_m \frac{E_{1+}^{(\beta)}(\omega)}{\kappa q} d\omega = 0 \quad /15/$$

$$-\lambda_{\mu}^{(\beta)} + \frac{1}{\pi} \int_1^{\infty} \Im_m \left[ \frac{1}{\kappa^2} E_{0+}^{(\beta)}(\omega) + 3 \frac{E_{1+}^{(\beta)}(\omega)}{\kappa q} - \frac{M_{1-}^{(\beta)}(\omega) - M_{1+}^{(\beta)}(\omega)}{\kappa q} - \quad /16/$$

$$-\frac{1}{\kappa^2} D_{0+}^{(\beta)}(\omega) + \frac{D_{1-}^{(\beta)}(\omega)}{\kappa q} \Big] d\omega = 0 .$$

Верхний предел в интегралах  $\omega_m \approx 3 \div 4$  . При  $m_Y^2 = 0$  уравнения для  $E_{1+}$  и  $M$  - амплитуд совпадают с полученными раньше /6,7/ . Чтобы получить такое совпадение для  $E_{0+}$  , надо воспользоваться дополнительными условиями /15, 16/.

### § 3. Численное решение уравнения для $P$ -амплитуд фоторождений

В уравнениях для  $P$  -амплитуд реального фоторождения /  $m_Y^2 = 0$  / перейдем к амплитудам, соответствующим определенному полному изотопическому спину и введем обозначения: для электрических квадрупольных амплитуд

$$\frac{E_{1+}^{(1/2)}}{\kappa q} = e f \omega Q_{1/2} e^{i\delta_{13}} ; \quad \frac{E_{1-}^{(1/2)}}{\kappa q} = e f \omega Q_{3/2} e^{i\delta_{33}} , \quad /17/$$

при этом  $Q_I$  удовлетворяют уравнениям

$$Q_I(\omega) \cos \delta_{2,3}(\omega) = h_I \frac{1}{\omega} \varphi_Q + \frac{P}{\pi} \int_1^{\infty} \left[ \frac{Q_I(\omega') \sin \delta_{2,3}(\omega')}{\omega' - \omega} + \sum_{I'} A_{II'} \frac{Q_{I'}(\omega') \sin \delta_{2,3}(\omega')}{\omega' + \omega} \right] d\omega' \quad /18/$$

$$A_{I,I'} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ; \quad h_I = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad /19/$$

для  $e$  - членов магнитных дипольных амплитуд

$$\frac{M_{1-e}^{(1/2)}}{\kappa q} = e f M_1 e^{i\delta_{11}}; \quad \frac{M_{1-e}^{(3/2)}}{\kappa q} = \frac{M_{1+e}^{(1/2)}}{\kappa q} = e f M_2 e^{i\delta_{13}}; \quad \frac{M_{1+e}^{(3/2)}}{\kappa q} = e f M_3 e^{i\delta_{33}}$$

$$M_i(\omega) \cos \delta_i(\omega) = h_i \frac{P}{q^2} + \frac{1}{\pi} P \int_1^\infty \left[ \frac{M_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' - \omega} + \sum_{i'} A_{ii'} \frac{M_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' + \omega} + \sum_{i'} B_{ii'} Q_{i'}(\omega') \sin \delta_{2i',3}(\omega') \right] d\omega' \quad /20/$$

$$A_{ii'} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -8 & 16 \\ -2 & 7 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B_{ii'} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 & -8 \\ -4 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad h_i = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad /22/$$

для  $\mu$  - членов магнитных дипольных амплитуд

$$\frac{M_{1-\mu}^{(1/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p - \mu_n}{2f} \varphi_1; \quad \frac{M_{1-\mu}^{(3/2)}}{\kappa q} = \frac{M_{1+\mu}^{(1/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p - \mu_n}{2f} \varphi_2; \quad \frac{M_{1+\mu}^{(3/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p - \mu_n}{2f} \varphi_3$$

$$\varphi_i \cos \delta_i(\omega) = \frac{h_i}{\omega} + \frac{P}{\pi} \int_1^\infty \left[ \frac{\varphi_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' - \omega} + \sum_{i'} A_{ii'} \frac{\varphi_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' + \omega} \right] d\omega' \quad /24/$$

$$A_{ii'} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -8 & 16 \\ -2 & 7 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad h_i = \frac{2f^2}{3} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad /25/$$

и для магнито-дипольных амплитуд, соответствующих скалярному изотопическому переходу:

$$\frac{M_{1-}^{(1/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p + \mu_n}{f} \mathcal{M}_1; \quad \frac{M_{1+}^{(3/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p + \mu_n}{f} \mathcal{M}_2$$

$$\mathcal{M}_i \cos \delta_i(\omega) = \frac{h_i}{\omega} + \frac{P}{\pi} \int_1^\infty \left[ \frac{\mathcal{M}_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' - \omega} + \sum_{i'} A_{ii'} \frac{\mathcal{M}_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' + \omega} \right] d\omega' \quad /27/$$

$$A_{ii'} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h_i = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad /28/$$

Для решения этих систем линейных сингулярных интегральных уравнений с ядром типа Коши был использован метод регуляризации этих систем /описанный в работах 10, 11 /, т.е. метод сведения их к системам уравнений типа Фредгольма. В результате регуляризации система сингулярных уравнений рассматриваемого типа:

$$\psi_i \cos \delta_i(\omega) = g_i(\omega) + \frac{\rho}{\pi} \int_1^\infty \left[ \frac{\psi_i(\omega') \sin \delta_i(\omega')}{\omega' - \omega} + \sum_j \frac{K_{ij} \psi_j(\omega') \sin \delta_j(\omega')}{\omega' + \omega} \right] d\omega' \quad /29/$$

сводится к системе

$$\psi_i(\omega) = F_i(\omega) + \frac{1}{\pi} \sum_j \int_1^\infty R_{ij} B_j(\omega, \omega') \sin \delta_j(\omega') \psi_j(\omega') d\omega', \quad /30/$$

где

$$F_i(\omega) = g_i(\omega) \cos \delta_i(\omega) + \frac{1}{\pi} e^{\rho i(\omega)} \rho \int_1^\infty \frac{g_i(\omega') \sin \delta_i(\omega') e^{-\rho i(\omega')}}{\omega' - \omega} d\omega' \quad /31/$$

$$B_j(\omega, \omega') = \frac{1}{\omega' + \omega} \left[ \cos \delta_j(\omega) + \frac{1}{\pi} e^{\rho j(\omega)} \left( \rho \int_1^\infty \frac{\sin \delta_j(z) e^{-\rho j(z)}}{z - \omega} dz - \int_1^\infty \frac{\sin \delta_j(z) e^{-\rho j(z)}}{\omega' + z} dz \right) \right] \quad /32/$$

$$e^{\rho i(\omega)} = e^{\frac{\rho}{\pi} \int_1^\infty \frac{\delta_i(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega}} \quad /33/$$

Фазы  $\delta_i(\omega)$  были получены из решения статических уравнений Чью-Лоу /12/

$$\operatorname{Re} g_i(\omega) = \lambda_i \frac{q^3 \sigma^2}{\omega} \operatorname{ctg} \delta_i(\omega) \quad /34/$$

при условиях:

$$1a/ \quad \delta_i(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow 1} 0$$

135/

$$1б/ \quad \delta_i(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0.$$

Условие 1а/ обеспечивает ограниченность интегралов  $\rho \int_1^{\infty} \frac{f(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega}$  при  $\omega = 1$ , а условие 1б/ - сходимости этих интегралов на  $\infty$ . Графики фаз изображены на рис. 1. Переход от уравнений /29/ к уравнениям /30/, вообще говоря, неоднозначен. К правым частям /30/ можно добавить  $\frac{P_i(\omega)}{(\omega-1)^{n_i}}$ , где  $P_i(\omega)$  - произвольные полиномы, а  $n_i$  - произвольные целые числа. Однако эта неоднозначность исключается следующими требованиями: 1/ чтобы решение системы /30/ было регулярным в точке  $\omega = 1$  / для этого  $n_i$  должны быть равны 0 /; 2/ чтобы это решение на  $\infty$  совпадало с решением исходной системы /29/ / для этого должны быть  $P_i(\omega) = 0$ , что сразу следует из стремления к 0 интегралов в правой части систем /29, 30/ при

$\omega \rightarrow \infty$  / . Уравнения /30/ решались на машине "Урал" методом последовательных приближений. В качестве начального приближения брались неоднородные члены  $F_i(\omega)$ , решение с нужной точностью / 3 знака/ получалось после четырех итераций. Интегралы вычислялись по формуле Симпсона: для коэффициентов системы с шагом  $h = 1/8$ , а для самой системы с  $h = 1/4$  для  $1 \leq \omega \leq 5$  и с  $h = 1/2$  для  $5 \leq \omega \leq 20$ . За счет убывания фаз интервал интегрирования брался при вычислении коэффициентов до  $\omega = 21$ , при решении системы - до  $\omega = 20$ . Исключение составляет вычисление функции  $e^{P_i(\omega)}$

$$\begin{aligned} e^{P_i(\omega)} &= e^{\frac{\rho}{\pi} \int_1^{21} \frac{\delta_{11}(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega}} = e^{\frac{\rho}{\pi} \int_1^{21} \frac{\delta_{11}(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} + \frac{(-\pi)}{\pi} \int_{21}^{98} \frac{d\omega'}{\omega' - \omega}} \\ &= e^{\frac{\rho}{\pi} \int_1^{21} \frac{\delta_{11}(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \cdot \frac{21 - \omega}{98 - \omega}}. \end{aligned}$$

136/

Искомые функции вычислялись в точках  $\omega$  от 1 до 5 с шагом 0,25 и от 5 до 20 с шагом 0,5. При счете интегралов в смысле главного значения выделялся интервал  $[\omega - h, \omega + h]$

$$\rho \int_{\omega-h}^{\omega+h} \frac{f(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \approx 2h f'(\omega) + o(h^3) \approx f(\omega+h) - f(\omega-h) + o(h^3).$$

137/

Результаты решения систем /18, 21, 27/ представлены для  $1 \leq \omega \leq 5$  на графиках /черт. 2,3,4/. Функции  $Q_I$  и  $M_i$  для  $1 \leq \omega \leq 5$  можно хорошо приблизить первыми слагаемыми правой части регулярного уравнения /которые равны неоднородным членам сингулярного уравнения, умноженным на  $\cos \delta$ /. Это объясняется быстрым убыванием соответствующих неоднородных членов /как  $1/\omega^2$  и быстрее/. Приближенные решения также изображены на графиках /приближенное решение для  $Q_{3/2}$  практически совпадает с точным/. Разности

$$\Delta M_3 = M_3 - 1/4 \frac{P}{q^2} \cos \delta_{33} ; \quad \Delta Q_{3/2} = Q_{3/2} - \left(-\frac{1}{3} \frac{1}{\omega} P_Q \cos \delta_{33}\right) \quad /38/$$

представлены на рис. 5. Поведение решения  $\delta \delta_1$  и  $\delta \delta_2$  хорошо передается функциями  $-0,39 \frac{\sin \delta_{11}(\omega)}{q^3}$  и  $0,72 \frac{\sin \delta_{12}(\omega)}{q^3}$  /пунктирная линия на чертеже/. Решение системы /24/

$$\varphi_i = \frac{\sin \delta_i}{\sigma^2 q^3} \quad /39/$$

является точным, так как при подстановке этого решения в /24/ получается система уравнений для используемых фаз. Этим обстоятельством мы воспользовались для проверки регулярной системы /30/ для  $\varphi_i$ , причем при вычислении интегралов учитывался вклад  $\delta_{11}$  -резонанса при  $\omega \sim 98$ . Результаты подстановки точного решения в уравнения для  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  в точках  $\omega = 1, 4, 7$  показаны в таблице 1. Из сравнения двух последних столбцов видно, что уравнения удовлетворяются достаточно хорошо.

Т а б л и ц а 1.

$\omega$	$i$	Неоднородный член + $+\sum_{j=1}^{10} K_{ij} B_j \sin \delta_j \varphi_j \sigma \omega^j$	Вклад от $\delta_{11}$ - резонанса	$\varphi_i$	$\frac{\sin \delta_i}{\sigma^2 q^3}$
1	2	-0,0386	-0,0016	-0,0402	-0,0439
	3	0,1830	0,0212	0,2042	0,2016
4	2	-0,0055	-0,0015	-0,0070	-0,0080
	3	0,0166	0,0068	0,0234	0,0231
7	2	0,0031	-0,0018	-0,0049	-0,0053
	3	0,0032	0,0031	0,0063	0,0075

В таблице 2 показаны результаты проверки решения сингулярной системы /18/.  
 Функции, полученные в результате подстановки решений  $Q_{1/2}$  и  $Q_{3/2}$  в правую часть /18/, деленные на  $\cos \delta_i$ , обозначим соответственно  $\tilde{Q}_{1/2}$  и  $\tilde{Q}_{3/2}$ .  
 Совпадение функций  $Q_I$  с  $\tilde{Q}_I$  в общем достаточно хорошее. Плохое согласие в некоторых точках вполне объясняется тем, что при подстановке решения счет производился недостаточно точно из-за редкой сетки значений функций  $Q_I$ .

Т а б л и ц а 2.

$\omega$	$Q_{1/2}$	$\tilde{Q}_{1/2}$	$Q_{3/2}$	$\tilde{Q}_{3/2}$
1	-0,328	-0,328	0,178	0,178
1,5	-0,0803	-0,0803	0,056	0,054
2	-0,0300	-0,0300	0,011	0,014

481/97

§ 4. Амплитуда реального фоторождения

В уравнении /10/ для электрической дипольной амплитуды лишь амплитуда  $E_{1+}$  связана с фазой  $\delta_{33}$ . Используя найденное в § 3 решение, имеем

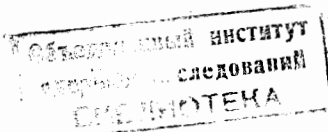
$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega} \frac{12\omega'^2}{\omega'} \Im_m \frac{E_{1+}^{(3)}(\omega')}{\kappa' q'} d\omega' = e \cdot f \cdot 0,005 \omega^2, \quad /40/$$

что пренебрежимо мало по сравнению с неоднородным членом ( $> \frac{1}{2} e f$ ) во всем интересующем нас интервале энергий. Точно так же ничтожен вклад от  $\mathcal{D}$ -амплитуд. Поэтому имеем

$$\text{Re } E_{0+}^{(\alpha)}(\omega) = e f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathcal{P}_S + \frac{P}{\pi} \int_0^{\omega} \left\{ \frac{\omega'^2}{\omega'^2} \left( \frac{1}{\omega' - \omega} + \frac{1}{\omega' + \omega} \right) \Im_m E_{0+}^{(\alpha)}(\omega') d\omega' \right\}, \quad /41/$$

откуда

$$E_{0+}^{(\alpha)}(\omega) = e f \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathcal{P}_S + \frac{i}{3} \begin{pmatrix} 2(\delta_1 - \delta_3) \\ 2\delta_1 + \delta_3 \end{pmatrix} \mathcal{P}_S + \omega^2 \mathcal{N}^{(\alpha)} \right\}; \quad \alpha = 1, 3; \quad E_{0+}^{(2)}(\omega) = 0. \quad /42/$$





Оценка величин  $N^{(2)}$  таким же методом, как и в <sup>17/</sup> дает:  $N^{(1)} \approx 0,12$ ,  $N^{(2)} \approx 0,03$ . Вместо 0,2 в <sup>17/</sup>. По теореме Кролля и Рудермана должно быть  $N^{(1)} = N^{(2)} = 0$  в статическом пределе.

Далее надо учесть основные  $1/m$  поправки <sup>6,7/</sup>. Для этого в первую очередь надо везде, кроме дополнительного условия, заменить аномальный магнитный момент протона  $\mu_p'$  на полный  $\mu_p = \mu_p' + e/2m$ . Чтобы учесть  $1/m$  поправки к нерезонансным магнитным дипольным амплитудам, надо положить

$$\frac{M_{1-1}^{(1/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p - \mu_n}{2f} e^{i\delta_{11}} \frac{\sin \delta_{11}}{q^3} \left(1 + \frac{3\omega}{4m}\right) \quad /43/$$

$$\frac{M_{1-1}^{(3/2)}}{\kappa q} = \frac{\mu_p - \mu_n}{2f} e^{i\delta_{31}} \frac{\sin \delta_{31}}{q^3} \left(1 - \frac{3\omega}{2m}\right).$$

С учетом  $1/m$  поправок, поправок на точное решение и дипольного условия амплитуда фоторождения имеет вид  $\vec{\varepsilon}$  - поляризация фотона/

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{\kappa} \sum_s \overline{s, \varepsilon} |T|^2 \quad /44/$$

$$e^2 = 1/137; \quad f^2 \approx 0,08; \quad g_p = 2,79; \quad g_n = -1,91$$

$$\lambda = (g_p - g_n) / 4mf^2 \quad /45/$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{ef} T^{(1)} = & i(\vec{\sigma} \vec{\varepsilon}) \left\{ \frac{2}{3} i(\delta_1 - \delta_3) \mathcal{P}_S + \omega^2 N^{(1)} \right\} + \\ & + i(\vec{\sigma} \vec{\varepsilon})(\vec{q} \vec{\kappa}) \left\{ -\lambda h^{(+)} - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\mathcal{P}_Q - \frac{1}{3} \mathcal{P}_N) + \Delta E^{(+)} - \Delta \mathcal{M}^{(+)} \right\} + \\ & + i(\vec{\sigma} \vec{\kappa})(\vec{q} \vec{\varepsilon}) \left\{ \lambda h^{(+)} - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\mathcal{P}_Q + \frac{1}{3} \mathcal{P}_N) + \Delta E^{(+)} + \Delta \mathcal{M}^{(+)} \right\} + /46/ \\ & + \vec{q} [\vec{\kappa} \vec{\varepsilon}] \left\{ \lambda h^{(++)} + \frac{4}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \mathcal{P}_N + \Delta \mathcal{M}^{(++)} \right\} + i(\vec{\sigma} \vec{q})(\vec{q} \vec{\varepsilon}) \frac{1}{2m\omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{ef} T^{(2)} = & -i(\vec{\sigma} \vec{\varepsilon}) \frac{\omega}{2m} + \frac{g_p + g_n}{2m} \left\{ [i(\vec{\sigma} \vec{\varepsilon})(\vec{q} \vec{\kappa}) - i(\vec{\sigma} \vec{\kappa})(\vec{q} \vec{\varepsilon})] \mathcal{M}^{(2)} + \right. \\ & \left. + \vec{q} [\vec{\kappa} \vec{\varepsilon}] \mathcal{M}^{(2)} \right\} + i(\vec{\sigma} \vec{q})(\vec{q} \vec{\varepsilon}) \frac{1}{2m\omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e f} T^{(3)} = & \frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}} \left[ i(\bar{\sigma} \bar{\varepsilon}) + i \frac{(\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon} - \bar{q}))(\bar{q} \bar{\varepsilon})}{\kappa(q^0 - q^x)} \right] + i(\bar{\sigma} \bar{\varepsilon}) \left[ \frac{1}{3} i(2\delta_1 + \delta_3) \mathcal{P}_3 + \right. \\ & \left. + \omega^2 \mathcal{N}^{(3)} \right] + \\ & + i(\bar{\sigma} \bar{\varepsilon})(\bar{q} \bar{\kappa}) \left\{ -\lambda h^{(--)} + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\mathcal{P}_Q - \frac{1}{3} \mathcal{P}_M) + \Delta E^{(-)} - \Delta \mathcal{M} \mathcal{L}^{(-)} \right\} \cdot \\ & + i(\bar{\sigma} \bar{\kappa})(\bar{q} \bar{\varepsilon}) \left\{ \lambda h^{(-)} + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\mathcal{P}_Q + \frac{1}{3} \mathcal{P}_M) + \Delta E^{(+)} + \Delta \mathcal{M} \mathcal{L}^{(+)} \right\} \cdot /47/ \\ & + \bar{q}(\bar{\kappa} \bar{\varepsilon}) \left\{ \lambda h^{(-+)} - \frac{2}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \mathcal{P}_M + \Delta \mathcal{M} \mathcal{L}^{(-+)} \right\} - i(\bar{\sigma} \bar{q})(\bar{q} \bar{\varepsilon}) \frac{1}{2m\omega} \cdot \end{aligned}$$

Здесь

$$h^{(++)} = \frac{1}{3} (h_{11} + 2h_{13} + 2h_{31} + 4h_{33})$$

$$h^{(+)} = \frac{1}{3} (h_{11} - h_{13} + 2h_{31} - 2h_{33})$$

/48/

$$h^{(+)} = \frac{1}{3} (-h_{11} + 2h_{13} - h_{31} - 2h_{33})$$

$$h^{(--)} = \frac{1}{3} (h_{11} - h_{13} - h_{31} + h_{33})$$

$$h_{11} = e^{i\delta_{11}} \frac{\sin \delta_{11}}{q^3} \left( 1 + \frac{3\omega}{4m} \right); \quad h_{13} = e^{i\delta_{13}} \frac{\sin \delta_{13}}{q^3}$$

$$h_{31} = e^{i\delta_{31}} \frac{\sin \delta_{31}}{q^3} \left( 1 - \frac{3\omega}{2m} \right); \quad h_{33} = e^{i\delta_{33}} \frac{\sin \delta_{33}}{q^3}$$

/49/

величины  $\Delta \mathcal{M} \mathcal{L}^{(++)}$  и т.д. построены из

$$\Delta \mathcal{M} \mathcal{L}_\alpha = \Delta M_\alpha e^{i\delta_\alpha}$$

/50/

точно так же, как  $h^{(++)}$  и т.д. - из  $h_\alpha$ .

Далее

$$\Delta E^{(+)} = \omega (\Delta Q_{1/2} e^{i\delta_{13}} + 2\Delta Q_{3/2} e^{i\delta_{33}})$$

$$\Delta E^{(-)} = \omega (\Delta Q_{1/2} e^{i\delta_{13}} - \Delta Q_{3/2} e^{i\delta_{33}})$$

/51/

$$\mathcal{M}_-^{(s)} = \mathcal{M}_2 e^{i\delta_{31}} - \mathcal{M}_1 e^{i\delta_{11}}; \quad \mathcal{M}_+^{(s)} = 2\mathcal{M}_2 e^{i\delta_{31}} + \mathcal{M}_1 e^{i\delta_{11}} \quad /52/$$

Найденные численно величины  $\Delta M$ ,  $\Delta Q$  и  $\mathcal{M}$  выписаны в таблице

$\omega$	$\Delta Q_{1/2}$	$\Delta Q_{3/2}$	$\Delta M_{1(11)}$	$\Delta M_{2(13,31)}$	$\Delta M_{3(33)}$	$\mathcal{M}_1$	$\mathcal{M}_2$
1	-0,0049	-0,0111	-0,0613	0,0191	0,0265	-0,530	0,318
1,25	-0,0050	-0,0158	-0,0675	0,0214	0,0445	-0,386	0,248
1,5	-0,0036	-0,0162	-0,0602	0,0186	0,0614	-0,299	0,202
1,75	-0,0023	-0,0132	-0,0501	0,0169	0,0692	-0,242	0,170
2	-0,0016	-0,0073	-0,0412	0,0146	0,0518	-0,201	0,146
2,25	-0,0010	-0,0034	-0,0321	0,0129	0,0344	-0,171	0,129
2,5	-0,0006	-0,0014	-0,0248	0,0113	0,0220	-0,149	0,115
2,75	-0,0003	-0,0005	-0,0186	0,0096	0,0146	-0,131	0,104
3	-0,0002	-0,0000	-0,0129	0,0079	0,0102	-0,117	0,095

Для иллюстрации отличия точного и приближенного<sup>/7/</sup> решений приведем результаты расчета сечения рождения  $\pi^0$ -мезонов

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B \cos \alpha + C \cos^2 \theta.$$

/53/

У порога /в единицах  $(\hbar/m^3 c^5)^2$  / точное  $c/\omega q^3 = -0,055 \cdot 10^{-4}$  / вместо  $0,23 \cdot 10^{-4}$  в /7/. На черт. 7 представлен график  $C$  для малых энергий. Экспериментальные точки взяты из /15/. Пунктирная кривая соответствует приближенному решению<sup>7</sup>. Видно, что благодаря поправкам на точное решение теоретическая кривая для  $C$  лучше согласуется с экспериментом<sup>/15/</sup>.

§ 5. Амплитуда виртуального фоторождения  
Радиус нейтрона

Из уравнений /7-10/ следует, что в статическом приближении амплитуды электрических и продольных фотонов не зависят от магнитного момента. Эти фотоны взаимодействуют лишь с зарядом нуклона, но не с токами внутри него.

Равенство нулю продольной квадрупольной амплитуды /6/ означает, что в статическом приближении продольные фотоны не могут породить мезон в резонансном /33/ - состоянии.

Выражение для амплитуды виртуального фоторождения можно получить точно так же как и для реального. С ростом  $m_f^2$   $\mu$ -члены магнитных дипольных амплитуд убывают лишь благодаря форм-факторам; их  $e$ -члены, а также электрические дипольные амплитуды убывают быстрее, так как  $\varphi_{Q,M} \rightarrow 0$  при  $m_f^2 \rightarrow 0$ . Поэтому для них можно воспользоваться приближенными выражениями с большим основанием, чем в случае реального фоторождения. Учет  $1/m$  поправок сводится к замене  $F_N^{(\pm)} \rightarrow \bar{F}_N^{(\pm)}$ , где

$$\bar{F}_N^{(\pm)} = F_N^{(\pm)} + 1/2m F_e^{(\rho)}. \quad /54/$$

Кроме того, надо учесть фазовый множитель. В результате имеем

$$\frac{d^4G}{d\rho_e^0 d\Omega_e} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{1}{m_f^2} \frac{|\vec{\rho}_e'|}{|\vec{\rho}_e|} \frac{\rho_e^0 \rho_e'^0}{m W} \varphi \quad /55/$$

$$\varphi = \int d\Omega_\pi \sum_s \left\{ |\vec{T}_t \cdot \vec{\rho}_e|^2 + \frac{m_f^2}{4} \vec{T}_t^* \cdot \vec{T}_t + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \left( \frac{m_f^2 m}{\kappa^0 \kappa^2 W} \right)^2 \left[ (\rho_e^0 + \rho_e'^0)^2 - (\vec{\rho}_e' - \vec{\rho}_e)^2 \right] |\vec{T}_t \cdot \vec{\kappa}|^2 \right\}. \quad /56/$$

Здесь импульсы электрона  $\rho_e$  и  $\rho_e'$  относятся к лабораторной системе, остальные величины - к системе центра масс.

$$\Lambda = \frac{W}{2f^2 m} \bar{F}_N^{(-)} \quad /57/$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} \vec{T}^{(1)} = & -i\vec{\sigma}^t \frac{2}{3} i(\delta_1 - \delta_3) \varphi_S F_e^{(-)} - \\ & -i\vec{\sigma}^t (\vec{k} \vec{q}) \left[ -h^{(+)} \Lambda - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\varphi_Q - \frac{1}{3} \varphi_M) F_e^{(-)} \right] - \\ & -i(\vec{\sigma} \vec{k}) \vec{q}^t \left[ h^{(+)} \Lambda - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\varphi_Q + \frac{1}{3} \varphi_M) F_e^{(-)} \right] - \quad /58/ \\ & - [\vec{q} \vec{k}] \left[ h^{(+)} \Lambda + \frac{4}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \varphi_M F_e^{(-)} \right] \end{aligned}$$

$$\vec{T}^{(2)} = 0$$

/59/

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} \vec{T}^{(3)} = & \left[ -i\vec{\sigma}^t - i \frac{(\vec{\sigma}(\vec{k} - \vec{q})) \vec{q}^t}{\vec{k}^2 - (\vec{k} \cdot \vec{q})} - i \frac{(\vec{\sigma} \vec{q}) \vec{k}}{\vec{k}^2} \right] F_e^{(-)} - \\ & -i\vec{\sigma}^t \frac{1}{3} i(2\delta_1 + \delta_3) \varphi_S F_e^{(-)} - \\ & -i\vec{\sigma}^t (\vec{k} \vec{q}) \left[ -h^{(-)} \Lambda + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\varphi_Q - \frac{1}{3} \varphi_M) F_e^{(-)} \right] - \quad /60/ \\ & -i(\vec{\sigma} \vec{k}) \vec{q}^t \left[ h^{(-)} \Lambda + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} (\varphi_Q + \frac{1}{3} \varphi_M) F_e^{(-)} \right] - \\ & - [\vec{q} \vec{k}] \left[ h^{(-)} \Lambda - \frac{2}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \varphi_M F_e^{(-)} \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\vec{a}^t = \vec{a} - \frac{(\vec{a} \vec{k}) \vec{k}}{\vec{k}^2}.$$

/61/

Это выражение отличается от полученного в /13/ отсутствием продольного квадруполья, членом "прямого фотон-мезонного взаимодействия", который у нас имеет другой знаменатель и содержит форм-фактор, а также более простым видом функции  $\varphi_Q$  и  $\varphi_M$ .

Для вычислений в области резонанса можно воспользоваться более простым выражением:

$$\vec{T}^{(1)} \approx f \cdot \frac{2}{3} \{ i(\vec{\sigma} \vec{k}) \vec{q} - i\vec{\sigma}(\vec{k} \vec{q}) - 2[\vec{q} \vec{k}] \} \Lambda e^{i\delta_{33}} \frac{\sin \delta_{33}}{q^3}$$

$$\vec{T}^{(3)} = \left[ -i\vec{\sigma} \cdot \vec{t} - i \frac{(\vec{\sigma}(\vec{k} - \vec{q})) \vec{q}^t}{k^2 - (\vec{k} \cdot \vec{q})} - i \frac{(\vec{\sigma} \vec{q}) \vec{k}}{k^2} \right] F_e^{(1)} - \frac{1}{2} \vec{T}^{(1)}. \quad /62/$$

С его помощью было рассчитано сечение процесса  $e + N \rightarrow e + N + \pi$  при фиксированном лабораторном угле рассеяния электрона  $\theta_e = 75^\circ$ , фиксированной полной энергии пиона и нуклона в системе центра масс  $W = 1200$  Мэв и различных значениях  $m_y^2$ . В качестве форм-фактором были взяты выражения

$$F_e^{(p)} = e \left( 1 + \frac{m_y^2 a_p^2}{12} \right)^{-2}, \quad F_\mu^{(p)} = \mu_p' \left( 1 + \frac{m_y^2 a_p^2}{12} \right)^{-2}$$

$$F_e^{(n)} = 0; \quad F_\mu^{(n)} = \mu_n \left( 1 + \frac{m_y^2 a_n^2}{12} \right)^{-2}. \quad /63/$$

Сечение было рассчитано для  $a_p = 0,8 \cdot 10^{-13}$  см и различных значений  $a_n$ . Результаты расчета и эксперимента <sup>/14/</sup> представлены на черт. /6/, из которого можно оценить значение радиуса для магнитного момента нейтрона / в экспоненциальной модели /  $a_n = 1,2 \cdot 10^{-13}$  см.

В заключение приносим искреннюю благодарность А.А. Логунову, С.В. Фоминову, Н.Н. Говоруну за внимание к работе, а также сотрудницам вычислительного бюро Лаборатории теоретической физики, проделавшим некоторые численные расчеты.

Рукопись поступила в издательский отдел 8 июля 1959 года.

Л и т е р а т у р а

1. А.А. Логунов, Л.Д. Соловьев, В.Д. Кукин и А.Р. Френкин, препринт ОИЯИ, апрель 1958 год.
2. А.А. Логунов и Л.Д. Соловьев . НДВШ, 4, 217 /1958/.  
Nucl. Phys. 10 60 /1958/.
3. В.Д. Кукин, Л.Д. Соловьев и А.Р. Френкин. НДВШ, 3, 169 /1958/.
4. А.А. Логунов. НДВШ /1958/, Nucl. Phys. (1959).
5. А.А. Logunov, A.N. Tavkhelidze and L.D. Solovjov, Nucl. Phys. 4, 427 (1957).
6. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 33, 801, /1957/, Nucl. Phys. 5, 256, (1958).
7. G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low, and Y. Nambu, Phys. Rev. 106, 1345 (1957).
8. Н.Н. Боголюбов и Д.В. Ширков. "Введение в теорию квантованных полей", ГИТТЛ, 1958.  
Н.Н. Боголюбов, Б.В. Медведев, М.К. Поливанов. "Вопросы теории дисперсионных соотношений", ГИТТЛ, 1959 год.
9. N.M. Kroll and M.A. Rudermann, Phys. Rev. 93, 233 (1954).
10. R. Omnes, Nuovo Cim. 8, 316 (1958).
11. Н.И. Мухелишвили. "Сингулярные интегральные уравнения". Гостехиздат, 1946 год.
12. G. Salzman and F. Salzman, Phys. Rev. 108, 1619 (1957).
13. S. Fubini, Y. Nambu and V. Watagin, Phys. Rev. 111, 329 (1958).
14. W.K.M. Panofsky and E.A. Allton, Rev. Mod. Phys.  
/в печати/.
15. Р.Г. Васильев, Б.Б. Говорков, В.И. Гольданский /в печати/.

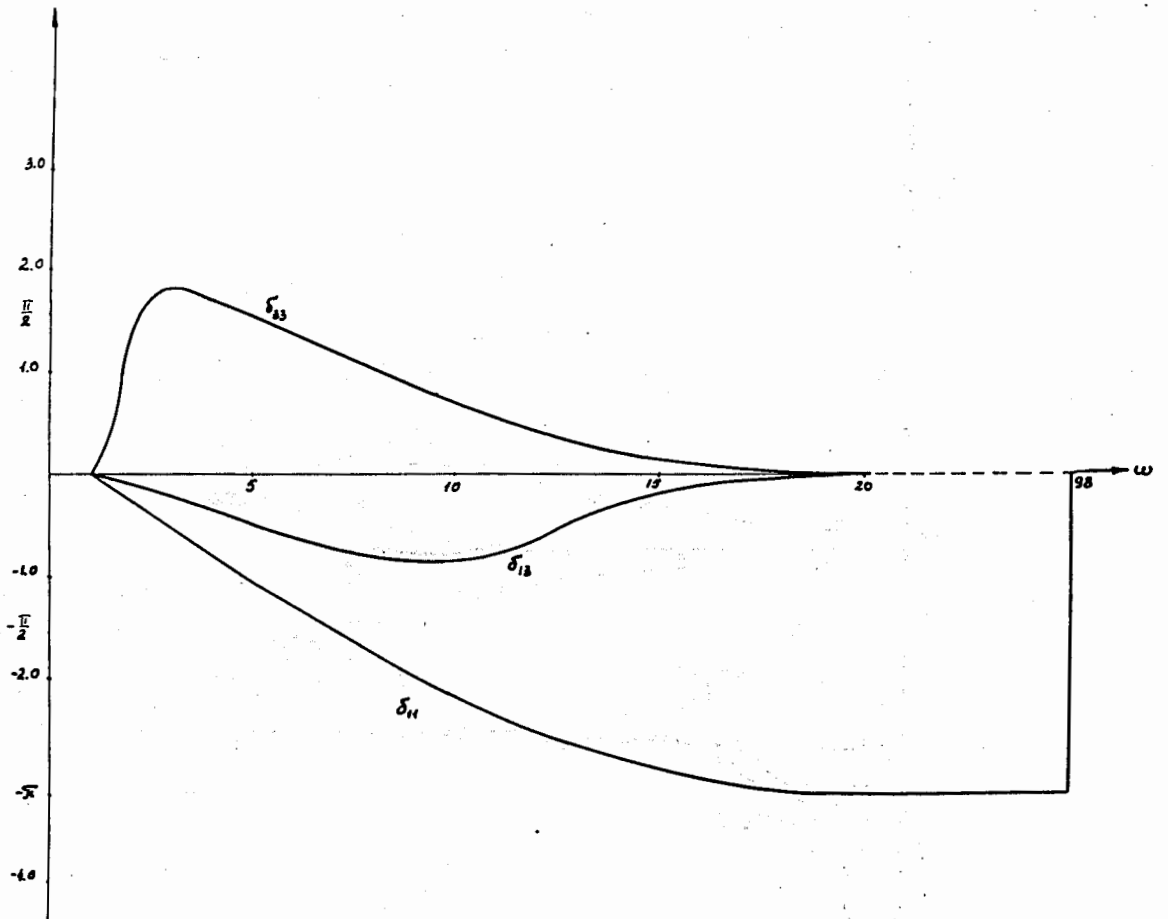


Рис. 1.



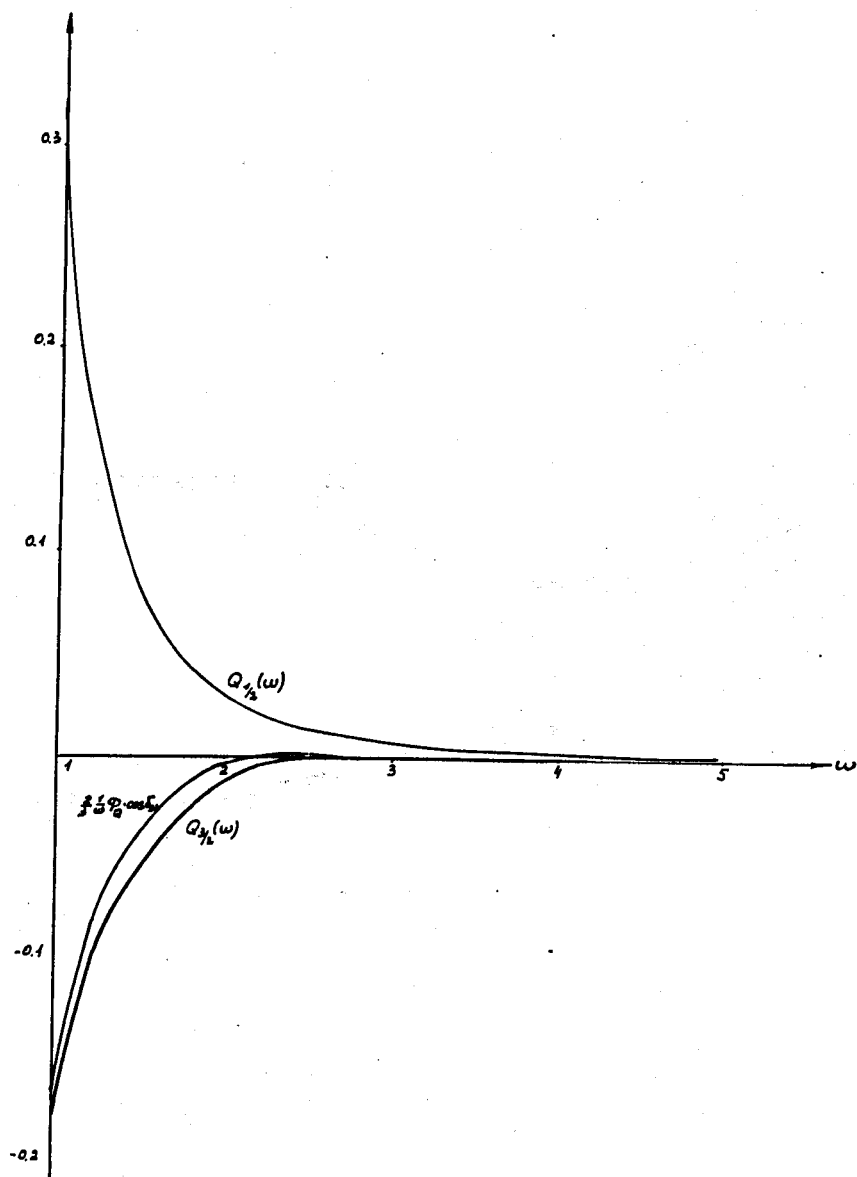


Рис. 2.

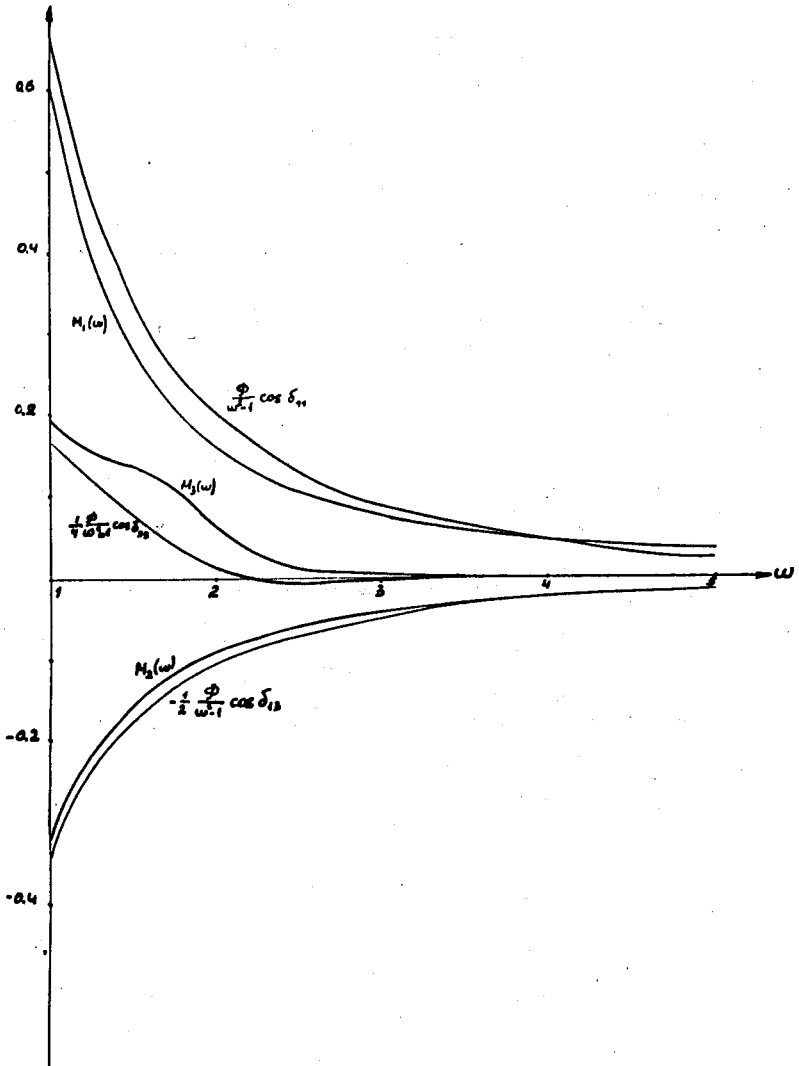


Рис.3.

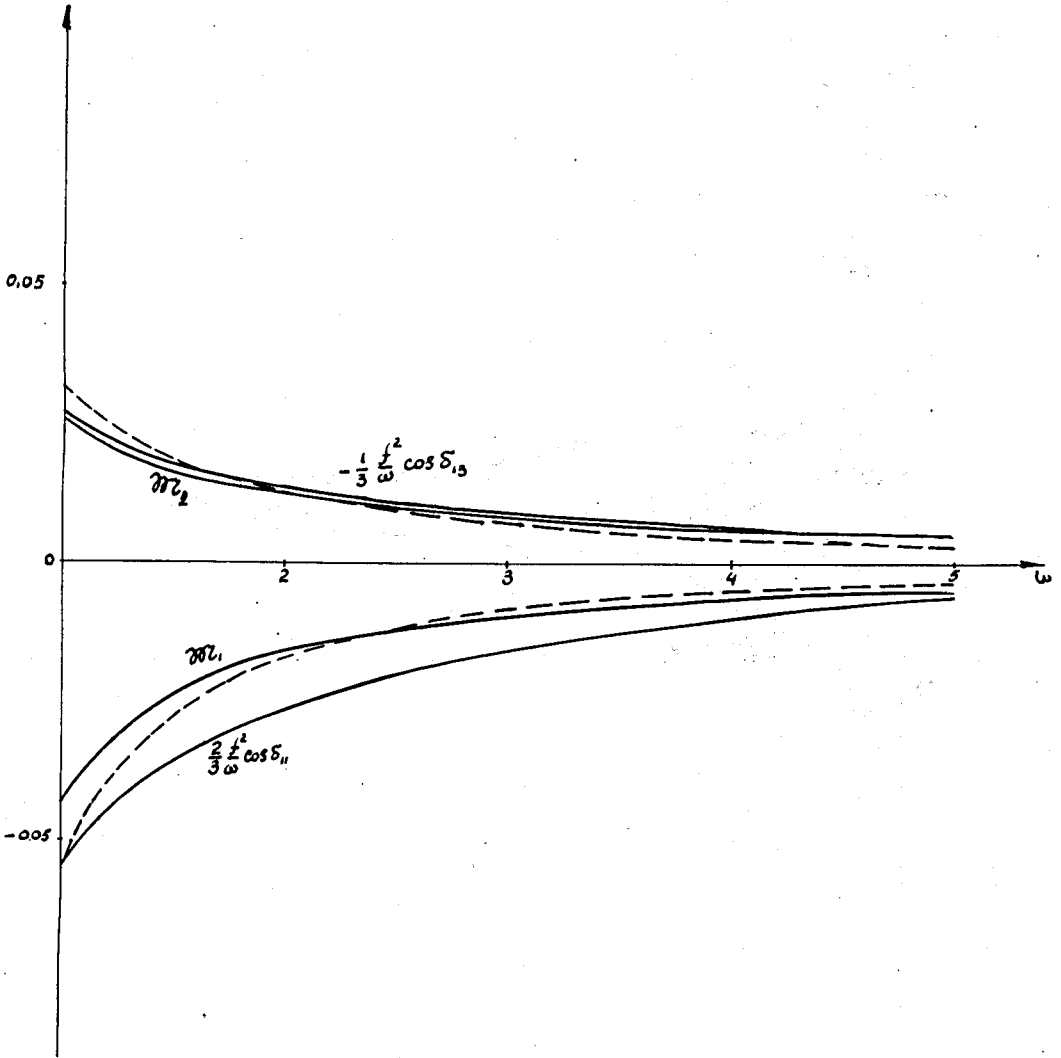


Рис. 4.

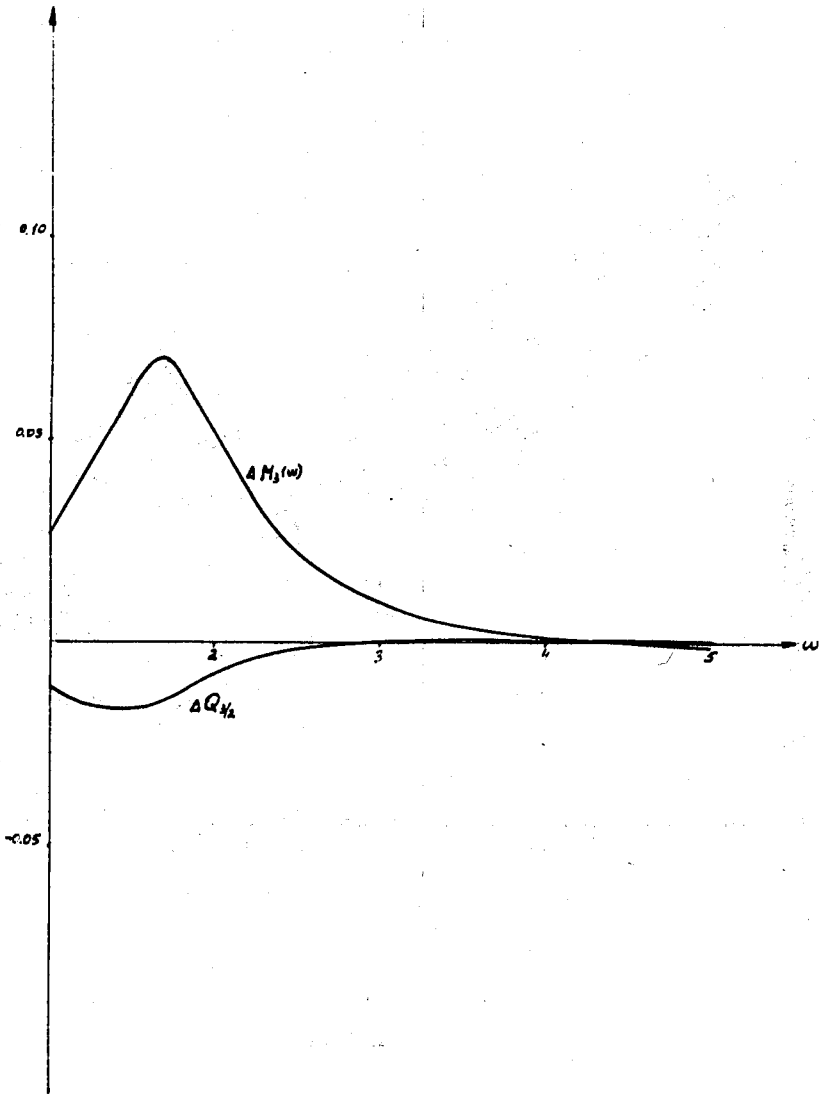


Рис. 5.

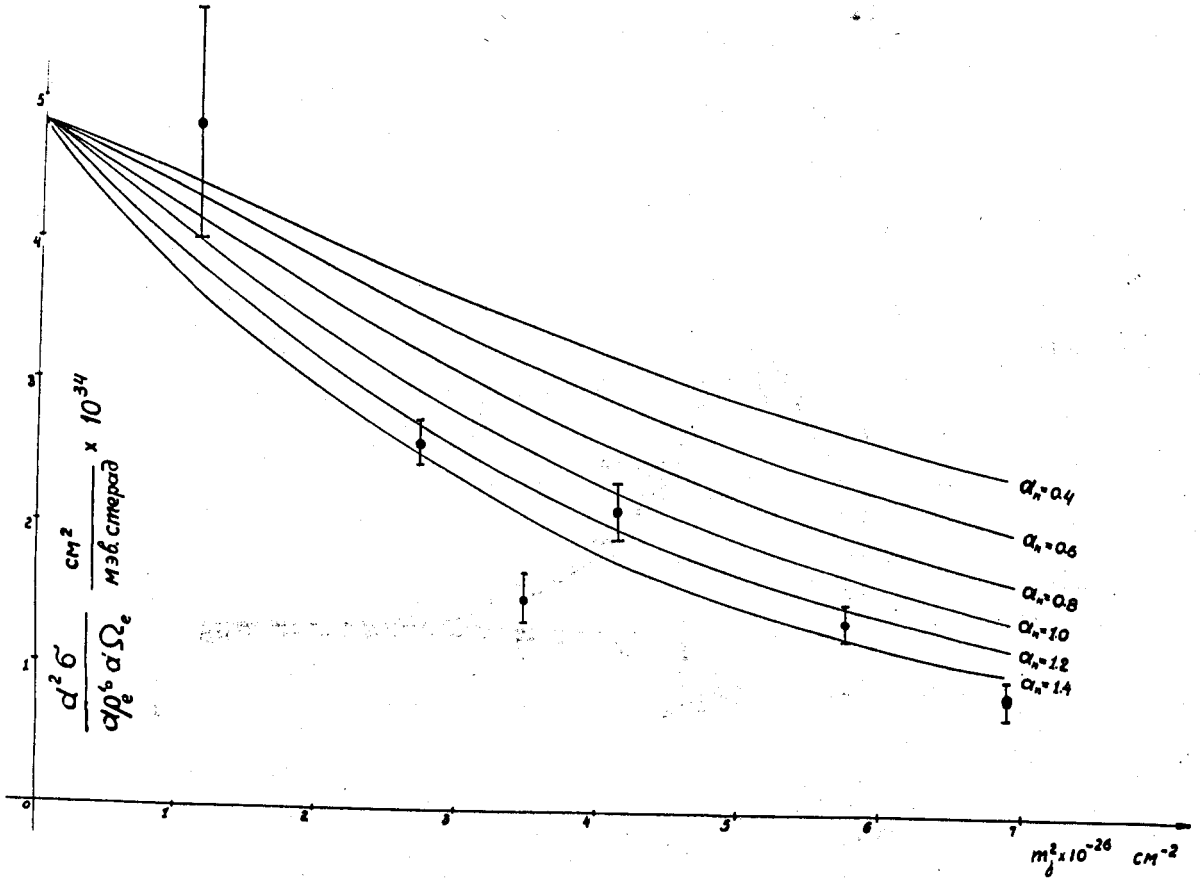


Рис. 8.

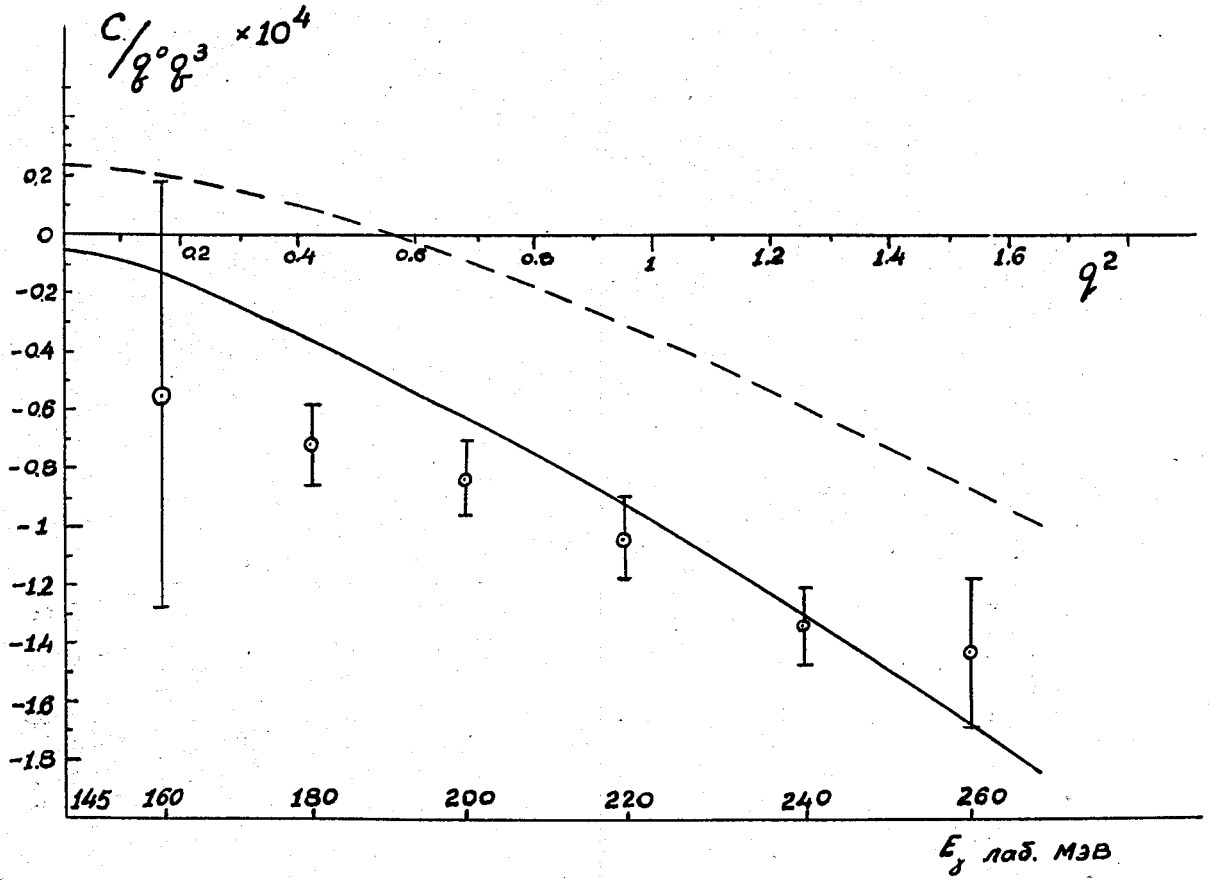


Рис. 7.